CORECON-RJ
CONSELHO REGIONAL DE ECONOMIA

ANPEC - Microeconomia
Prova - 2017

Prof. Antonio Carlos Assumpção

QUESTÃO 01

Um consumidor tem preferências descritas pela função $U(x,y) = \sqrt{x} + \sqrt{y}$, sendo os preços dos bens x e y representados por p_x e p_y e a renda por R. Diga se as afirmações que se seguem são falsas ou verdadeiras:

(0) Se p_x = \$2, p_y = \$1 e R = \$300, então o agente maximizador de utilidade escolherá a cesta de consumo (x , y) = (50, 200); V

- O problema consiste em escolher uma cesta de consumo (combinação de x e y) que maximiza a utilidade do consumidor, dadas suas preferências, sua renda monetária e os preços dos dois bens.
- Tal problema pode ser resolvido através do método de Lagrange; maximizar a função utilidade, dada a restrição orçamentária ($R = p_x x + p_y y$).

$$Lagrangeano \rightarrow \Im = \sqrt{x} + \sqrt{y} - \lambda\left(p_x x + p_y y - R \right)$$

- As condições de máximo primeira ordem são:

$$(I) \quad \frac{\partial \Im}{\partial x} = 0 \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} - \lambda p_x = 0 \rightarrow \lambda = \frac{1}{2 p_x \sqrt{x}}$$

$$(II) \quad \frac{\partial \Im}{\partial y} = 0 \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{y}} - \lambda p_y = 0 \rightarrow \lambda = \frac{1}{2 p_y \sqrt{y}}$$

$$(III) \quad \frac{\partial \Im}{\partial \lambda} = 0 \rightarrow p_x x + p_y y = R$$

$$\lambda = \lambda \rightarrow \frac{1}{2p_x\sqrt{x}} = \frac{1}{2p_y\sqrt{y}} \rightarrow \sqrt{y} = \frac{2p_x\sqrt{x}}{2p_y} \rightarrow \sqrt{y} = \frac{p_x\sqrt{x}}{p_y} \rightarrow$$

$y = \dfrac{p_x^2 x}{p_y^2}$. *Substituindo na R.O.:*

$$R = p_x x + p_y\left(\frac{p_x^2 x}{p_y^2}\right) \rightarrow R = p_x x + \frac{p_x^2 x}{p_y} \rightarrow R = x\left(p_x + \frac{p_x^2}{p_y}\right)$$

$$x = \frac{R}{\left(p_x + \frac{p_x^2}{p_y}\right)} \rightarrow x = \frac{R}{\left(\frac{p_y p_x + p_x^2}{p_y}\right)} \rightarrow x = \frac{Rp_y}{p_y p_x + p_x^2}$$

$$x=\frac{Rp_y}{p_y p_x+p_x^2}\rightarrow x=\frac{p_y}{p_x}\frac{R}{p_x+p_y}$$

- Demandas Marshalianas.

$$\boxed{x^*\left(p_x,p_y,R\right)=\frac{p_y}{p_x}\frac{R}{p_x+p_y}}$$

- Procedendo da mesma forma para *y*:

$$\boxed{y^*\left(p_x,p_y,R\right)=\frac{p_x}{p_y}\frac{R}{p_x+p_y}}$$

$$\boxed{Se \ \ p_x = \$2 \ \ , \ \ p_y = \$1 \ e \ R = \$300}$$

$$x^*\left(p_x, p_y, R\right) = \frac{1}{2}\frac{300}{\left(2+1\right)} \rightarrow \boxed{x^*\left(p_x, p_y, R\right) = 50}$$

$$y^*\left(p_x, p_y, R\right) = \frac{2}{1}\frac{300}{\left(2+1\right)} \rightarrow \boxed{y^*\left(p_x, p_y, R\right) = 200}$$

- Logo, a cesta ótima contém 50 unidades de x e 200 unidades de y.

(1) Utilizando os valores calculados no item anterior, $\lambda = \sqrt{50} \big/ 200$ representa quanto aumenta o valor de $U(x, y)$ causado por um pequeno aumento na renda nominal disponível; **F**

- Do Lagrangeano, podemos obter o valor de λ:

$$\lambda\left(p_x, p_y, R\right) = \frac{1}{2\sqrt{R}}\sqrt{\frac{p_x p_y}{p_x + p_y}}$$

- Com os valores de equilíbrio, temos:

$$\lambda\left(2{,}00;1{,}00;300\right) = \frac{1}{2\sqrt{300}}\sqrt{\frac{2 \bullet 1}{2+1}} = \frac{\sqrt{2}}{60} \neq \frac{\sqrt{50}}{200} \to \mathit{Falso}$$

- **Observação:** o valor de λ, calculado na escolha ótima, representa a utilidade marginal da renda.
  - Taxa a qual a utilidade do consumidor aumenta em resposta a uma pequena variação na renda $\rightarrow dU = \lambda dR$.

(2) A TMS (taxa marginal de substituição) será igual a x/y que mostra que as curvas de indiferença são estritamente convexas em relação à origem; **F**

- A TMgS(y,x) é a taxa a qual o consumidor aceita substituir y por x mantendo a utilidade constante (permanecendo na mesma curva de indiferença).
- A equação da curva de indiferença é dada por:

$$\underbrace{\frac{\partial U}{\partial x} dx}_{\text{Variação na utilidade total proveniente de uma variação na quantidade do bem } x.} + \underbrace{\frac{\partial U}{\partial y} dy}_{\text{Variação na utilidade total proveniente de uma variação na quantidade do bem } y.} = 0$$

- Logo, a TMgS(y,x) é dada por:

$$\frac{\partial U}{\partial y}dy = \frac{\partial U}{\partial x}dx \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \boxed{-\frac{UMgx}{UMgy} = TMgS_{(y,x)}}$$

- Portanto, nesse caso a TMgS(y,x) é dada por:

$$TMgS_{(y,x)} = -\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\frac{1}{2\sqrt{y}}} \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}}\frac{2\sqrt{y}}{1} \rightarrow \boxed{TMgS_{(y,x)} = -\sqrt{\frac{y}{x}}}$$

(3) A função demanda pelo bem y é dada pela expressão $\frac{1}{2}\frac{R}{p_y}$. **F**

- Como vimos, a demanda marshaliana pelo bem y é dada por:

$$\boxed{y^*\left(p_x, p_y, R\right) = \frac{p_x}{p_y}\frac{R}{p_x + p_y}}$$

(4) O exame da função demanda pelo bem x mostra que esse bem é inferior, mas não o bastante para se tratar de um bem de Giffen. **F**

- Um bem de Giffen é um bem inferior, cujo efeito renda negativo domina o efeito substituição, em módulo. Desta forma, teremos uma curva de demanda positivamente inclinada (um aumento no preço aumenta a quantidade demandada).

- A curva de demanda marshaliana pelo bem x é dada por:

$$\boxed{x^*\left(p_x, p_y, R\right) = \frac{p_y}{p_x} \frac{R}{p_x + p_y}}$$

- Observe que o efeito renda é positivo (aumento na renda monetária aumenta a demanda por x). Logo, x não é um bem de Giffen.
    - Outra maneira de ver isso é notar que um aumento no preço de x diminui a quantidade demandada de x.

QUESTÃO 02

Um consumidor cuja função utilidade é dada por $U(x,y)=\sqrt{xy}$ possui uma dotação inicial (w_x, w_y) = (1,5). Avalie:

- Primeiramente, vamos encontrar as demandas marshalianas para esse caso (preferências Cobb-Douglas), que podem ser encontradas da seguinte forma:

$$\boxed{Máx.\ U(x,y)=x^{\alpha}y^{\beta}\ ,\ s.a\quad R=P_x x+P_y y\ \ ,com\ \ \alpha=\beta=0{,}5}$$

$$\boxed{Lagrangeano \rightarrow \Im = x^{\alpha}y^{\beta}+\lambda\left(R-P_x x-P_y y\right)}$$

$$\boxed{\Im = x^{\alpha} y^{\beta} + \lambda\left(R - P_x x - P_y y\right)}$$

Condições de primeira ordem:

$$(I)\quad \frac{\partial \Im}{\partial x} = 0 \Rightarrow \alpha x^{\alpha-1} y^{\beta} - \lambda P_x = 0 \rightarrow \lambda = \frac{\alpha x^{\alpha-1} y^{\beta}}{P_x}$$

$$(II)\quad \frac{\partial \Im}{\partial y} = 0 \Rightarrow \beta x^{\alpha} y^{\beta-1} - \lambda P_y = 0 \rightarrow \lambda = \frac{\beta x^{\alpha} y^{\beta-1}}{P_y}$$

$$\left(III\right)\quad \frac{\partial \Im}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow P_x x + P_y y = R$$

$$\lambda = \lambda \rightarrow \frac{\alpha x^{\alpha-1} y^{\beta}}{\beta x^{\alpha} y^{\beta-1}} = \frac{P_x}{P_y} \rightarrow \frac{\alpha y}{\beta x} = \frac{P_x}{P_y} \left(TMgS_{(y,x)} = \frac{P_x}{P_y} \right)$$

$$Logo: P_y y = \frac{\beta}{\alpha} P_x x \rightarrow R.O.:$$

$$R = P_x x + P_y y \Rightarrow P_x x + \frac{\beta}{\alpha} P_x x = R \Rightarrow P_x x \left(1 + \frac{\beta}{\alpha}\right) = R \Rightarrow \frac{R}{P_x x} = 1 + \frac{\beta}{\alpha}$$

$$\frac{R}{P_x x} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha} \Rightarrow P_x x = \frac{R}{\frac{\alpha+\beta}{\alpha}} \Rightarrow \boxed{x^* = \frac{\alpha}{(\alpha+\beta)} \frac{R}{P_x}} \quad e \quad \boxed{y^* = \frac{\beta}{(\alpha+\beta)} \frac{R}{P_y}}$$

- Nesse caso, com $\alpha = \beta = 0{,}5$, temos:

$$\boxed{x^*\left(P_x, P_y, R\right) = \frac{R}{2P_x}} \quad e \quad \boxed{y^*\left(P_x, P_y, R\right) = \frac{R}{2P_y}}$$

- A renda monetária do consumidor é dada pelo valor de sua dotação inicial (produção de x e y). Desta forma:

$$\boxed{x^*\left(P_x, P_y, w_x, w_y\right) = \frac{P_x w_x + P_y w_y}{2P_x}}$$

$$\boxed{y^*\left(P_x, P_y, w_x, w_y\right) = \frac{P_x w_x + P_y w_y}{2P_y}}$$

- Como (w_x, w_y) = (1,5).

$$x^*\left(P_x, P_y, w_x, w_y\right) = \frac{P_x + 5P_y}{2P_x}$$

$$y^*\left(P_x, P_y, w_x, w_y\right) = \frac{P_x + 5P_y}{2P_y}$$

(0) O consumidor demandará liquidamente duas unidades de x se os preços forem $(P_x, P_y) = (1,1)$; V

- As demandas brutas por x e y são dadas por:

$$x^*(P_x, P_y, w_x, w_y) = \frac{1+5\bullet 1}{2\bullet 1} \rightarrow \boxed{x^*(P_x, P_y, w_x, w_y) = 3}$$

$$y^*(P_x, P_y, w_x, w_y) = \frac{1+5\bullet 1}{2\bullet 1} \rightarrow \boxed{y^*(P_x, P_y, w_x, w_y) = 3}$$

- A **demanda líquida** do bem é dada pela **diferença entre a demanda bruta e a dotação inicial (oferta)** desse bem. Logo, a demanda líquida pelo bem x é dada por:

$$\boxed{x^* - w_x \rightarrow 3 - 1 = 2.}$$

(1) Se o preço do bem x cair pela metade, o consumidor aumentará em 2,5 unidades o seu consumo de x, em comparação com a escolha sob os preços unitários; **V**

$$x^*\left(0{,}5, P_y, w_x, w_y\right) = \frac{P_x + 5P_y}{2P_x} \rightarrow \frac{0{,}5 + 5 \bullet 1}{2 \bullet 0{,}5} \rightarrow \boxed{x^*\left(0{,}5, P_y, w_x, w_y\right) = 5{,}5}$$

- Logo, com Px = 0,5, a demanda por x aumentará em 2,5 unidades.

(2) Levando em conta a variação de preços citada acima, ajustando-se a renda para que o consumidor seja capaz de comprar a cesta original, teremos um efeito substituição de Slutsky de duas unidades; **F**

(3) Na mesma situação, o efeito renda tradicional será 1,5; **V**

- Os itens 2 e 3 tratam dos efeitos renda e substituição após o preço do bem x cair de $1,00 para $0,50, levando-se em conta a compensação de Slutsky, que consiste, nesse caso (redução do preço de x) em reduzir a renda monetária do consumidor de forma que ele volte a poder comprar a mesma cesta anterior aos novos preços $P_y^0 = \$1,00 \ e \ P_x^1 = \$0,50$.

- Se entendermos o termo **“efeito renda tradicional”** como **“efeito renda comum”** ou **“efeito renda ordinário”,** o efeito renda **desconsidera o impacto da variação de preço sobre o valor da dotação inicial**. Nesse caso, estamos considerando uma dotação inicial que proporciona uma renda monetária nominal igual a:

$$R = P_x w_x + P_y w_y \rightarrow R = \$1 \bullet 1 + \$1 \bullet 5 \rightarrow \boxed{R = \$6{,}00}$$

- Portanto, devemos calcular a nova quantidade demandada de x após a queda no preço, e quais os efeitos renda e substituição, utilizando a compensação de Slutsky, com a renda monetária fixada em \$6 unidades.

$$x_1^*\left(0{,}5, P_y, R\right) = \frac{R}{2P_x} = \frac{6}{2 \bullet 0{,}5} \rightarrow \boxed{x_1^*\left(0{,}5, P_y, R\right) = 6}$$

- Agora, devemos nos perguntar qual deve ser a renda monetária para que o consumidor possa comprar a mesma cesta inicial (3 ; 3) , aos novos preços (compensação de Slutsky).

$$R' = P_x^1 \bullet 3 + P_y^0 \bullet 3 \rightarrow R' = \$0,50 \bullet 3 + \$1,00 \bullet 3 \rightarrow R' = \$4,50$$

- Logo, a demanda compensada pelo bem x (x_c) é dada por:

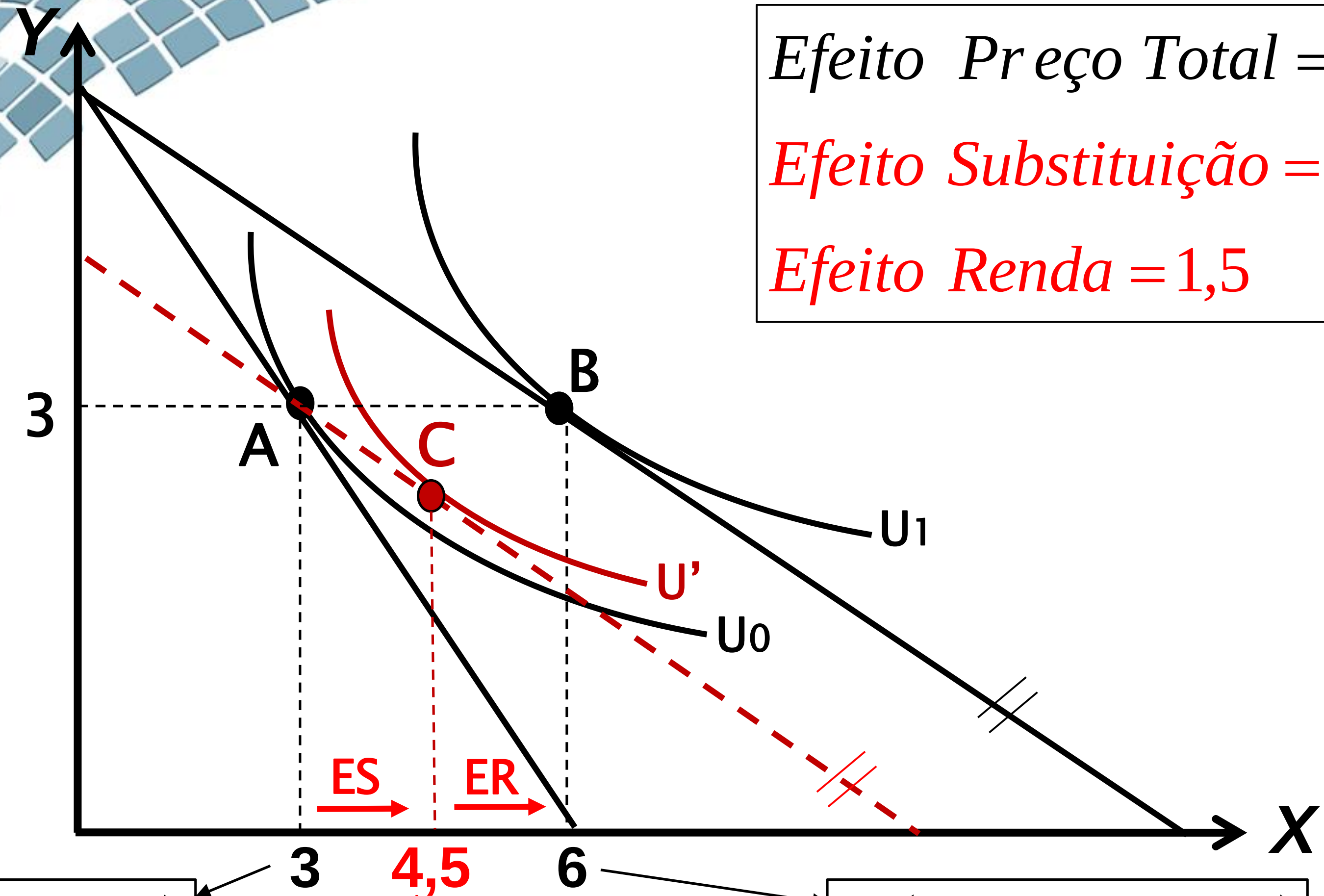
$$x_c\left(0,5, P_y, 4,50\right) = \frac{4,50}{2 \bullet 0,50} \rightarrow x_c\left(0,5, P_y, 4,50\right) = 4,50$$

- Assim, temos: |EPT| = |ES| + |ER| → |3| = |1,5| + |1,5|
- **Observação:** como as preferências são do tipo Cobb-Douglas, os efeitos renda e substituição, no caso da compensação de Slutsky, possuem o mesmo valor (veja a prova disso no curso teórico). Logo, como a variação da quantidade demandada foi de 3 unidades, ambos os efeitos deveriam ser iguais a 1,5.

$$Efeito\ \ Preço\ Total = 3$$

$$Efeito\ \ Substituição = 1{,}5$$

$$Efeito\ \ Renda = 1{,}5$$



$$x_0^*\left(1,00;1,00;6,00\right)$$

$$x_c\left(0,5;1,00;4,50\right)$$

$$x_1^*\left(0,50;1,00;6,00\right)$$

(4) Na mesma situação, o efeito renda-dotação será igual a 0,5 unidades. ~~V~~ → F

- O efeito renda dotação é a diferença entre a demanda final do bem x (5,5) e a demanda desse bem ao preço final considerando-se uma renda igual ao valor inicial da dotação orçamentária (6).
  - Logo, temos $5{,}5 - 6 = -0{,}5$.

- O efeito renda dotação tem o mesmo sinal que a variação no preço do bem x, pois trata-se de um bem normal.

- Portanto, o sinal deve, sempre, ser considerado, pois ele pode ser negativo (bem inferior).

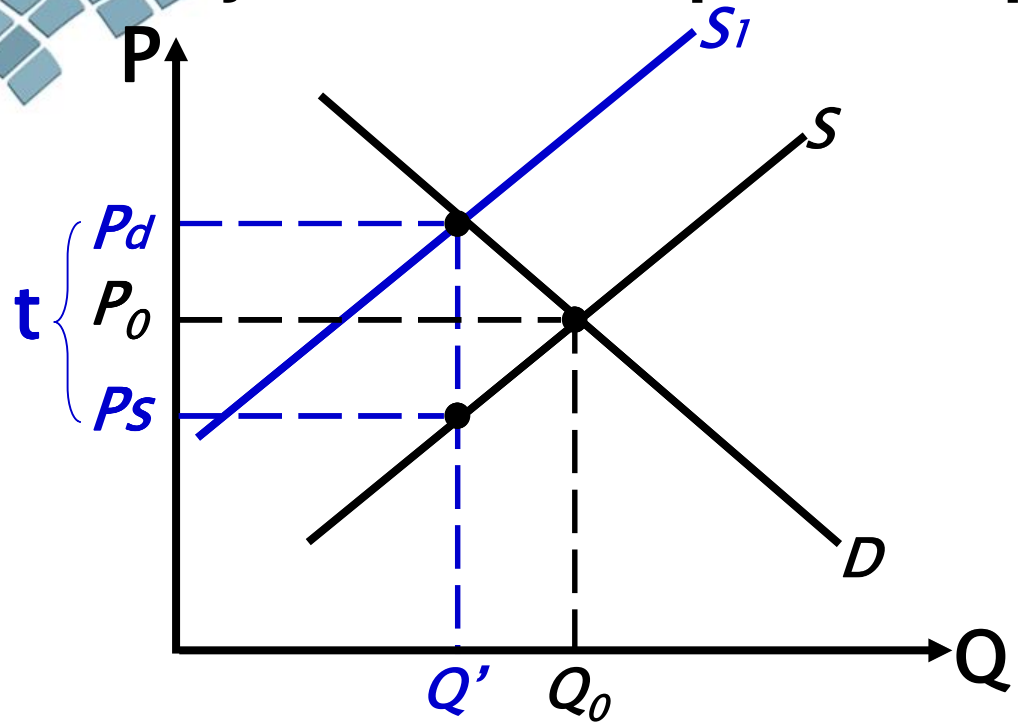
QUESTÃO 03

Com respeito aos efeitos dos impostos, assinale quais das afirmações abaixo são verdadeiras:

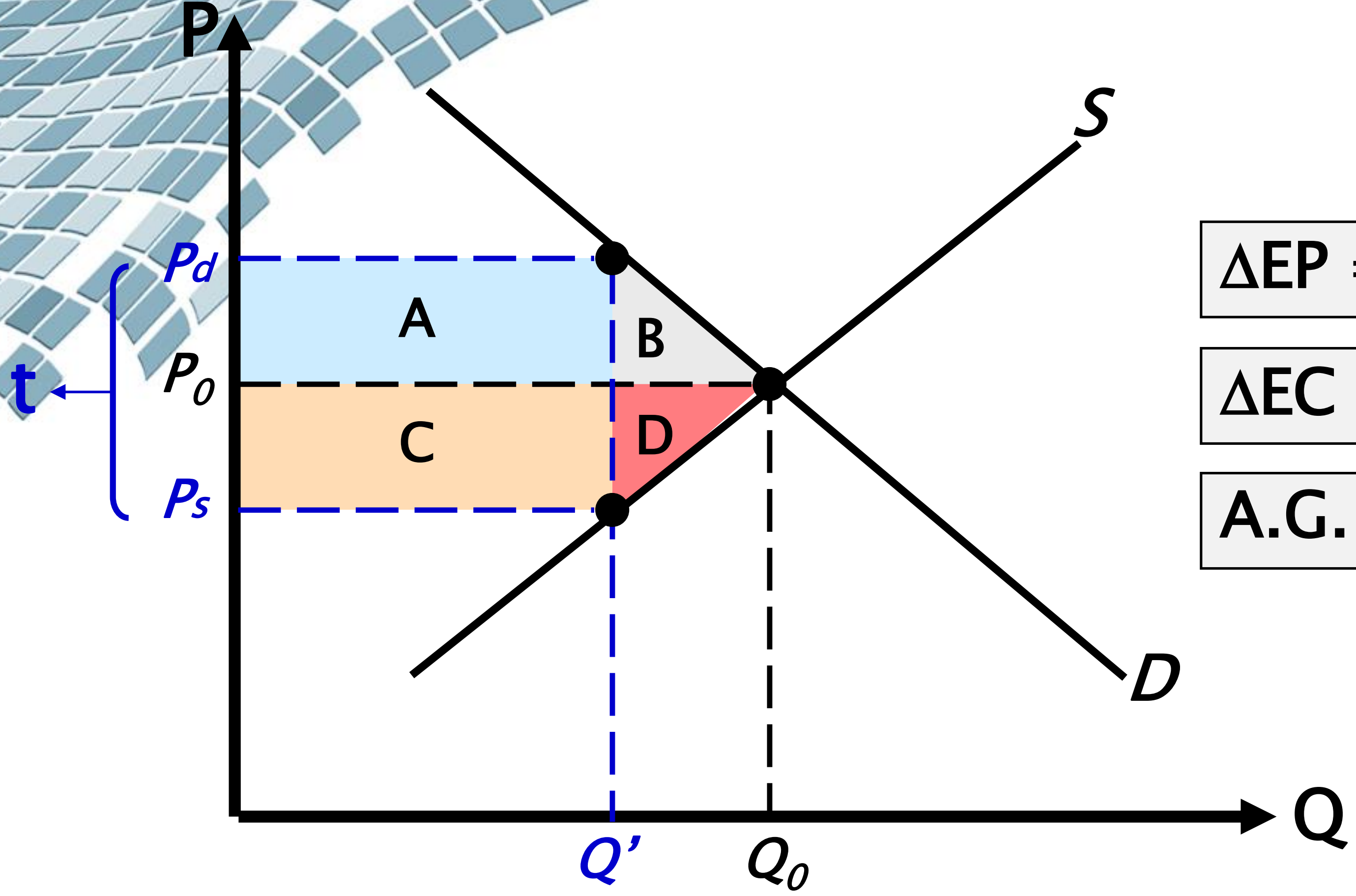
(0) Se as curvas de demanda e oferta do mercado forem lineares, sendo p o preço do produto e t um imposto específico, então $\frac{dp}{dt} = \frac{\eta}{(\eta - \varepsilon)}$, em que η é a elasticidade preço da oferta e ϵ é a elasticidade preço da demanda; **V**

- **O que a questão quer saber**: dada a introdução de um imposto específico (valor monetário fixo por unidade transacionada) em um mercado competitivo, será que o impacto sobre o preço final (preço ao consumidor), será dado pela regra acima ?

A Introdução de um Imposto Específico



- A introdução de um imposto específico desloca a curva de oferta para a esquerda. Isso eleva o preço para o consumidor (Pd) e reduz o preço recebido pelo produtor (Ps). A diferença entre os dois é dada pelo imposto (t).



$\Delta EP = -C-D$

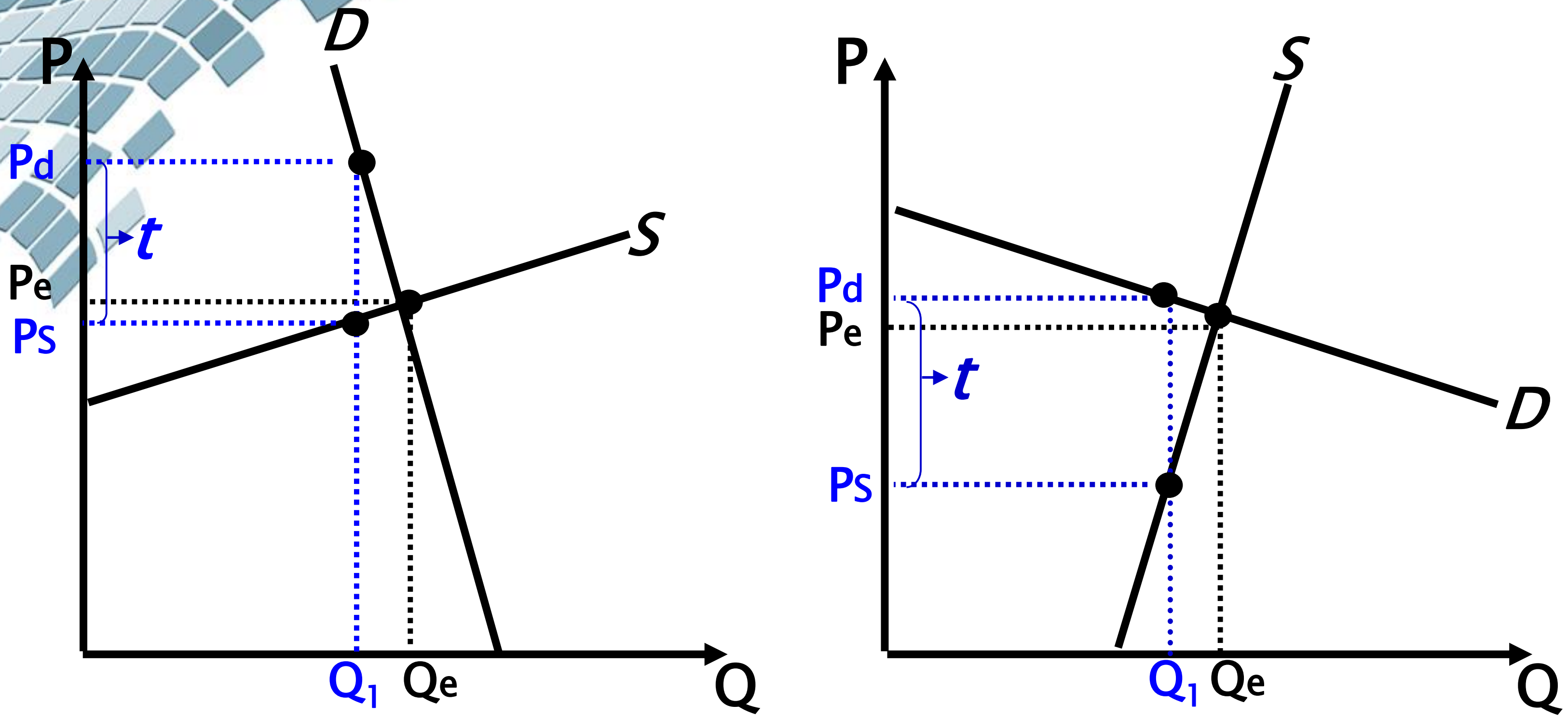
$\Delta EC = -A-B$

$A.G. = A+C$

DWL (Peso Morto)

$G.S. = \Delta EP + \Delta EC + A.G. = -C-D-A-B+A+C \Rightarrow G.S. = -B-D$

O Imposto e as Elasticidades da demanda e Oferta



- **Regra básica:** dada a introdução de um imposto, o ônus tributário recairá mais fortemente sobre o ramo mais inelástico do mercado.
    - Mas será que isso ocorre segundo a regra do enunciado ?

- A condição de equilíbrio em um mercado com um imposto específico pode ser expressa pela seguinte igualdade: $q^d(p) = q^s(p - t)$ (demanda igual a oferta com imposto de t unidades monetárias).
- Observe que o valor recebido pelos vendedores da mercadoria é o preço líquido do imposto p - t.
- Tal igualdade define o preço p como uma função implícita do valor do tributo t , o que nos permite usar o teorema da função implícita para diferenciar os dois lados da igualdade em relação a t e obter:

$$\frac{dq^d(p)}{dp}\frac{dp}{dt}=\frac{dq^s(p-t)}{dp}\left(\frac{dp}{dt}-1\right)$$

- Multiplicando os dois lados por p/q , obtemos:

$$\boxed{\frac{dq^d(p)}{dp}\frac{p}{q}}\frac{dp}{dt}=\boxed{\frac{dq^s(p-t)}{dp}\frac{p}{q}}\left(\frac{dp}{dt}-1\right)$$

Elasticidade Preço da Oferta
(em relação ao preço bruto)

Elasticidade Preço da Demanda

- Logo: $\varepsilon \frac{dp}{dt} = \eta \left(\frac{dp}{dt} - 1 \right)$

- Portanto,

$$\varepsilon \frac{dp}{dt} = \eta \frac{dp}{dt} - \eta \rightarrow \eta = \eta \frac{dp}{dt} - \varepsilon \frac{dp}{dt} \rightarrow \eta = \frac{dp}{dt}(\eta - \varepsilon)$$

$$\boxed{\frac{dp}{dt} = \frac{\eta}{(\eta - \varepsilon)} \rightarrow \frac{dp}{dt} = \frac{\eta}{\eta + |\varepsilon|}}$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\eta}{(\eta - \varepsilon)} \rightarrow \frac{dp}{dt} = \frac{\eta}{\eta + |\varepsilon|}$$

- Observe que, como vimos intuitivamente, o efeito da introdução de um imposto sobre o preço de mercado (consumidor) será maior quanto maior a elasticidade preço da oferta e quanto menor a elasticidade preço da demanda.
- Essa relação é válida para quaisquer curvas de oferta e demanda diferenciáveis, em particular, para curvas lineares.
- Note também que o efeito nunca será superior a 100% da variação do imposto.

(1) No caso de um imposto específico t, o equilíbrio do mercado será diferente se o imposto for cobrado dos vendedores ou dos compradores; **F**

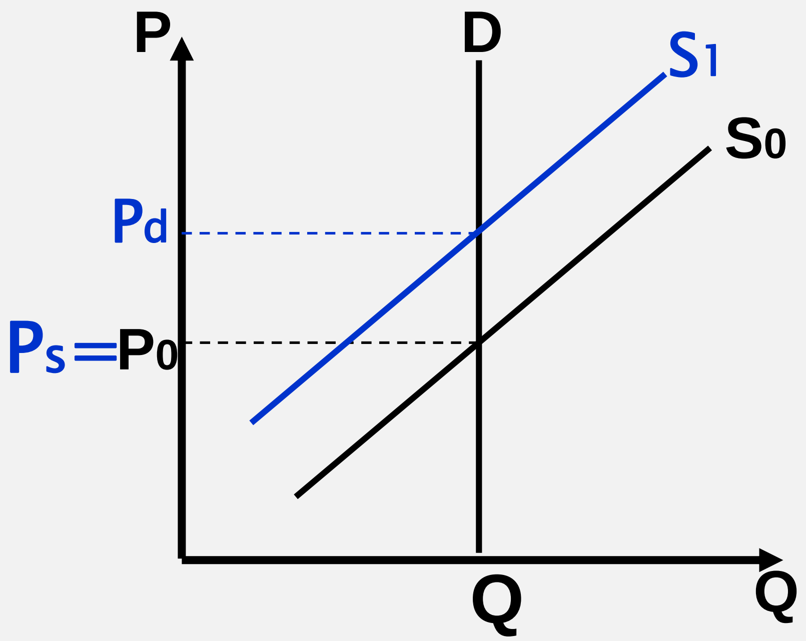
- A incidência tributária independe de quem seja o responsável pela coleta do imposto. Como vimos, isso é determinado pelas elasticidades da demanda e oferta.

(2) Se a elasticidade preço da demanda for 0 (zero) e a elasticidade preço da oferta for 1, o custo do imposto específico recairá totalmente sobre os produtores; **F**

- caso a elasticidade preço da demanda seja igual a zero, desde que a elasticidade preço da oferta seja diferente de zero, teremos:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\eta}{\eta + 0} \rightarrow 1$$

- Nesse caso, todo tributo é repassado ao consumidor.



(3) O peso morto decorrente da introdução de um imposto específico em um mercado com curvas de oferta e demanda lineares não depende do preço antes da incidência do imposto; **V**

- Suponha que as curvas de demanda e oferta sejam lineares. Desta forma:

$$\boxed{D \rightarrow q = a - bp \ \ e \ \ S \rightarrow q = c + dp}$$

- Em equilíbrio, sem imposto, temos:

$$D = S \rightarrow a - bp = c + dp \rightarrow \boxed{p^* = \frac{a-c}{b+d}}$$

- Substituindo na demanda ou na oferta, obtemos a quantidade de equilíbrio:

$$q^* = a - b\left(\frac{a-c}{b+d}\right) \rightarrow \boxed{q^* = \frac{ad+bc}{b+d}}$$

- Com imposto, a condição de equilíbrio passa a ser:

$$a - bp_d = c + dp_s \rightarrow a - bp_d = c + d\left(p_d - t\right)$$

- Resolvendo para p_d, encontramos o preço bruto (preço de mercado ou preço ao consumidor:

$$a - bp_d = c + d\left(p_d - t\right) \rightarrow a - bp_d = c + dp_d - dt$$

$$a - c + dt = dp_d + bp_d \rightarrow a - c + dt = p_d\left(d + b\right)$$

$$\boxed{p_d^{**} = \frac{a - c + dt}{b + d}}$$

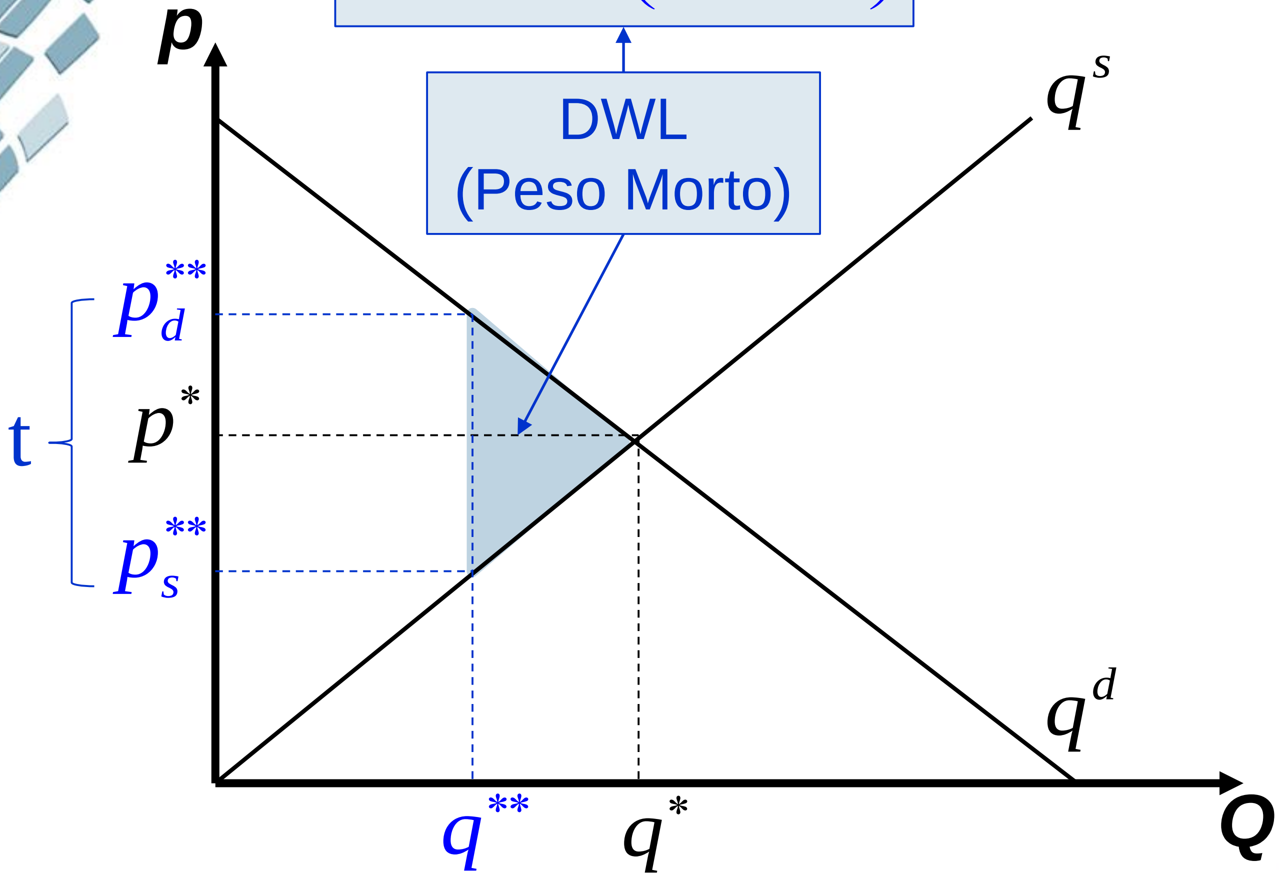
- O preço de oferta (líquido de imposto ou preço ao produtor) é dado por:

$$p_s^{**} = p_d - t \rightarrow \boxed{p_s^{**} = \frac{a - c - bt}{b + d}}$$

- Substituindo esses preços nas funções de demanda e de oferta, encontramos a quantidade de equilíbrio após o imposto:

$$q^{**} = a - bp_d^{**} = c + dp_s^{**} \rightarrow \boxed{q^{**} = \frac{ad + bc - bdt}{b + d}}$$

$$DWL = t \bullet \left(\frac{q^{*} - q^{**}}{2} \right)$$



- Substituindo na função DWL *q* e q*** , temos:

$$DWL = t \bullet \left(\frac{\frac{ad+bc}{b+d} - \frac{ad+bc-bdt}{b+d}}{2} \right) \rightarrow \boxed{DWL = \frac{bdt^2}{2(b+d)}}$$

- Logo, o “peso morto” proveniente da introdução de um imposto depende apenas do valor do imposto específico (*t*) e das inclinações das curvas de demanda e oferta.
- Dados esses valores, o “peso morto” será o mesmo, independentemente do preço inicial.

(4) Se as curvas de demanda e oferta forem lineares, a receita fiscal do governo compensa a introdução de um imposto específico e gera um peso morto nulo. **F**

- O peso morto será zero apenas nos casos extremos, onde a elasticidade preço da demanda ou da oferta é igual a zero.

$$\boxed{DWL = \frac{bdt^2}{2(b+d)}}$$

- Se $b = 0$ ou $d = 0$, teremos DWL = 0

QUESTÃO 04

Um consumidor, cuja função utilidade é dada por $U(x,y)=\sqrt{x}+y$ possui renda R = \$2,5. O preço do bem y é unitário e P representa o preço de x. O preço P inicialmente é vinte e cinco centavos e passa em um segundo momento para cinquenta centavos. Avalie as proposições:

(0) Na situação inicial o consumidor alcança utilidade $U = 3$; **F**

- Inicialmente, devemos calcular a cesta ótima do consumidor (maximizadora de utilidade) e posteriormente, a sua função de utilidade indireta.
- Podemos fazer isso utilizando o Lagrangeano, como fizemos na questão 1, ou igualando a $TMgS_{(y,x)}$ à relação de preços P_x / P_y .
    - Vamos resolver utilizando o segundo método.

- **O Problema do Consumidor**
- O consumidor deverá escolher uma combinação de bens (nesse caso, x e y) que maximize a sua utilidade, sujeita a uma restrição orçamentária, que leva em consideração a sua tenda monetária e os preços dos bens.
- Dito de outra forma, o consumidor escolherá uma cesta de consumo que se encontre na curva de indiferença mais distante da origem, que toque na restrição orçamentária.
- Portanto, o equilíbrio maximizador de utilidade ocorre quando a curva de indiferença tangenciar a restrição orçamentária, ou seja, quando a inclinação da curva de indiferença for igual a inclinação da restrição orçamentária.

- A Equação da Curva de Indiferença

$$\boxed{\frac{\partial U}{\partial x}dx + \frac{\partial U}{\partial y}dy = 0} \rightarrow$$

A variação da utilidade resultante de um acréscimo em x deve ser igual a variação da utilidade resultante de um decréscimo em y, para que o consumidor permaneça na mesma curva de indiferença.

- Resolvendo para *dy/dx* (a inclinação da curva de indiferença):

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = -\frac{\dfrac{\partial U}{\partial x}}{\dfrac{\partial U}{\partial y}} = -\frac{UMgx}{UMgy} = TMgS_{(y,x)}}$$

- A Restrição Orçamentária

$$\boxed{R.O. \rightarrow R = P_x x + P_y y}$$

- Isolando *y*:

$$R = P_x x + P_y y \rightarrow y = \frac{R}{P_y} - \boxed{\frac{P_x}{P_y}} x$$

Inclinação da restrição orçamentária

- Equilíbrio: $\boxed{TMgS_{(y,x)} = \frac{P_x}{P_y}}$

$$\boxed{\begin{array}{l} Nosso\ \ Problema: \\ U(x,y)=\sqrt{x}+y\ com\ R=\$0,25\ ,\ P_y=\$1\ e\ P_x=\$0,25 \end{array}}$$

- Inclinação da Curva de Indiferença

$$TMgS_{(y,x)} \rightarrow \left\{ \begin{bmatrix} \dfrac{\partial U}{\partial x}=\dfrac{1}{2\sqrt{x}} \\ \dfrac{\partial U}{\partial y}=1 \end{bmatrix} \right\} \boxed{TMgS_{(y,x)}=-\frac{1}{2\sqrt{x}}}$$

- Inclinação da Restrição Orçamentária $\rightarrow$ $\boxed{-\dfrac{P_x}{P_y}=-\dfrac{0,25}{1}=-0,25}$

$$Equilíbrio: \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{P_x}{P_y} \rightarrow 2\sqrt{x} = \frac{P_y}{P_x} \rightarrow \sqrt{x} = \frac{P_y}{2P_x}$$

$$\boxed{x^* = \frac{P_y^2}{4P_x^2} \ \left(Demanda\ \ Marshaliana\right)}$$

$$x^*\left(0,25;1,00;2,5\right) = \frac{\$1,00}{0,25} \rightarrow \boxed{x^*\left(0,25;1,00,2,5\right) = 4}$$

- Logo, o gasto com x é igual a 4 x \$0,25 = \$1,00. Logo, como a renda monetária é igual a \$2,50, o gasto com y será igual a \$1,50. Como o preço de y é \$1,00, a demanda por y será igual a 1,5 unidade.
- Logo a utilidade resultante será igual a: $\boxed{U\left(4;1,5\right) = \sqrt{4} + 1,5 = 3,5}$

(1) No segundo momento a cesta consumida será $U(x, y) = (1{,}3)$; **F**

- Qual a cesta maximizadora de utilidade, dado um aumento no preço do bem x para \$0,50 ?

- Como temos a função de demanda marshaliana pelo bem x, podemos calcular diretamente a nova quantidade de x, dado o novo preço.

$$\boxed{x^* = \frac{P_y^2}{4P_x^2} \left(Demanda\ \ Marshaliana\right)}$$

$$x^*\left(0{,}5;1{,}00;2{,}5\right) = \frac{1{,}00}{1{,}00} \rightarrow \boxed{x^*\left(0{,}5;1{,}00;2{,}5\right) = 1}$$

- Logo, o gasto com x é igual a 1 x $0,50 = $0,50. Logo, como a renda monetária é igual a $2,50, o gasto com y será igual a $2,00. Como o preço de y é $1,00, a demanda por y será igual a 2 unidades.

- Logo a nova cesta ótima contém 1 unidade de x e duas unidades de y.

$$\boxed{x^*\left(0{,}5;1{,}00;2{,}5\right)=1 \;e\; y^*\left(0{,}5;1{,}00;2{,}5\right)=2}$$

(2) A variação compensadora (VC) é igual a vinte e cinco centavos, que devem ser dados ao consumidor após a mudança no preço; **F**

- Para resolver os itens seguintes, vamos ter que sofisticar a nossa análise.

- Primeiramente, observe que, calculamos a demanda marshaliana pelo bem x, que dado o preço de y fixado em $1,00, nos permite escrever:

$$\boxed{x^* = \frac{P_y^2}{4P_x^2}} \rightarrow \boxed{x^* = \frac{1}{4P_x^2}}$$

- Essa é a quantidade que será demandada do bem x caso ela seja compatível com a renda do consumidor, ou seja, caso:

$$P_x \bullet \frac{1}{4P_x^2} = \frac{1}{4P_x} \leq R \ ou \ \ \frac{1}{4P_x^2} \leq \frac{R}{P}$$

- Caso isso não ocorra, o consumidor deverá contentar-se em consumir R/P unidades do bem x. Desse modo, a função de demanda pelo bem x é dada por

$$x^*\left(P_x; R\right) = min\left\{\frac{1}{4P_x^2}; \frac{R}{P_x}\right\}$$

- Como a função utilidade é quase-linear, existe a possibilidade de uma solução de canto, com a demanda por x sendo igual a R/P_x .

- A demanda pelo bem *y* será dada pela razão entre o que sobra da renda do consumidor após adquirir a quantidade demandada do bem *x* e o preço do bem *y* que, no caso do presente exercício, é unitário:

$$y^*\left(P_x;R\right)=R-P_x\ min\left\{\frac{1}{4P_x^2};\frac{R}{P_x}\right\}=R-min\left\{\frac{1}{4P_x};R\right\}$$

- Que é equivalente a:

$$y^*\left(P_x;R\right)=máx\left\{0;R-\frac{1}{4P_x}\right\}$$

- A função de utilidade indireta pode ser obtida substituindo as funções de demanda pelos bens *x* e *y* na função de utilidade do consumidor:

$$U(x,y)=\sqrt{x}+y$$

$$V=\sqrt{min\left\{\frac{1}{4P_x^2};\frac{R}{P_x}\right\}}+máx\left\{0;R-\frac{1}{4P_x}\right\}$$

$$V=min\left\{\frac{1}{2P_x};\sqrt{\frac{R}{P_x}}\right\}+máx\left\{0;R-\frac{1}{4P_x}\right\}$$

- É mais conveniente apresentar essa função definida nos intervalos $R \geq 1/(4P_x)$ e $R < 1/(4P_x)$:

$$V\left(P_x;R\right)=\begin{cases}\dfrac{1}{4P_x}+R & caso \quad R\geq \dfrac{1}{4P_x}\\ \sqrt{\dfrac{R}{P_x}} & caso \quad R<\dfrac{1}{4P_x}\end{cases}$$

- Agora, vamos tratar de responder os itens 2, 3 e 4.

- Como os itens tratam dos conceitos de variação compensatória e equivalente, vamos definir esses conceitos.

- **Suponha um aumento no preço do bem x.**

- **Variação Compensatória (VC)**
  - Mede a variação na satisfação do consumidor aos novos preços, levados a U_0. Note que trata-se do ES.
    - Devemos responder a seguinte pergunta: quanto de renda monetária devo dar ao consumidor para que ele volte a U_0 aos novos preços ?

$$\boxed{Com\,\bar{U}_0,\ qual\ R_1\ com\ \left(P_x^1; P_y^0\right),\ com\ P_x^1 > P_x^0}$$

$$\boxed{V\left(P_x^1; R - VC\right) = V\left(P_x^0; R\right)}$$

- **Variação Equivalente**
  - Mede a variação na satisfação do consumidor aos preços antigos levados a U_1. Trata-se de um "efeito substituição diferente".
    - Devemos responder a seguinte pergunta: quanto de renda monetária devo retirar consumidor para que ele fique em U_1 aos preços antigos ?

$$\boxed{V\left(P_x^0;R+VE\right)=V\left(P_x^1;R\right)}$$

- VE, VC e Variação do Excedente do Consumidor (VEC) são medidas de variação do bem estar do consumidor, após a variação em um preço, tudo o mais constante.

- Pode-se provar que valem as seguintes relações:

- Caso a demanda do bem em questão não seja afetada por alterações na renda do consumidor, como ocorre no caso de preferências quase-lineares (que é o caso desse exercício), teremos
  - ***VC = VEC = VE***

- Caso se trate de um bem normal, isto é, caso a demanda desse bem seja crescente em relação à renda do consumidor, então deverão valer as desigualdades
  - ***VC < VEC < VE***

- Caso, o bem seja um bem inferior, ou seja, caso sua demanda seja decrescente emrelação à renda do consumidor, então teremos
  - ***VC > VEC > VE***

- Lembre-se que o item 2 afirma que a variação compensadora (VC) é igual a vinte e cinco centavos, que devem ser dados ao consumidor após a mudança no preço (o preço de x aumentou de \$0,25 para \$0,50).

- Segundo a nossa definição de variação compensatória, temos:

$$V\left(\underbrace{P_x^1}_{\$0{,}50};R-VC\right)=V\left(\underbrace{P_x^0}_{\$0{,}25};R\right)$$

$$R=2{,}5\rightarrow\frac{1}{2}=\frac{1}{4\bullet 0{,}5}=\frac{1}{4P_x^1}\rightarrow R-VC>\frac{1}{4P_x^1}$$

- O que indica que não haverá solução de canto após a aplicação da variação compensatória.

- Assim, utilizando a função de utilidade indireta, podemos calcular a variação compensatória.

$$\frac{1}{4P_x^1}+R-VC=\frac{1}{4P_x^0}+R\rightarrow \boxed{VC=\frac{1}{4P_x^1}-\frac{1}{4P_x^0}}$$

$$Logo: VC=\frac{1}{4\bullet 0,5}-\frac{1}{4\bullet 0,25}\rightarrow \boxed{VC=-0,5}$$

- Logo, para compensar o consumidor pelo aumento no preço do bem x, forma que sua utilidade fique constante, é necessário que o consumidor receba \$0,50 após o aumento no preço.

(3) A variação equivalente (VE) requer que se tire dinheiro do consumidor antes da variação no preço para que, neste caso, a utilidade se reduza em meia unidade; V

- Como a função de utilidade é quase linear, devemos lembrar que, para tal tipo de função, as variações compensatória e equivalente são iguais.
  - Logo, VE = VC = −0,5.
- Novamente, isso significa que o aumento no preço do bem x gera, para nosso consumidor, uma perda de bem estar equivalente a uma redução de \$0,50 em sua renda.

- Caso não se lembre disso, você precisará calcular a variação equivalente.

- Utilizando a definição de variação equivalente:

$$\boxed{V\left(P_x^0; R+VE\right) = V\left(P_x^1; R\right)}$$

- Assuma que a variação equivalente, ainda que negativa, tenha um valor absoluto pequeno o suficiente para garantir que, após a aplicação dessa variação na renda do consumidor, seu equilíbrio não seja de canto, ou seja, um valor suficiente para fazer com que:

$$\frac{R+VE}{P_x^0} > \frac{1}{4P_x^0} \rightarrow \frac{\$2,5+VE}{\$0,25} > 1 \rightarrow VE \geq -2,25$$

- Logo, considerando:

$$\frac{1}{4P_x^0} + R - VE = \frac{1}{4P_x^1} + R \rightarrow 3{,}5 - VE = 3{,}0 \rightarrow \boxed{VE = -0{,}5}$$

- Como *VE* = −0,5 > −2,25, nossa hipótese inicial de que mesmo após a aplicação da variação equivalente o equilíbrio do consumidor não configura solução de canto, foi corroborada e, consequentemente, podemos estar certos que, efetivamente *VE* = −0,5.

(4) Neste caso, as variações compensadora e equivalente são iguais ao excedente do consumidor. **V**

- A função de utilidade é quase linear em y. Como vimos, desde que não haja solução de canto, teremos $VC = VE$, associadas a uma mudança no preço de do bem x.

- Além, disso, nos dois últimos itens, pudemos verificar essa igualdade, pois obtivemos $VC = VE = -0{,}5$.

QUESTÃO 05

Com relação à demanda, indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras:

(0) A elasticidade preço da demanda não é definida quando uma curva de demanda linear intercepta o eixo da quantidade; **F**

- A elasticidade preço da demanda mede a variação percentual da quantidade demandada em resposta a uma alteração percentual no preço do bem, e é dada por:

$$\varepsilon = \frac{\partial}{\partial p_i} x_i(p,m) \bullet \frac{p_i}{x_i(p,m)}$$

- Onde *m* é a renda monetária, *p* o vetor de preços e $x_i(p,m)$ a função de demanda pelo bem i.

- As condições para que a elasticidade preço seja definida são:

  a) a função de demanda deve ser diferenciável;
  b) a quantidade demandada deve ser diferente de zero.

- Isso significa que a função de demanda não é definida no ponto em que a curva de demanda intercepta o eixo do preço, não da quantidade.

(1) A elasticidade preço da demanda será estritamente superior a 1 para quantidades entre o ponto médio de uma curva de demanda linear e o ponto onde ela intercepta o eixo das quantidades; **F**

- Para uma curva de demanda linear a elasticidade preço da demanda varia de 0 a infinito. Para preços superiores ao preço médio (metade do valor onde a curva de demanda intercepta o eixo de preço) a demanda será elástica e será inelástica para os preços inferiores ao preço médio.

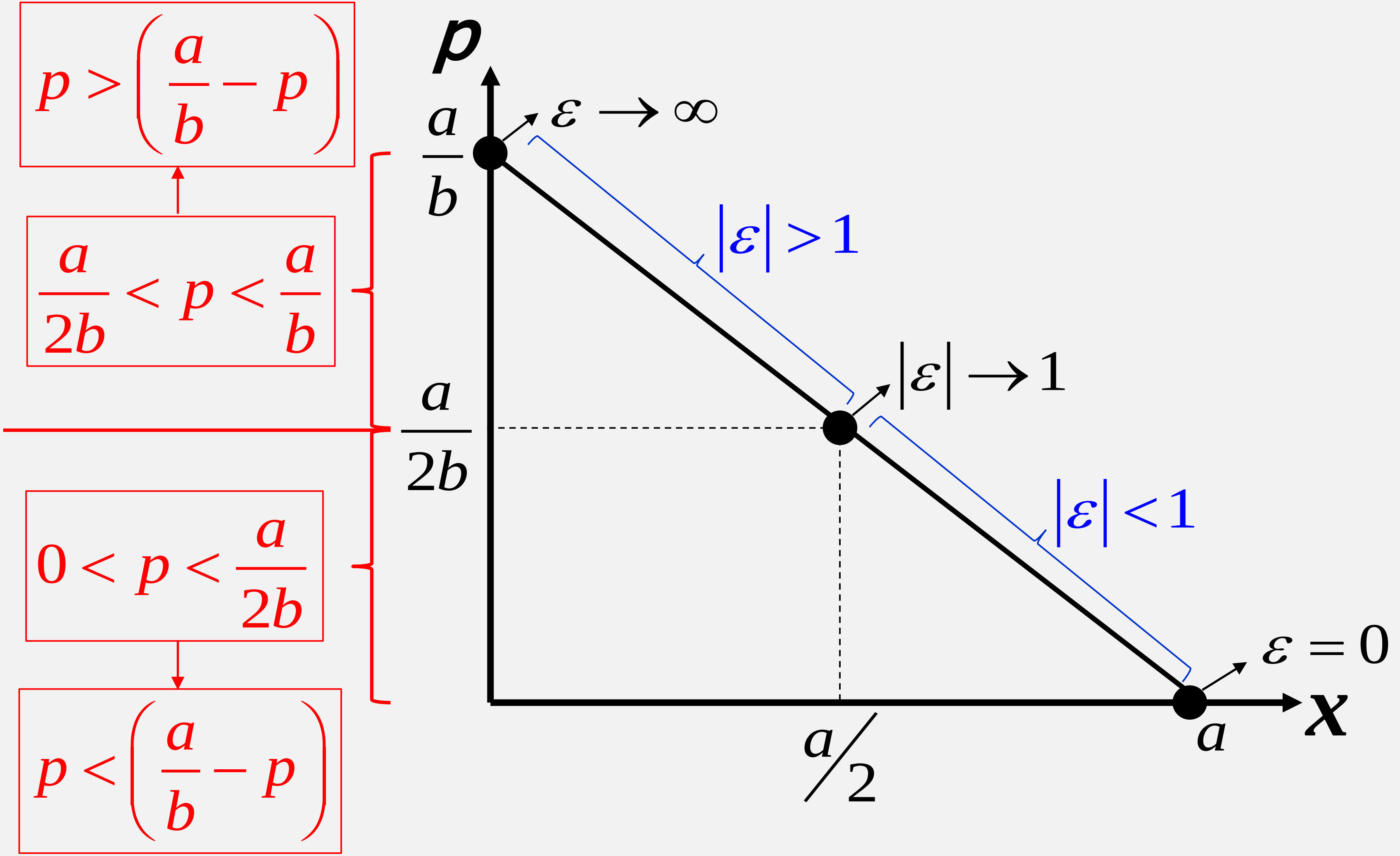
- Demanda Linear: $x = a - bp$

- A curva intercepta o eixo de preço quando $p = a/b$ e o eixo de quantidade quando $x = a$.

- A elasticidade preço da demanda é dada por:

$$\varepsilon = \frac{dx}{dp} \bullet \frac{p}{x} \rightarrow \varepsilon = -b \bullet \frac{p}{a - bp} \rightarrow \boxed{\varepsilon = -\frac{p}{\frac{a}{b} - p}}$$

- **Notar que:**
  - **Numerador** → distância entre a origem e o preço.
  - **Denominador** → distância entre o preço no cruzamento da curva de demanda com o eixo vertical (a/b) e o preço correspondente ao ponto da curva de demanda para o qual se pretende calcular a elasticidade preço da demanda



$p > \left(\frac{a}{b} - p\right)$
$\frac{a}{2b} < p < \frac{a}{b}$
$0 < p < \frac{a}{2b}$
$p < \left(\frac{a}{b} - p\right)$
p
$\frac{a}{b}$
$\varepsilon \to \infty$
$|\varepsilon| > 1$
$|\varepsilon| \to 1$
$\frac{a}{2b}$
$|\varepsilon| < 1$
$\varepsilon = 0$
x
$a/2$
a

- Assim, a **afirmativa é falsa**, pois ao contrário do que é afirmado, a elasticidade preço da demanda é, em módulo, superior a 1 no trecho entre o ponto médio da curva de demanda e o ponto no qual ela cruza o eixo *do preço*.
- No trecho entre o ponto médio da curva de demanda o e ponto no qual ela cruza o eixo da quantidade, essa elasticidade é, em módulo, menor do que 1.

(2) Não há pontos em uma curva de demanda linear que apresentem elasticidade preço infinita; **F**

- Conforme vimos, a elasticidade preço da demanda tende a infinito quando o preço se aproxima por baixo do preço que zera a quantidade demandada

(3) Não há pontos em uma curva de demanda linear que sejam perfeitamente preço-inelásticos; **F**

- Como vimos, no ponto da curva de demanda linear correspondente a $p = 0$, ou seja, no ponto de cruzamento dessa curva com o eixo da quantidade, a elasticidade preço da demanda é nula (perfeitamente preço inelástica).

(4) Os bens são ditos substitutos quando a elasticidade preço cruzada da demanda é negativa. **F**

- A elasticidade cruzada da demanda mede a variação percentual no preço de um bem dada uma alteração percentual no preço de outro bem.
- Logo, quando o preço do bem y aumenta e isso provoca uma elevação na quantidade demandada de do bem x, a elasticidade cruzada será positiva, indicando que os bens são substitutos.

QUESTÃO 06

Com relação à Teoria da Produção no curto prazo, indique quais entre as afirmações abaixo são verdadeiras:

- **Função de Produção:** nos mostra a quantidade máxima de produto que pode ser obtida através da utilização de certas quantidades de fatores de produção.
  - Dito de outra forma, escolhido um processo de produção, a função de produção serve para quantificá-lo.
- No curto prazo assume-se fixo o estoque de capital. Portanto:

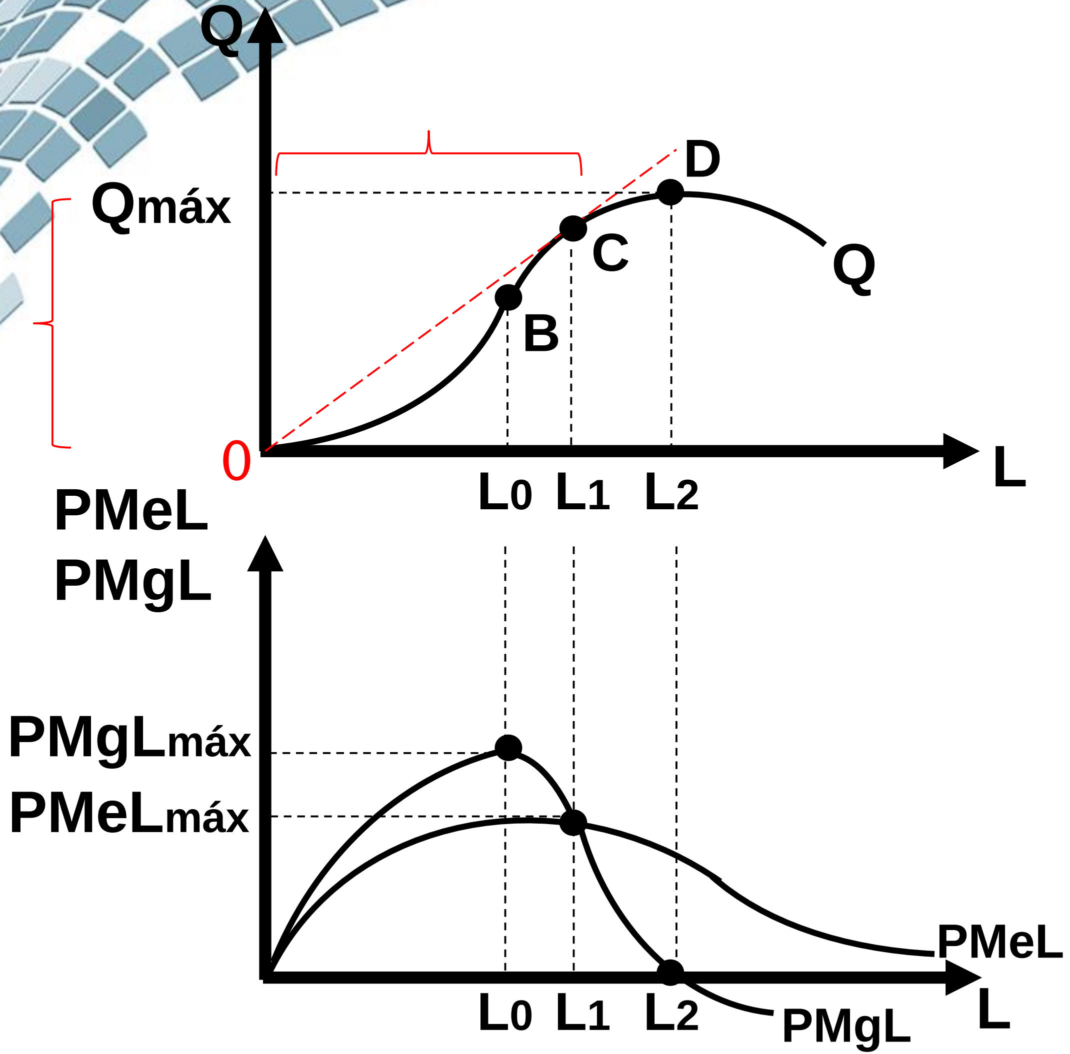
$$\boxed{Q = \overline{A} f\left(\overline{K}, L\right)}$$

- **Produto Total = Q**
- **Produto Médio do Trabalho:** $PMeL = \frac{Q}{L}$
- **Produto Marginal do Trabalho:** $PMgL = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$

$$De\ uma\ forma\ geral: \begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial L} > 0 \ e \ \frac{\partial^2 Q}{\partial L^2} < 0. \\ \\ \frac{\partial Q}{\partial K} > 0 \ e \ \frac{\partial^2 Q}{\partial K^2} < 0. \end{cases}$$

→ Produtividades marginais positivas e decrescentes.

- Isto ocorre devido a ***lei dos rendimentos marginais decrescentes.***
  - Mantendo-se a tecnologia e todos os insumos, exceto um deles, constante, conforme são adicionados incrementos iguais do insumo variável, a taxa resultante de aumento do produto irá diminuir, a partir de certo ponto.
  - Dito de outro modo, depois de um certo ponto, o produto físico marginal do insumo variável irá diminuir.


Q
D
Qmáx
C
Q
B
0
L
L0 L1 L2
PMeL
PMgL
PMgLmáx
PMeLmáx
PMeL
L0 L1 L2
PMgL
L

- **Observações:**
  1) Com trabalhadores adicionais, produto (*Q*) aumenta, atingindo um máximo e então diminui.
  2) O produto médio do trabalho (*PMeL*), ou produto por trabalhador, aumenta e então diminui.
  3) O produto marginal do trabalho (PMgL), ou produto do trabalhador adicional, inicialmente aumenta rapidamente, depois diminui e fica negativo.

- **Ponto B**
  - Até esse ponto o produto cresce à taxas crescentes, ou seja, o produto marginal é crescente até B. Como, a partir desse ponto, o produto total começa a crescer à taxas decrescentes, devido a lei dos rendimentos marginais decrescentes, B é o ponto de máximo da PMgL.

- **Ponto D**
  - Ponto de produto total máximo. Desta forma, já foram esgotados os acréscimos possíveis ao produto, ou seja, o PMgL é igual a zero nesse ponto.

- **Ponto C**
  - Ponto de máximo do produto médio. Como PMeL = Q / L, podemos quantificá-lo em qualquer ponto, como em C, calculando $0\text{-}Q_{máx} / 0\text{-}L_1$. Como tal cálculo mede a inclinação da reta que sai da origem e toca na FDP, podemos dizer que o produto médio será máximo no ponto em que tal reta for mais inclinada, o que ocorre no ponto C.
  - Nesse mesmo ponto, os produtos médio e marginal são iguais, pois como a PMgL mede a variação da quantidade proveniente de uma alteração na quantidade de mão de obra, ela pode ser calculada, em qualquer ponto, através da inclinação da reta tangente que passa por esse ponto.

- **Algumas Conclusões:**
  - Quando a *PMgL* = 0, *Q está no seu* máximo.
  - Quando a *PMgL > PMeL, a PMeL é crescente.*
  - Quando a *PMgL < PMeL, a PMeL* é decrescente.
  - Quando *PMgL = PMeL, a PMeL é máxima.*

(0) O produto marginal é zero quando o volume produzido é máximo; **V**

- Conforme vimos, a afirmação é verdadeira: $\frac{\partial Q}{\partial L} = 0 \Rightarrow Q_{máx}$

(1) O produto médio é decrescente quando o produto marginal é maior do que o produto médio; **F**

- Como vimos, se o PMgL > PMeL, os acréscimos no produto, dada a contratação de um novo trabalhador, são maiores do que a média. Portanto, nesse caso, a média aumenta (PMeL↑).
- Logo, PMgL > PMeL implica em um PMeL crescente.

(2) O produto marginal deve ser igual ao produto médio quando este último é máximo; V

- Como vimos, a inclinação de FDP em um ponto (inclinação da reta tangente que passa por esse ponto) mede a PMgL. No ponto de máximo do PMeL essa inclinação coincide com a inclinação da reta que sai da origem e toca a FDP nesse ponto (PMeL).
- Portanto, no ponto de máximo do PMeL, temos PMgL = PMeL.

(3) A lei dos rendimentos marginais decrescentes resulta da queda na qualidade de unidades adicionais do insumo variável; F

- Mesmo assumindo homogeneidade da força de trabalho, vale a lei dos rendimentos marginais decrescentes.

(4) Avanços tecnológicos anulam a operação da lei dos rendimentos marginais decrescentes. F

- Um avanço tecnológico é representado por uma mudança na função de produção; desloca a FDP para cima, permitindo uma maior produção para qualquer quantidade do fator trabalho é uma mudança na função de produção.
- Entretanto, nada garante que, após essa mudança, deixe de prevalecer a lei dos rendimentos marginais decrescentes.

$$Exemplo:$$

$$FDP_1 : Q = ln\, L \rightarrow \frac{\partial Q}{\partial L} = \frac{1}{L}\left(Decrescente\right)$$

$$FDP_2 : Q = 2\, ln\, L \rightarrow \frac{\partial Q}{\partial L} = \frac{2}{L}\left(Decrescente\right)$$

- Logo, a lei dos rendimentos marginais decrescentes não foi anulada pelo avanço tecnológico.

QUESTÃO 07

Uma firma apresenta função de produção dada por $Y(K,L) = AK^{\alpha}L^{\beta}$. Julgue as afirmativas, considerando constantes os preços do produto e dos dois insumos:

(0) Se $A = 1$, $\alpha = \beta = 0{,}25$, então o produto marginal do trabalho será decrescente e a curva de custo total de longo prazo será convexa em relação à origem; V

- O item trata das características (produtividade, rendimentos de escala e custos) de uma função de produção do tipo Cobb-Douglas.

Rendimentos de Escala

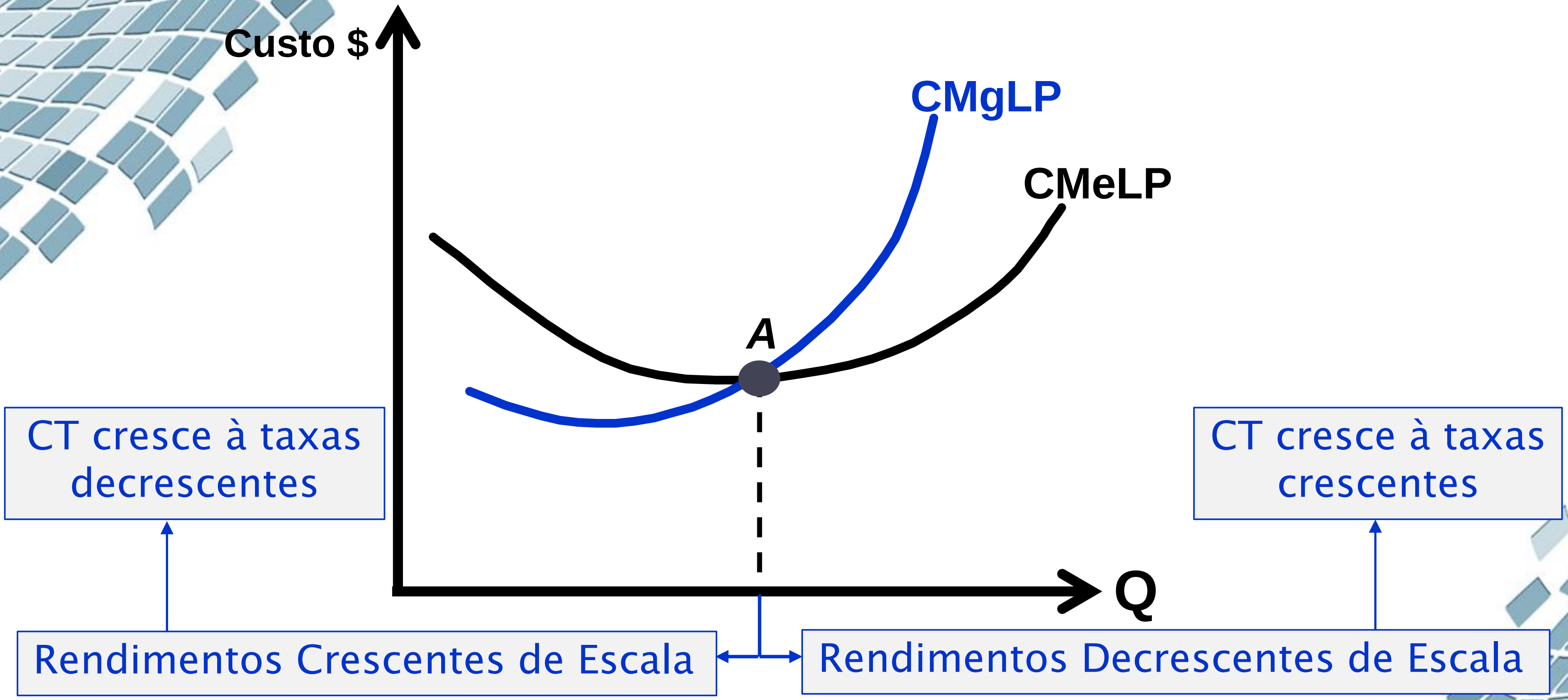
- **Rendimentos Crescentes de Escala**
  - Ao variarmos ambos os insumos proporcionalmente, a produção varia mais que proporcionalmente.
- **Rendimentos Constantes de Escala**
  - Ao variarmos ambos os insumos proporcionalmente, a produção também varia proporcionalmente.
- **Rendimentos Decrescentes de Escala**
  - Ao variarmos ambos os insumos proporcionalmente, a produção varia menos que proporcionalmente.

Custo Médio no Longo Prazo

- No longo prazo, a capacidade de variar a quantidade de capital permite que a empresa reduza seus custos via aumentos (ou diminuições) na escala de produção.

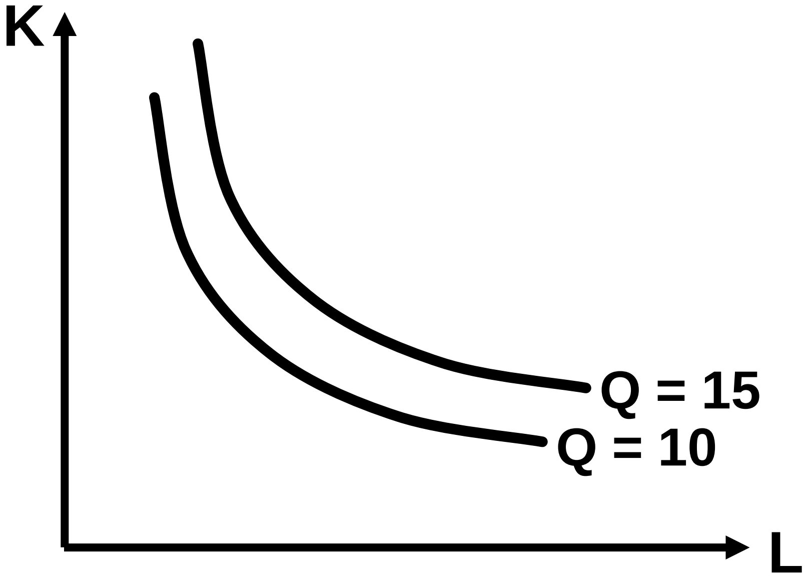
- Dessa forma, o que determina o formato das curvas de custo médio e marginal de longo prazo são, justamente, os rendimentos de escala, que podem ser crescentes, decrescentes ou constantes.

Custo Médio e Custo Marginal no Longo Prazo



Função de Produção Cobb-Douglas: $Q = AK^{a}L^{\beta}$

- **Isoquantas Convexas**
  - Existe substitutibilidade imperfeita entre os fatores de produção.



Função de Produção Cobb-Douglas: $\boxed{Q = AK^{a}L^{\beta}}$

- **Rendimentos de Escala**
  - Multiplique os fatores de produção não-rivais por uma constante arbitrária e observe o resultado.

$$\boxed{Q = A\left(\lambda K\right)^{\alpha}\left(\lambda K\right)^{\beta} \Rightarrow \left[AK^{\alpha}L^{\beta}\right]\lambda^{\alpha+\beta} \Rightarrow Q\lambda^{\alpha+\beta}}$$

- Logo:
  - Se $(\alpha + \beta) = 1 \Rightarrow$ Rendimentos Constantes de Escala
  - Se $(\alpha + \beta) > 1 \Rightarrow$ Rendimentos Crescentes de Escala
  - Se $(\alpha + \beta) < 1 \Rightarrow$ Rendimentos Decrescentes de Escala

Função de Produção Cobb-Douglas: $\boxed{Q = AK^{a}L^{\beta}}$

- **Produtividades Marginais e TMgS(K,L)**

$$\boxed{\begin{aligned} PMgL &= \frac{\partial Q}{\partial L} = \beta AK^{\alpha}L^{\beta-1} \\ PMgK &= \frac{\partial Q}{\partial K} = \alpha AK^{\alpha-1}L^{\beta} \end{aligned}}$$

$$\boxed{TMgS_{(K,L)} = -\frac{\frac{\partial Q}{\partial L}}{\frac{\partial Q}{\partial L}} = -\frac{PMgL}{PMgK} = -\frac{\beta AK^{\alpha}L^{\beta-1}}{\alpha AK^{\alpha-1}L^{\beta}} = -\frac{\beta K}{\alpha L}}$$

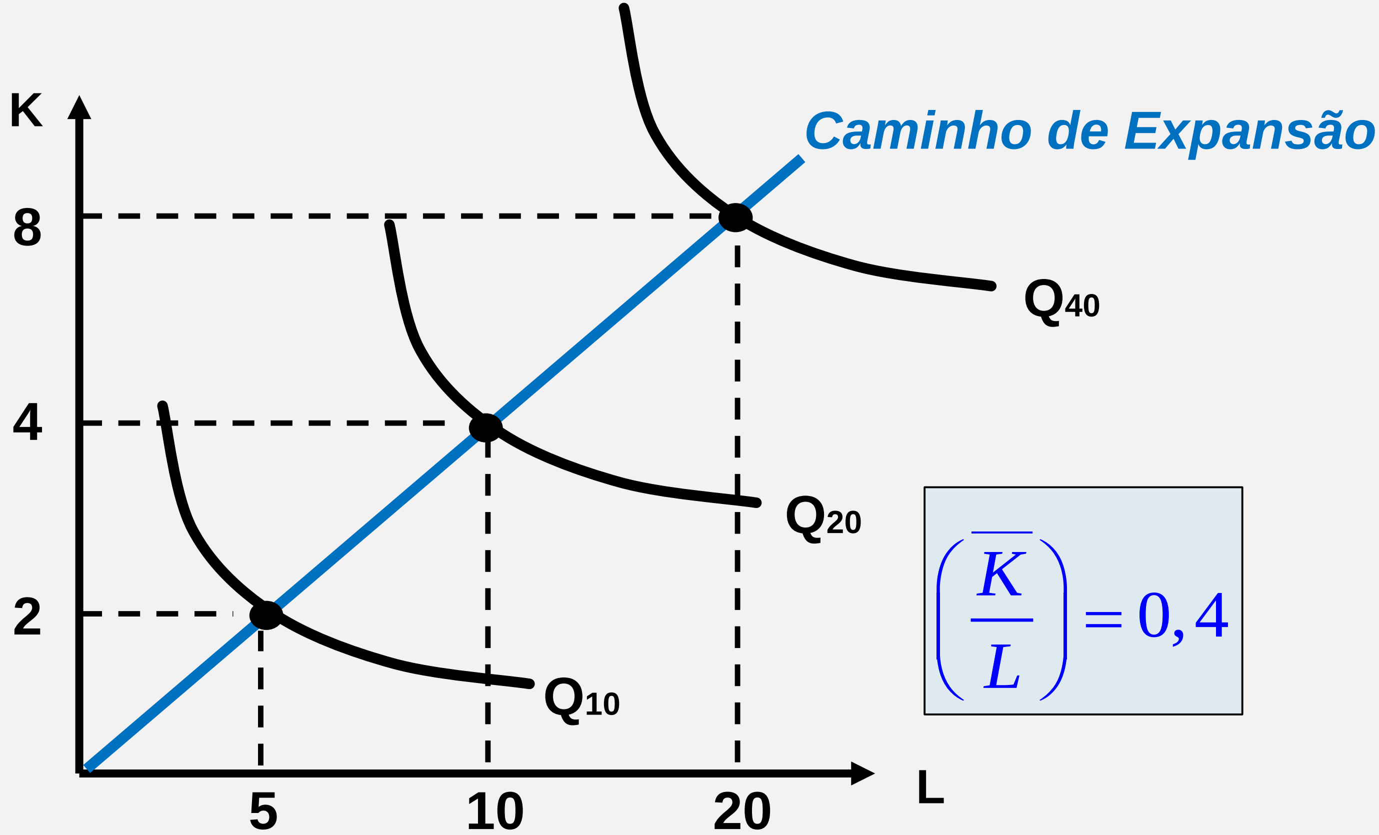
- **Com relação ao item (0) :**
- Como $\alpha = \beta = 0{,}25$: **i)** o produto marginal de ambos os fatores é positivo e decrescente e **ii)** a FDP apresenta retornos decrescentes de escala e, portanto, a curva de custo médio de longo prazo é crescente, com o custo total crescendo à taxas crescentes (convexa abaixo).

- **OBS.** não faz sentido falar que uma curva que passa pela origem é convexa em relação a ela. Portanto, houve um uso indevido da expressão “convexa em relação à origem” no presente item.
  - Parece que o autor da questão quis dizer que a curva de custo total de longo prazo é “convexa abaixo”, ou seja, “côncava acima”.

(1) Se $A = 2$, $\alpha = \beta = 0{,}5$, então qualquer plano radial que corta a função de produção, mantendo-se qualquer proporção capital-trabalho constante, resultará em cortes que são linhas retas; **V**

- Como $\alpha = \beta = 0{,}5$, temos $\alpha + \beta = 1$, o que implica na existência de rendimentos constantes de escala.
- Nesse caso, a razão capital trabalho é mantida constante para qualquer nível de produção, pois os dois fatores de produção variam na mesma proporção e, com isso, a função de produção também varia nessa proporção.

Rendimentos Constantes de Escala



$$\left(\frac{\overline{K}}{L}\right) = 0,4$$

(2) Se $A = 1$, $\alpha = \beta = 0{,}75$, então a curva de custo total no curto prazo será côncava em relação à origem, como também a função custo total no longo prazo; **F**

- Considerando o curto prazo, onde K é fixo, como a β < 1 (0,75), a função de custo de curto prazo será crescente a taxas crescentes, pois a PMgL é decrescente. Nesse caso, a curva de custo de curto prazo será convexa abaixo.

- Considerando o longo prazo, como $\alpha + \beta$ = 1,5 , a função de produção apresenta rendimentos crescentes de escala e, consequentemente, a função de custo total será crescente a taxas decrescentes. Portanto, em relação à quantidade produzida, curva de custo será côncava abaixo.

(3) Se $A = \alpha = \beta = 1$, então o custo marginal do capital no curto prazo será linear e a curva de custo médio de longo prazo será decrescente; **V**

- Como $\alpha = \beta = 1$, a função de produção apresenta retornos crescentes de escala. Como vimos, nesse caso, a curva de CMeLP é decrescente.

- **OBS.** estamos interpretando a expressão “custo marginal do capital no curto prazo” como o custo marginal de contratação do capital, com o preço do faros de produção (*r*) constante.

$$CMg_K = \frac{\partial(rK)}{\partial K}$$

- Nesse caso, teremos um CMg_K constante e igual a *r*. Portanto, uma função linear.

(4) Se $A = 1$ e $\alpha = \beta = 1{,}25$, então o custo marginal no curto prazo será crescente e as curvas de isoquantas não serão convexas. **F**

- As isoquantas de uma função de produção Cobb-Douglas são sempre convexas em relação à origem, independentemente dos coeficientes α e β (desde que positivos). Isso já torna a afirmação falsa.

- Quanto ao CMg:

$$FDP \to Y(K,L) = K^{1,25}L^{1,25}$$

- A demanda condicional por trabalho no curto prazo é dada por:

$$L^{\frac{5}{4}} = \frac{Y}{K^{\frac{5}{4}}} \to \boxed{L(Y,K) = \frac{Y^{\frac{4}{5}}}{K}}$$

- Com isso, a função de custo de curto prazo será dada por:

$$CT(Y,K) = wL + rK \rightarrow \boxed{CT(Y,K) = w\frac{Y^{\frac{4}{5}}}{K} + rK}$$

- Portanto, o CMgL será dado por:

$$\boxed{\frac{\partial CT(Y,K)}{\partial L} = \frac{4}{5}w\frac{Y^{-\frac{1}{5}}}{K}}$$

- Note que o CMgL é decrescente em relação a Y.

QUESTÃO 08

Com relação a um mercado perfeitamente competitivo, indique quais entre as afirmações abaixo são verdadeiras:

(0) Uma firma típica considerará os seus custos irrecuperáveis ao definir a quantidade ótima a ser produzida; **F**

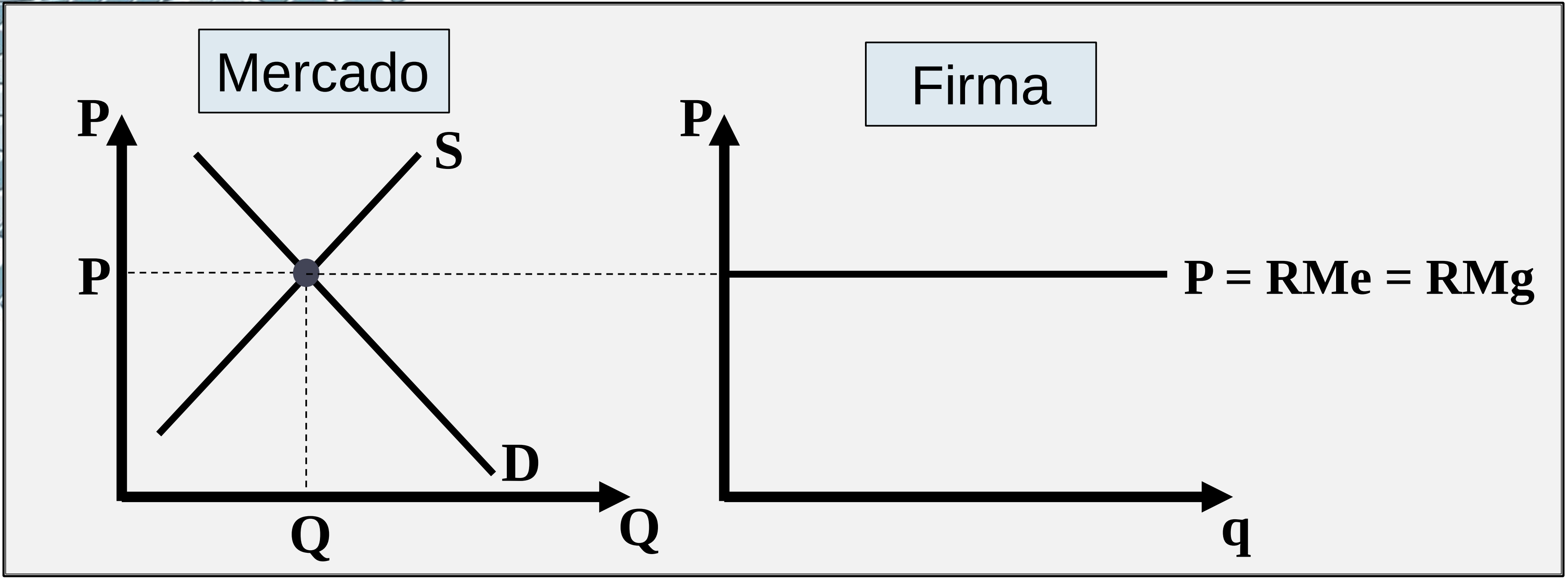
- **Custos Irreversíveis *(Sunk Costs)*** → representam despesas que já ocorreram e não podem ser recuperadas. Esses custos não devem afetar as decisões da firma.

- Dito de outra forma, em sua decisão de quanto produzir, a firma maximizadora de lucro deve considerar apenas os custos afetados pelo nível de produção.
    - Como os custos irrecuperáveis não são afetados pela decisão corrente de quanto produzir, não devem ser considerados.

(1) Uma firma típica encerrará suas atividades no curto prazo se o preço for igual ao custo variável médio; **F (somente de P < CVMe)**

- **Concorrência Perfeita: Hipóteses Básicas**
  - **Mercado Atomizado**: existe um grande número de empresas pequenas, de forma que qualquer uma delas individualmente não pode exercer qualquer influência sobre o preço.
  - **Produto Homogêneo:** os produtos de todos os vendedores são idênticos. Isso significa que os consumidores são indiferentes quanto à firma da qual eles adquirem o produto.
  - **Livre Mobilidade de Recursos**: os recursos podem entrar e sair do mercado de forma livre e imediata.
  - **Perfeito Conhecimento do Mercado**: os produtores e consumidores têm perfeito conhecimento de todas as informações, como preços e custos.

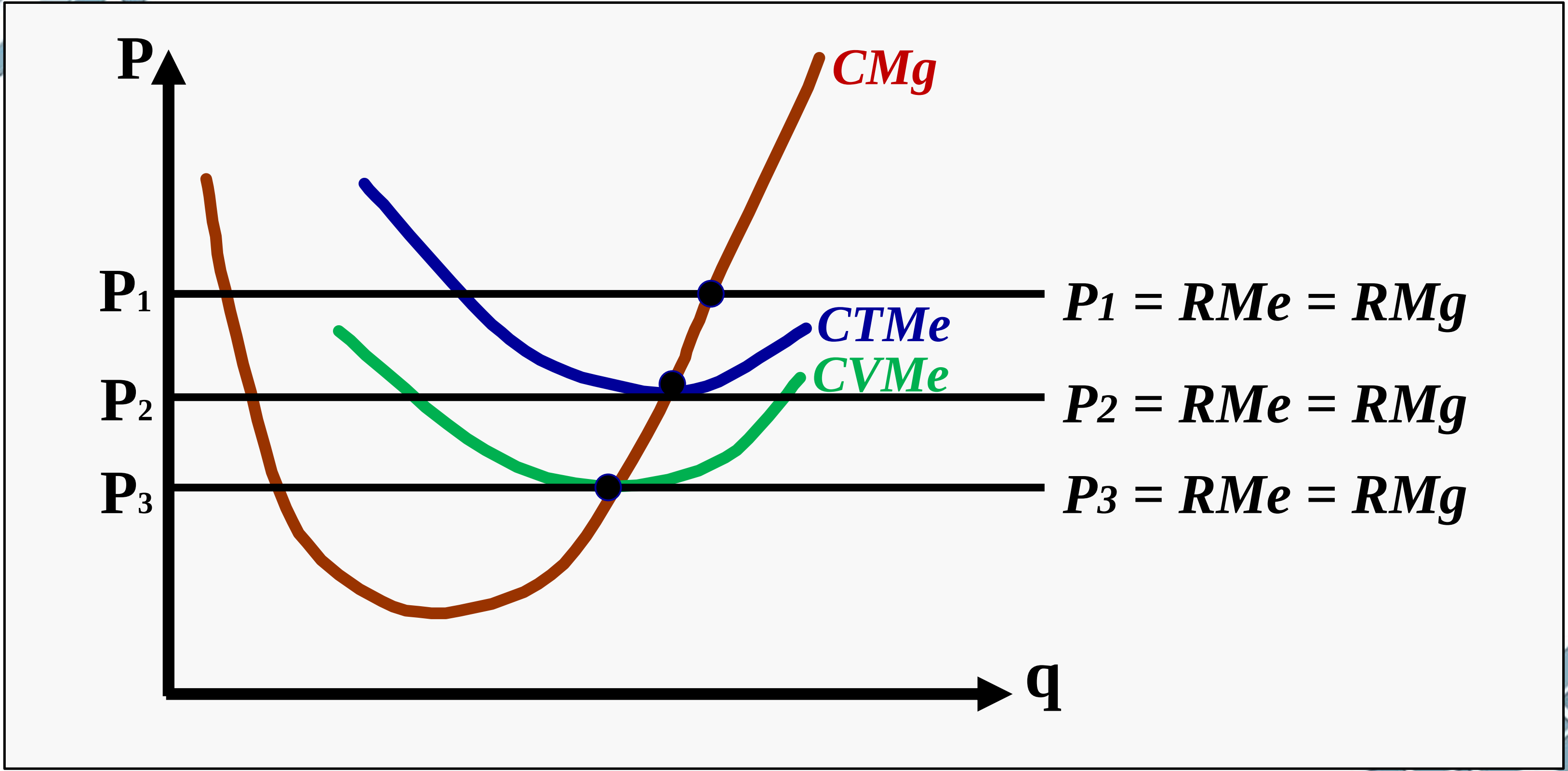
A Curva de Demanda da Firma Competitiva



- Pelas características vistas acima, a curva de demanda pelo produto da firma é horizontal, pois o preço é dado para ela (a firma é “tomadora” de preço). Dessa forma, a receita é uma função somente da quantidade.

Os Possíveis Equilíbrios no Curto Prazo

- A firma maximiza o lucro igualando a RMg ao CMg. Nesse caso, como RMg = P, a maximização lucros implica em P = CMg.



A Curva de Oferta da Firma e os Possíveis Equilíbrios

- Se o preço dado pelo mercado for P_3, a firma já realiza alguma produção no curto prazo, pois tal preço cobre os custos variáveis, embora a firma tenha prejuízo nessas condições.

- Se o preço for P_2, a firma opera com "lucros normais", pois ela ganha o mesmo que todas as outras, ou seja, o Lte, que considera o custo de oportunidade, é zero.

- Dado um preço maior que P_2, como P_1, a firma obtém o que chamamos de "lucro extraordinário".

- Como a firma só realiza alguma produção quando $P \geq CVM$ e maximiza lucros com $P = Cmg$ (já que $P = Rmg$), a curva de oferta da firma no curto prazo é a própria curva de custo marginal a partir do mínimo do CVM.

(2) A hipótese de produtos homogêneos não é relevante para que haja um preço único de equilíbrio no mercado; **F**

- A diferenciação de produtos, mesmo com um mercado atomizado, permite que as firmas cobrem preços diferenciados. Essa é, justamente, a diferença fundamental entre concorrência perfeita e concorrência monopólica.

(3) A hipótese de ausência de custos de transação na efetivação da demanda dos consumidores é importante para evitar que algum produtor usufrua de poder de mercado e comprometa o caráter perfeitamente competitivo do setor; **V**

- Havendo custos de transação envolvidos na venda do produto, se eles forem diferentes para produtores diferentes, produtores para os quais o custo de transação é menor passam a usufruir poder de monopólio, podendo praticar um preço diferente do que seria praticado em concorrência perfeita.

(4) Dispêndios elevados com pesquisa e desenvolvimento de novos produtos podem comprometer a hipótese de livre mobilidade dos fatores de produção. **V**

- A irreversibilidade dos investimentos em P&D impede a livre saída de capitais investidos com essa finalidade e, por definição, compromete a “livre” saída do setor.
- Adicionalmente, nesse tipo de estrutura de mercado, não faz sentido uma firma investir em P&D, pois as outras firmas poderiam, sem qualquer custo, copiar a inovação.

QUESTÃO 09

No Modelo de Liderança-Preço, a firma líder escolhe o preço que deseja cobrar, levando em conta em sua decisão o fato de que a empresa seguidora agirá como tomadora de preços ao maximizar seu próprio lucro. A demanda inversa enfrentada pelas firmas é $P = 100 - Q_t$, sendo Q_t a produção conjunta das duas firmas. Se as funções custo marginal da seguidora e da líder forem representadas respectivamente por $CMg_S = 4Q$ e $CMg_L = 0{,}4Q$, então:

- Resolvendo o problema:

$$P = 100 - Q_t \rightarrow \boxed{Q_t = 100 - P}$$

- A função de oferta da seguidora é encontrada igualando o seu custo marginal ao preço do produto (tomadora de preço):

$$\underbrace{4Q^s}_{CMg_S} = P \rightarrow \boxed{Q^s = \frac{1}{4}P} \rightarrow \boxed{\text{Quantidade produzida pela seguidora}}$$

- Logo, a demanda residual da empresa líder é dada por:

$$Q^L = Q^T - Q^s \rightarrow Q^L = \left(100 - P\right) - \frac{1}{4}P \rightarrow \boxed{Q^L = 100 - 1,25P}$$

- Para determinar a receita marginal da líder, inicialmente invertemos a função de demanda líquida:

$$Q^L = 100 - 1,25P \rightarrow \boxed{P = 80 - 0,8Q_L}$$

- Portanto, a Receita Total da firma líder é dada por:

$$RT_L = P \bullet Q_L \rightarrow RT_L = \left(80 - 0,8Q_L\right) \bullet Q_L$$

$$\boxed{RT_L = 80Q_L - 0,8Q_L^2}$$

- Logo, a receita marginal da firma líder é dada por:

$$RMg_L = \frac{dRT_L}{dQ_L} \rightarrow \boxed{RMg_L = 80 - 1,6Q_L}$$

- Podemos obter a produção ótima da firma líder igualando seu custo marginal à sua receita marginal.

$$RMg_L = CMg_L \rightarrow 80 - 1,6Q_L = 0,4Q_L \rightarrow \boxed{Q_L = 40}$$

- Substituindo na função de demanda da firma líder, obtemos o preço.

$$P = 80 - 0,8Q_L \rightarrow P = 80 - 0,8(40) \rightarrow \boxed{P = 48}$$

- A firma seguidora toma esse preço como dado e, com isso, produz a seguinte quantidade:

$$Q^s = \frac{1}{4}P \rightarrow Q^s = \frac{1}{4}(48) \rightarrow \boxed{Q^s = 12}$$

(0) A firma líder, ao cobrar mais caro, além de reduzir a demanda total, observa parcela maior da demanda atendida pela rival; **F**

- A firma líder e a seguidora cobram o mesmo preço e a líder atende 77% do mercado.

$$Q_T = Q_L + Q_s \rightarrow Q_T = \underset{\underset{77\%}{\downarrow}}{40} + \underset{\underset{33\%}{\downarrow}}{12} = 52$$

(1) A firma seguidora age como monopolista, levando em conta a função de demanda residual para o cálculo da sua receita marginal; **F**

- A empresa **líder** age como monopolista, levando em conta a função de demanda residual para o cálculo de sua RMg.
- A empresa seguidora se comporta como tomadora de preço.

(2) A função demanda residual inversa é dada por $P(q) = 80 - 0{,}8Q$; V

- Exatamente como calculamos.

(3) O preço escolhido pela líder será $P = \$48$; V

(4) A firma seguidora produzirá $Q = 16$. F

- Conforme calculamos, a quantidade produzida pela firma seguidora é 12.

QUESTÃO 10

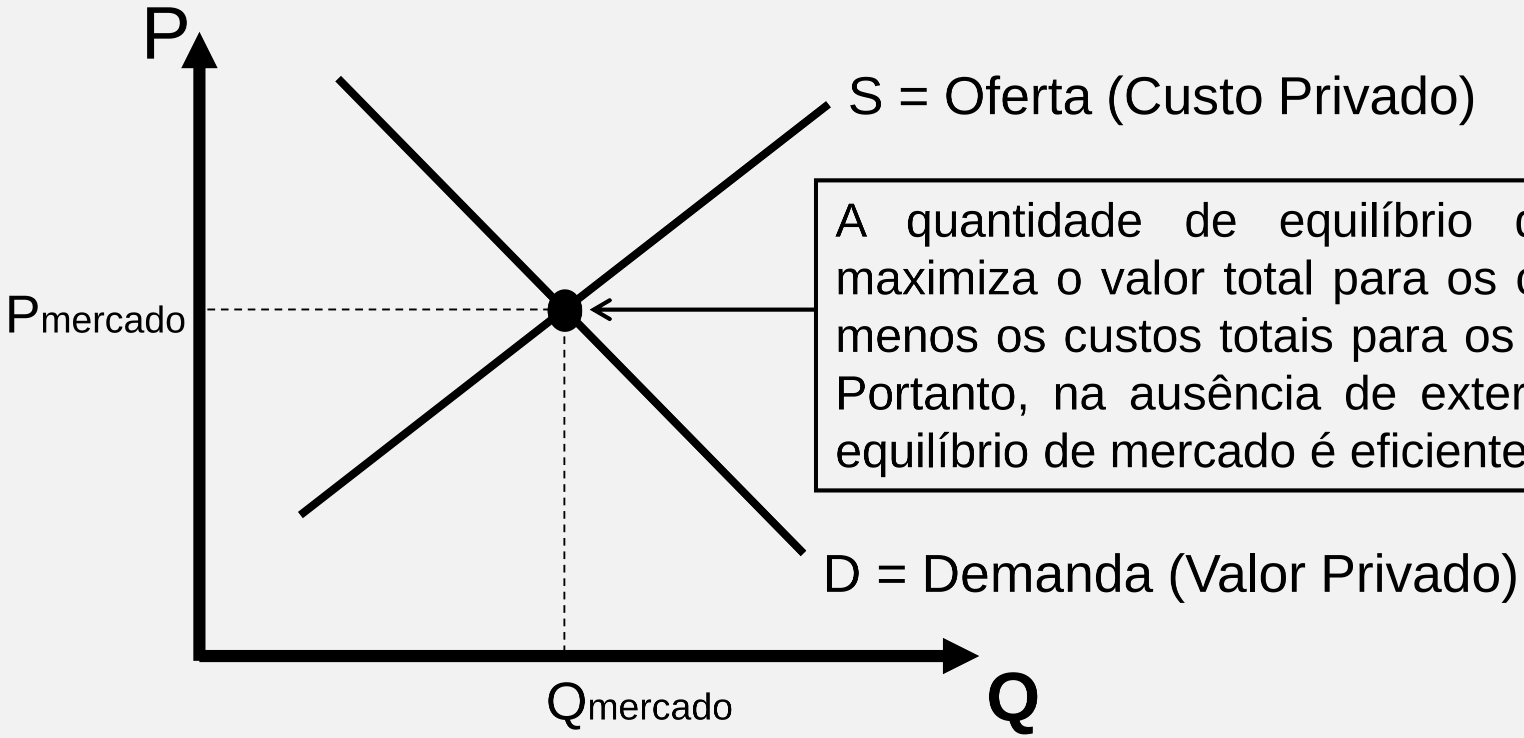
Com relação à Teoria das Externalidades, é correto afirmar:

(0) Quando uma atividade produz externalidades positivas, o nível eficiente de produção é alcançado quando o benefício marginal social é igual ao custo marginal da atividade; V

- Externalidades ocorrem quando as ações de um agente econômico impactam outro(s) agente(s) econômico(s) de forma não refletida nas transações de mercado.
  - Existe Impacto das ações de um agente sobre o bem estar de outro(s) agente(s), que não toma(m) parte na ação.
  - Inexiste pagamento ou recebimento de compensação pelo impacto sofrido.

- A externalidade é considerada uma falha de mercado; portanto, o excedente total não é maximizado.
- As externalidades podem ser classificadas como positivas ou negativas, e podem ocorrer por conta do consumo ou da produção.

Alocação de Mercado

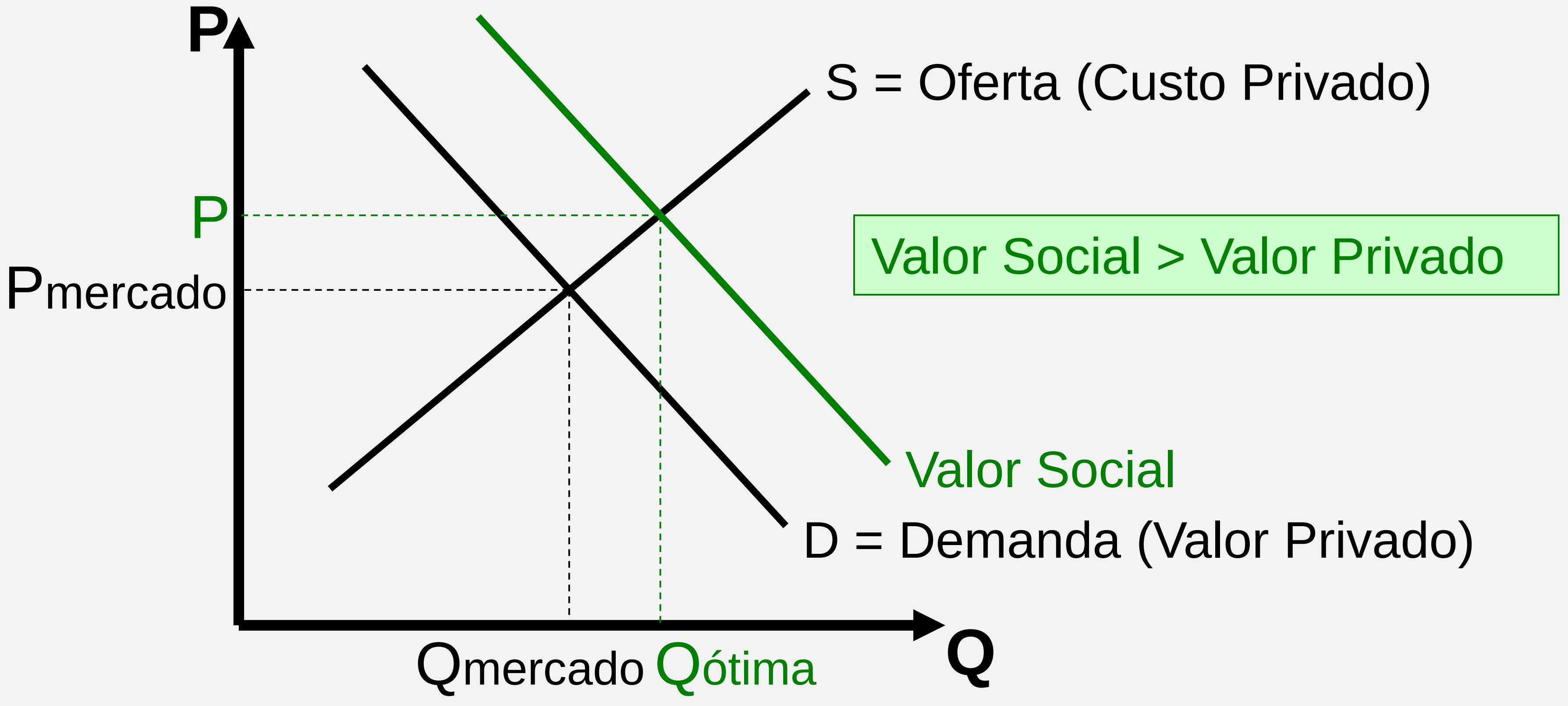


A quantidade de equilíbrio de mercado maximiza o valor total para os compradores menos os custos totais para os vendedores. Portanto, na ausência de externalidades, o equilíbrio de mercado é eficiente.

Externalidade Positiva: Educação e o Ótimo social

- Neste caso, a curva de demanda não reflete o valor do bem para a sociedade.
- O valor social do bem (BMgS) excede o seu valor privado .
- Como o valor social (BMgS) é maior do que o valor privado, a curva de valor social (BMgS) fica acima da curva de demanda (valor privado).
- A quantidade socialmente ótima é maior do que a quantidade de equilíbrio, que é determinada pelo mercado privado.
- No caso da externalidade positiva, o governo poderá internalizá-la ao lançar mão de um subsídio, de forma a fazed com que tenhamos BMgS = $CMg_{Privado}$.

Externalidade Positiva: Educação e o Ótimo social



(1) Quando o governo possui informações limitadas sobre os custos e os benefícios resultantes da redução da emissão de um poluente, e quando a curva de custo marginal social for muito inclinada e a curva de custo marginal da redução é plana, a imposição de um limite legal à quantidade de poluente que pode ser emitido é preferível a uma taxa sobre a emissão; V

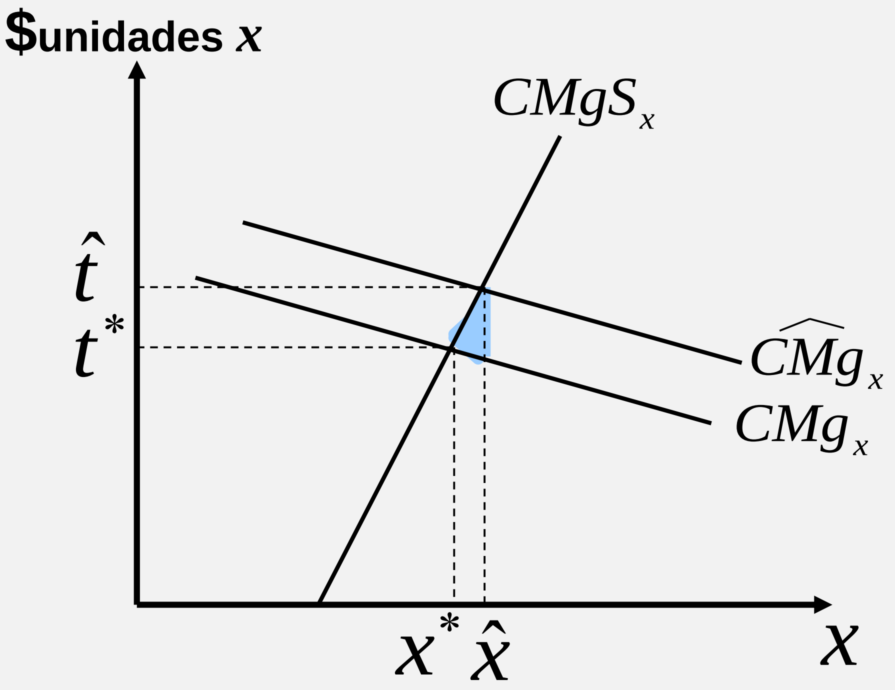
- No caso de um processo produtivo gerar externalidades negativas, a alocação de mercado não será eficiente, pois a quantidade ofertada pelo mercado será maior que a quantidade socialmente ótima, pois nesse caso, a firma estará decidindo pelo nível de produção considerando seu custo marginal privado e não o seu custo social.

- Para resolver esse problema (falha de mercado) o governo poderá induzir a firma a internalizar a externalidade, através da introdução de um imposto de Pigou ou, simplesmente, utilizar uma política de comando e controle (limite para a poluição).

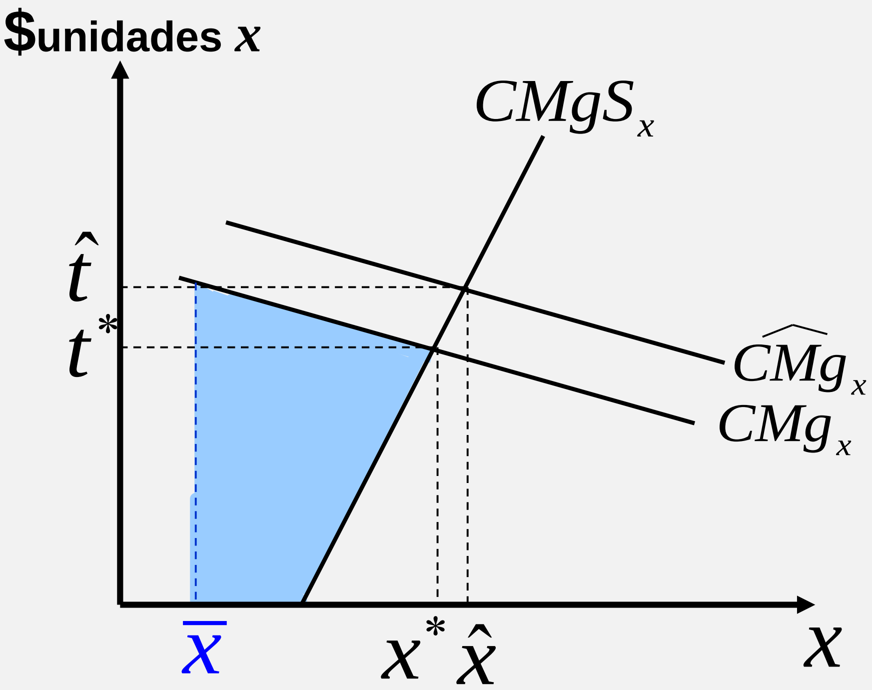
- Qual das duas alternativas é melhor, no caso em que:
  - o governo possui informações limitadas sobre os custos e os benefícios resultantes da redução da emissão de um poluente;
  - quando a curva de custo marginal social for muito inclinada e a curva de custo marginal da redução é plana.

- Os gráficos mostram uma curva de *CMgS*x (custo marginal social da poluição) bastante inclinada e uma curva de custo marginal de redução da poluição *CMg*x.
- O nível eficiente de poluição é x* e ele pode ser atingido através de uma política que restringe diretamente a emissão do poluente a esse nível, ou através de uma política que imponha um imposto de Pigou igual a *t** por unidade de poluente emitida.
- Suponha, como diz enunciado, que o governo conheça a curva de custo marginal social da poluição, mas apenas possa estimar a curva de custo marginal de redução da poluição.
  - Ao fazer essa estimativa, ele comete um pequeno erro e estima a curva $\widehat{CMg}_x$ e, consequentemente, avalia que o nível eficiente de poluição é dado por $\hat{x}$ e que esse nível de poluição pode ser atingido com um imposto de Pigou de $\hat{t}$ por unidade de poluição emitida.

Limite à Quantidade de Poluente (a)



Imposto s/ Emissão de Poluente (b)



- Caso o governo estabeleça que o nível máximo de poluição emitido seja igual a $\hat{x}$, a quantidade de poluição diferirá pouco da quantidade ótima e a perda de peso morto decorrente do excesso de poluição será dada pela pequena área em azul na figura a.

- Caso o governo estabeleça um imposto de Pigou no valor de $\hat{t}$, a quantidade total de poluição emitida será $\overline{x}$, significativamente inferior à quantidade ótima, e a perda de peso morto gerada será dada pela área azul na figura b.

(2) Se as empresas poluidoras possuem processos produtivos diferentes e diferentes custos de redução de emissões, taxas sobre a quantidade de poluente emitida podem ser preferíveis à imposição de um limite; V

- As taxas sobre as quantidades de poluentes emitidas pelas empresas (Imposto de Pigou) fazem com que estas reduzam sua poluição (internalizem a externalidade).

- Escolhendo o imposto correto para cada caso, pode-se eliminar a externalidade em diferentes processos produtivos onde, em cada caso, as firmas serão induzidas a considerar seu custo social de produção.

(3) Externalidades de difusão não geram falhas de mercado; F

- Externalidades de difusão, também conhecidas como externalidades de rede, ocorrem quando o consumo de um agente depende do consumo de outros agentes.
  - Uma Externalidade de Difusão Positiva (Efeito Cumulativo de Consumo) existe, se a quantidade de um bem demandado por um consumidor aumenta em resposta a um crescimento da demanda por parte de outros consumidores.
  - Uma Externalidade de Difusão Negativa (Efeito Esnobação) existe, se a quantidade de um bem demandado por um consumidor diminui em resposta a um crescimento da demanda por parte de outros consumidores.

- Portanto, no caso de uma externalidade de difusão positiva, podemos ter significativas falhas de mercado através da geração um equilíbrio no qual a maioria dos consumidores adquirem um produto apenas porque ele é usado por outros consumidores. Entretanto, eles estariam em uma situação melhor caso trocassem esse produto por um substituto considerado superior.
- Por exemplo, os softwares que usamos em nossos computadores podem não ser os mais eficientes tecnicamente, mas nós preferimos usá-los porque eles são compatíveis com os mesmos softwares empregados por outas pessoas, o que facilita a troca de arquivos e o trabalho comum.

(4) Mesmo que não haja intervenção governamental para a reciclagem do lixo, alguma reciclagem poderá ocorrer se os preços dos materiais novos forem muito elevados em relação ao material reciclado. V

- Se as firmas são maximizadoras de lucros, elas obterão a matéria prima de que necessitam através do processo de reciclagem, desde que o custo de obtenção dessa matéria prima por esse processo seja inferior ao custo de obtenção da mesma matéria prima através de outras fontes.

QUESTÃO 11

Com relação aos problemas de assimetria de informação, indique quais entre as afirmativas abaixo estão corretas:

(0) Seleção adversa diz respeito a uma ação não observável; F

- Seleção adversa ocorre quando uma das partes é incapaz de observar características da outra parte.
  - Por exemplo, uma empresa que comercializa seguro saúde.
- Nesse sentido, a seleção adversa está relacionada aos problemas de “tipo oculto” e não aos chamados problemas de “ação oculta”.

(1) Problemas morais dizem respeito a características não observáveis; **F**

- Problemas de *moral hazard ou risco moral,* ocorrem pela incapacidade de uma das partes do contrato de observar as ação de outra parte.
    - Por exemplo, qual será o comportamento de um indivíduo após contratar um seguro para o seu automóvel ? Isso aumentará a probabilidade de sinistro ?

- Portanto, são problemas associados à existência de “ações ocultas” e não de “tipo ou características ocultas”.

(2) Quando empresas de seguros reúnem informações sobre demandantes de seguros, diz-se que elas estão fazendo screening; **V**

- Screening (filtragem) é o processo através do qual as empresas de seguro procuram minimizar as assimetrias de informacionais relativas às características dos segurados.

(3) Certificações de produtos são uma forma de reduzir o "problema dos limões" decorrente de seleção adversa; V

- A falta de informação completa de um dos lados do mercado (comprador) tende a aumentar o risco de aquisição, reduzindo assim o valor percebido do bem.
- Nesse caso, os produtos de baixa qualidade expulsarão os produtos de alta qualidade do mercado.
- A certificação de um produto pode, sob certas circunstâncias, servir como um sinalizador, ou seja, um mecanismo que pode contribuir para atestar a maior qualidade do produto, reduzindo assim o problema da seleção adversa.
  - Claro, há de se analisar os custos e benefícios da certificação.

(4) Seguros com cobertura universal obrigatória podem ser uma forma de prevenir seleção adversa. ~~F~~ : V

- Paradoxalmente (pois, em geral, mais escolha é melhor), um plano de compra compulsório poderia minimizar esse problema.
  - Nesse caso, tanto os indivíduos com elevada probabilidade de ocorrência sinistro quanto os indivíduos com baixa probabilidade de ocorrência de de sinistro teriam que comprar o seguro, evitando assim a externalidade existente entre pessoas de alto e baixo risco.
  - Como “todos” devem participar, a seleção adversa é eliminada.

QUESTÃO 12

Uma firma é monopolista no mercado do bem (Y), que produz contratando trabalho (L) em um mercado competitivo. A demanda de mercado pelo bem é $Y = 100 - P$, a função de produção é dada por $Y(L) = \sqrt{L}$, sendo L a quantidade de trabalho empregado e $w = \$24$ o salário por unidade de L. Avalie:

(0) A curva da receita marginal do trabalho, dada pela multiplicação do produto marginal do trabalho pela receita marginal do bem, fica sempre acima da curva que representa o valor do produto marginal do trabalho, dada pela multiplicação do preço pelo produto marginal do trabalho; **F**

- No caso do monopolista, a RMg < P. Como o produto marginal do trabalho é positivo, caso ele seja multiplicado pela receita marginal da firma, devemos obter uma valor inferior ao que obteríamos multiplicando o mesmo produto marginal pelo preço de mercado ao qual ele é vendido.
- Desse modo, a curva de valor do produto marginal do trabalho deve ficar acima da curva de receita marginal do trabalho.

(1) A função receita marginal do trabalho é dada por $RMgL = \frac{50}{\sqrt{L}} - 2$; F

- A produtividade marginal do trabalho (PMgL) é dada por:

$$PMgL = \frac{dY}{dL} \rightarrow Como\ Y(Y) = \sqrt{Y} \rightarrow PMgL = \frac{1}{2\sqrt{L}}$$

- Invertendo a função de demanda: $P(Y) = 100 - Y$.

- Portanto, $P(Y) = 100 - Y$ é a função que informa o preço máximo que a firma pode cobrar caso queira vender Y unidades de seu produto.

- A receita total da firma em função da quantidade produzida é dada por:

$$RT(Y) = P \bullet Y \to RT(Y) = (100 - Y)Y \to RT(Y) = 100Y - Y^2$$

- Logo, a receita marginal é dada por:

$$RMg(Y) = \frac{dRT}{dY} \to RMg(Y) = 100 - 2Y$$

- A receita marginal do trabalho (*RMgL*) é dada pelo resultado da multiplicação do produto marginal desse fator de produção pela receita marginal da empresa. Portanto:

$$RMg_L = PMg_L \bullet RMg(Y) \to RMg_L = \frac{100 - 2Y}{2\sqrt{L}}$$

- Como $Y = \sqrt{L}$:

$$RMg_L = \frac{100 - 2\sqrt{L}}{2\sqrt{L}} \rightarrow \boxed{RMg_L = \frac{50}{\sqrt{L}} - 1}$$

(2) A firma maximizadora de lucros emprega quatro unidades de trabalho; V

- A firma maximizadora de lucro deve contratar a quantidade de trabalho que iguala a receita marginal do trabalho ao seu preço.

$$RMg_L = \frac{50}{\sqrt{L}} - 1 = 24 \rightarrow \sqrt{L} = \frac{50}{25} \rightarrow L = 4$$

(3) O preço de Y será p = \$96; **F**

$$Como\ L = 4\ e\ Y = \sqrt{L} \rightarrow Y = 2$$

$$Como\ P = 100 - Y \rightarrow \boxed{P = 98}$$

(4) Como a firma é monopolista, o valor marginal de uma unidade de trabalho é menor do que caso fosse uma firma competidora, embora a quantidade total de trabalho valha mais para a firma monopolista. ~~V~~

- A questão deveria ser anulada.

1) não está claro o significado de “valor marginal de uma unidade de trabalho”.
2) Sob que condições deve ser feita a comparação entre a empresa em concorrência perfeita e a empresa monopolista ?

QUESTÃO 13

O único agente de uma economia valoriza comida (C) e tempo de descanso (D). Suas preferências são representadas pela função, $U(D,C) = D^{1/5}C^{4/5}$, sendo descanso medido em horas diárias. As horas do dia não descansadas são dedicadas ao trabalho (L) de obter comida, segundo a função de produção $C = \sqrt{L}$. Apesar da existência de um agente, imagine que temos mercados competitivos com uma firma maximizando lucro, contratando trabalho no mercado de trabalho e um consumidor vendendo sua dotação de tempo, comprando de volta descanso e comida, a “preços de mercado”. Fixe em $1 o preço da hora de trabalho e considere P o preço da comida.

- Todas as respostas podem ser dadas de forma automática, após solucionarmos o modelo.

1) Produção e Lucro

$$Função\ de\ Produção \rightarrow C = \sqrt{L}$$

$$\boxed{PMgL \rightarrow \frac{dC}{dL} = \frac{1}{2\sqrt{L}}}$$

Sendo P o preço da comida, o valor do PMgL é dado por:

$$P \bullet PMgL \rightarrow \boxed{RMgL = \frac{P}{2\sqrt{L}}}$$

- A escolha relativa a quantidade de trabalho maximizadora de lucro por parte firma é obtida através da igualdade entre a RMgL e o preço do trabalho, por hipótese igual a 1.

$$\boxed{Máx.\ Lucro \rightarrow \frac{P}{2\sqrt{L}} = 1}$$

- Logo, a função de demanda de trabalho da firma é dada por:

$$\frac{P}{2\sqrt{L}} = 1 \rightarrow \sqrt{L} = \frac{P}{2} \rightarrow \boxed{L = \frac{P^2}{4}}$$

- O valor de seu produto será dado por:

$$\boxed{P \bullet \sqrt{L} \rightarrow P \bullet \sqrt{\frac{P^2}{4}} = \frac{P^2}{2}}$$

- Como o preço do trabalho é igual a 1, o custo da firma é dado por:

$$L \bullet 1 \rightarrow \frac{P^2}{4} \bullet 1 = \boxed{\frac{P^2}{4}}$$

- Portanto, o lucro total da firma pode ser calculado da seguinte forma:

$$\pi = \frac{P^2}{2} - \frac{P^2}{4} \rightarrow \boxed{\pi = \frac{P^2}{4}}$$

2) Equilíbrio do Consumidor

- Problema do Consumidor: escolher quanto consumir de descanso (D) e de comida (C), dada a restrição de que o valor da cesta de bens escolhida não pode ser superior ao valor de sua dotação inicial de 24 horas por dia que podem ser alocadas entre lazer e trabalho mais o lucro que ele recebe da firma:

$$P \bullet C + D \leq 24 + \pi \rightarrow \boxed{P \bullet C + D \leq 24 + \frac{P^2}{4}}$$

- A função utilidade é do tipo Cobb-Douglas, portanto a função de demanda por descanso é dada por:

$$\boxed{D^* = \frac{24 + \frac{P^2}{4}}{5}}$$

- A condição de equilíbrio leva em consideração o fato de que o tempo do consumidor deve ser igual a soma das demandas por D e L.

$$D + L = 24 \rightarrow \frac{24 + \frac{P^2}{4}}{5} + \frac{P^2}{4} = 24 \rightarrow \boxed{P^* = 8}$$

$$Como\ L = \frac{P^2}{4} \rightarrow L = \frac{(8)^2}{4} \rightarrow \boxed{L^* = 16}$$

- Trabalhando 16 horas, o lucro será igual a:

$$\pi^* = \frac{(8)^2}{4} \rightarrow \boxed{\pi^* = 16}$$

- O valor da renda do consumidor (dotação inicial mais o lucro da firma), será:

$$w^{*} = 24 + 16 \rightarrow \boxed{w^{*} = 40}$$

- Finalmente, a quantidade produzida e consumida de comida será:

$$C^{*} = \sqrt{L^{*}} \rightarrow C^{*} = \sqrt{16} \rightarrow \boxed{C^{*} = 4}$$

(0) Em equilíbrio, o lucro da firma será $\$15$; F : $\pi^* = 16$

(1) Em equilíbrio, $P = \$10$; F : $p^* = 8$

(2) O consumidor escolhe quatro unidades de comida; V : $C^* = 4$

(3) A renda nominal do consumidor, composta do valor da dotação de tempo mais o lucro da firma, é igual a $\$40$; V

(4) Se P cair pela metade do valor de equilíbrio, haverá excesso de oferta de trabalho, mas a somatória dos valores dos excessos de demanda pelos dois bens será nula. V

- Com P = 4, teremos: $L = \frac{(4)^2}{4} \rightarrow L = 4$

- Com isso, o lucro da firma passa a ser:

$$\pi = \frac{(4)^2}{4} \rightarrow \pi = 4$$

- Substituindo esse valor (P = 4) na função de demanda por descanso:

$$\boxed{D = \frac{24 + \frac{(4)^2}{4}}{5} \rightarrow D = 5{,}6}$$

- Assim, a soma das demandas do tempo do consumidor será:

$$\boxed{L + D = 4 + 5{,}6 = 9{,}6}$$

- Note que esse valor é inferior à oferta data pela dotação inicial de 24 horas de tempo por dia.
- Desse modo, a oferta de tempo (24 horas) será superior à quantidade demandada, havendo excesso de oferta.
- Não obstante, em virtude da lei de Walras, a soma dos valores dos excessos de demanda pelos dois bens será sempre igual a zero.

QUESTÃO 14

Dois colegas de quarto convivem diariamente por oito horas. Ambos possuem salário diário de $\$100$. Um deles, denominado A, estuda bateria, cujo som irrita B, que gosta de meditar em silêncio. As funções utilidades dos dois colegas, em função do dinheiro $\left(x_1\right)$ e horas de estudo $\left(x_2^A\right)$ para A e horas de silêncio para B $\left(x_2^B\right)$, são representadas por $U_A\left(x_1^A, x_2^A\right) = x_1 + ln\, x_2$ e $U_B\left(x_1^B, x_2^B\right) = x_1 + \sqrt{x_2}$. Se normalizarmos o preço do bem um para $\$1$ e representarmos o preço do segundo bem por P, então:

(0) Na ausência de custos de transação, a quantidade de barulho gerada neste caso não depende da forma como se define os direitos de propriedade, desde que estes sejam claramente estabelecidos; **V**

- O item trata do teorema de Coase.
- Note, inicialmente, que as preferências dos agentes são quase-lineares. Isso é uma exigência para que o teorema funcione. Adicionalmente, estamos ignorando a possibilidade de soluções de canto.
- Dito isso, o teorema de Coase garante que, na ausência de custos de transação, desde que os direitos de propriedades sejam bem definidos, os agentes deverão negociar até que um equilíbrio eficiente seja atingido, independentemente de como os direitos de propriedade sejam distribuídos.

- **Resolvendo o Problema**
- A condição de alocação interior eficiente da renda dos dois colegas e do tempo entre silêncio e estudo é dada pela igualdade entre as taxas marginais de substituição dos dois colegas.

$$TMgS_A = \frac{\dfrac{\partial U_A}{\partial x_1^A}}{\dfrac{\partial U_A}{\partial x_2^A}} = \frac{1}{\dfrac{1}{x_2^A}} \rightarrow \boxed{TMgS_A = x_2^A}$$

$$TMgS_B = \frac{\dfrac{\partial U_B}{\partial x_1^B}}{\dfrac{\partial U_B}{\partial x_2^B}} = \frac{1}{\dfrac{1}{2\sqrt{x_2^B}}} \rightarrow \boxed{TMgS_B = 2\sqrt{x_2^B}}$$

- Assim, qualquer que seja a distribuição inicial de direitos de propriedade sobre o tempo compartilhado, os dois colegas devem negociar até atingir um equilíbrio que respeite a igualdade entre as taxas marginais de substituição e o limite de oito horas de tempo compartilhado diariamente:

$$\text{Problema}\ \begin{cases} x_2^A = 2\sqrt{x_2^B} \\ x_2^A + x_2^B = 8 \end{cases}$$

$$2\sqrt{x_2^B} + x_2^B = 8 \rightarrow \boxed{x_2^B = 4} \rightarrow \boxed{x_2^A = 4}$$

- Logo, a solução implica em $\boxed{x_2^A = 4\ e\ x_2^B = 4.}$

(1) Coase afirma que, nas mesmas condições listadas no item anterior, A e B terão a mesma utilidade caso seja proibido ou permitido tocar bateria; **F**

- Definindo o “Direito de Propriedade”
  - Caso seja permitido tocar bateria, o colega A deverá vender 4 horas de silêncio para o colega B aumentando sua renda.
  - Caso seja proibido o uso da bateria o colega A deverá comprar o direito de tocar as 4 horas de bateria do colega B, tendo uma redução em sua renda.
- Assim, evidentemente, o colega A terá um nível de utilidade mais elevado quando é permitido tocar a bateria comparativamente a uma situação na qual isso não ocorre, acontecendo o contrário com o colega B.

(2) O preço P de equilíbrio geral nessa situação será unitário; **F**

- De acordo com o primeiro teorema do bem estar social, a solução de equilíbrio geral é uma solução eficiente. Portanto, nessa solução, as condições de eficiência deduzidas no item 0 devem valer. Logo:

$$TMgS_A = x_2^A = TMgS_B = 2\sqrt{x_2^B} \;,\; com\; x_2^A = x_2^B = 4$$

- Em equilíbrio devemos ter TMgS = P1/P2, em que P1 é o preço de uma unidade de renda e P2 é o preço no qual os dois colegas negociam a distribuição das horas compartilhadas entre silêncio e estudo de bateria.

$$TMgS = \frac{P_1}{P_2} \rightarrow 4 = \frac{1}{P_2} \rightarrow \boxed{P_2 = 0{,}25}$$

(3) Caso B detenha o direito ao silêncio, ele venderá por uma unidade monetária quatro horas de silêncio para A; V

- Em equilíbrio o agente B irá desfrutar de 4 horas de silêncio, ou seja: $x_2^B = 4$.
- Como o preço do silêncio é silêncio é 0,25, para adquirir as 4 horas de silêncio do agente B, o agente A deverá pagar 1 unidade monetária ao agente B.

(4) Caso A detenha o direito a fazer barulho, a demanda por silêncio de B é expressa por $x_2^B = \dfrac{1}{4P^2}$. V

- Ignorando a possibilidade de solução de canto, a condição de equilíbrio de B é que sua taxa marginal de substituição se iguale ao preço relativo.

$$TMgS_B = \frac{P_1}{P_2} \rightarrow 2\sqrt{x_2^B} = \frac{1}{P} \rightarrow \boxed{x_2^B = \frac{1}{4P^2}}$$

- Note que, como era de se esperar, com P = 0,25, $x_2^B = 4$.

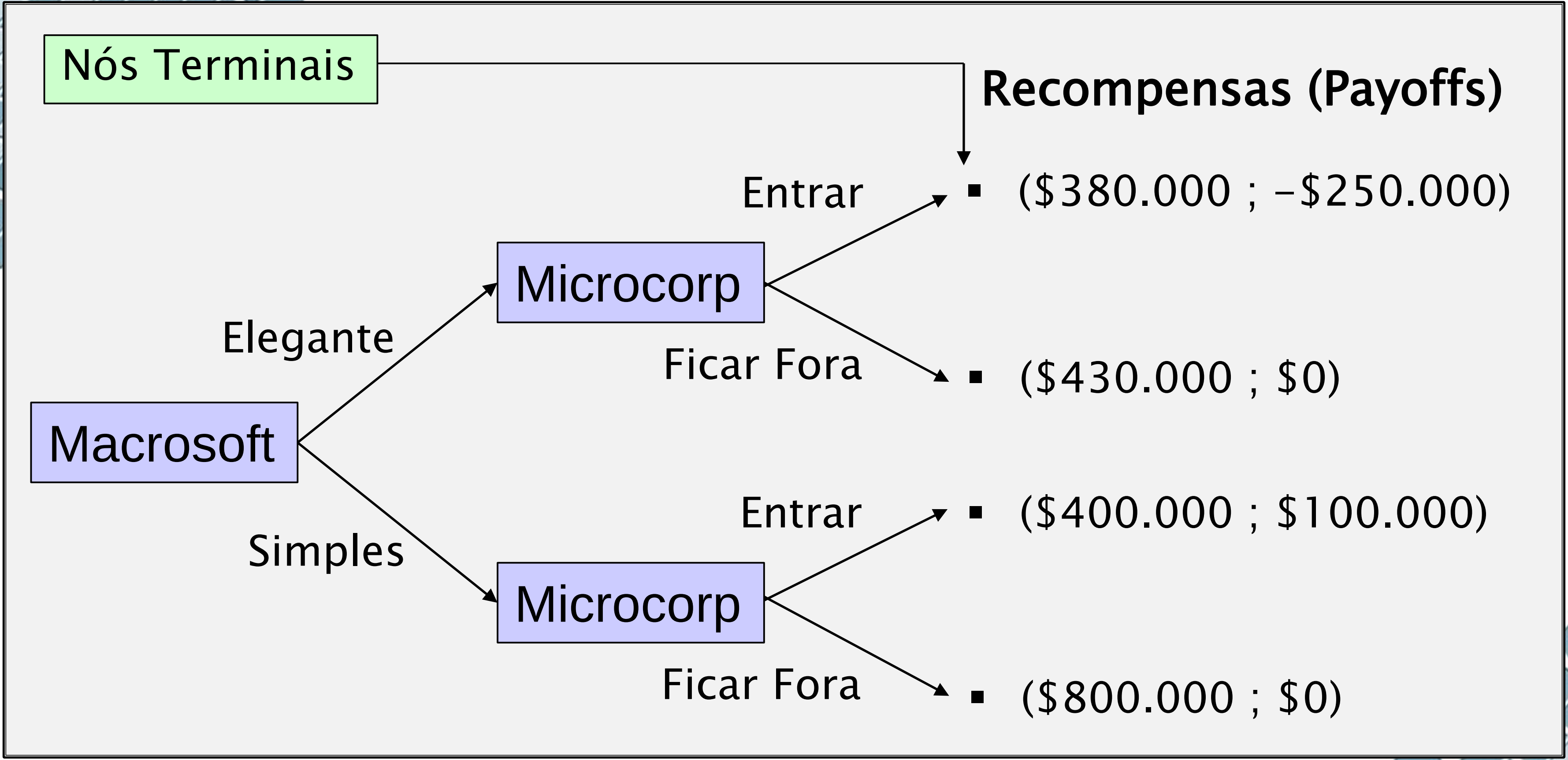
QUESTÃO 15

Com relação à modelagem de um jogo, é correto afirmar que:

- **Observações:**
- Suponha um jogo onde as decisões **não sejam simultâneas** → por exemplo, o jogador A escolhe primeiro, o jogador B observa a escolha de A e joga em seguida.
- Nesse caso, temos um **jogo sequencial**, cuja representação mais adequada ocorre através de uma **árvore de decisão** (representação do jogo na **forma extensiva**).
- **Árvores de Jogos:** precisamos especificar os movimentos dos jogadores, a ordem em que eles escolhem esses movimentos e a informação de que dispõem quando tomam decisões

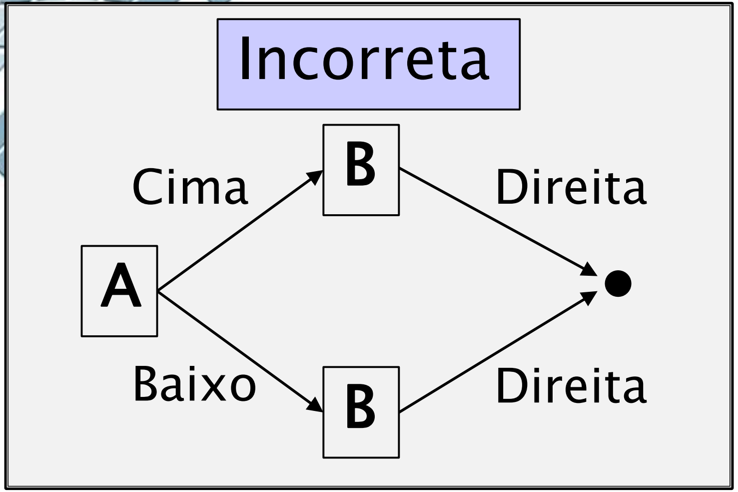
- **Uma Árvore é Composta de Nós e Ramos:**
- Cada **nó** representa um **ponto de decisão** para **um dos jogadores**; dizemos que ele **pertence ao jogador** que se move nesse ponto.
  - Os nós são representados por retângulos, dentro dos quais aparece o nome do jogador que se move naquele nó.
- Um **ramo** representa um **movimento possível para um jogador**. Todo ramo **liga dois nós**, e tem uma **direção**, que é representada por uma seta.
  - Se um ramo aponta de um nó N_1 , que pertence ao jogador A, a um nó N_2 que pertence ao jogador B, então A se move antes de B, e N_1 é o **predecessor imediato** de N_2.

Jogo da Propaganda entre a Macrosoft e a Microcorp



Regras:

1) Todo nó é imediatamente precedido por, no máximo, outro nó.



- O jogador B tem dois nós de decisão e os ramos que saem deles apontam para o mesmo nó terminal.
- Se o movimento do jogador A não tiver nenhum efeito sobre as recompensas, o nó de decisão dele deverá se descartado como inconsequente. Caso contrário (movimento de A afetar as recompensas) deveríamos ter dois nós terminais; um para cada movimento de A.

Regras:

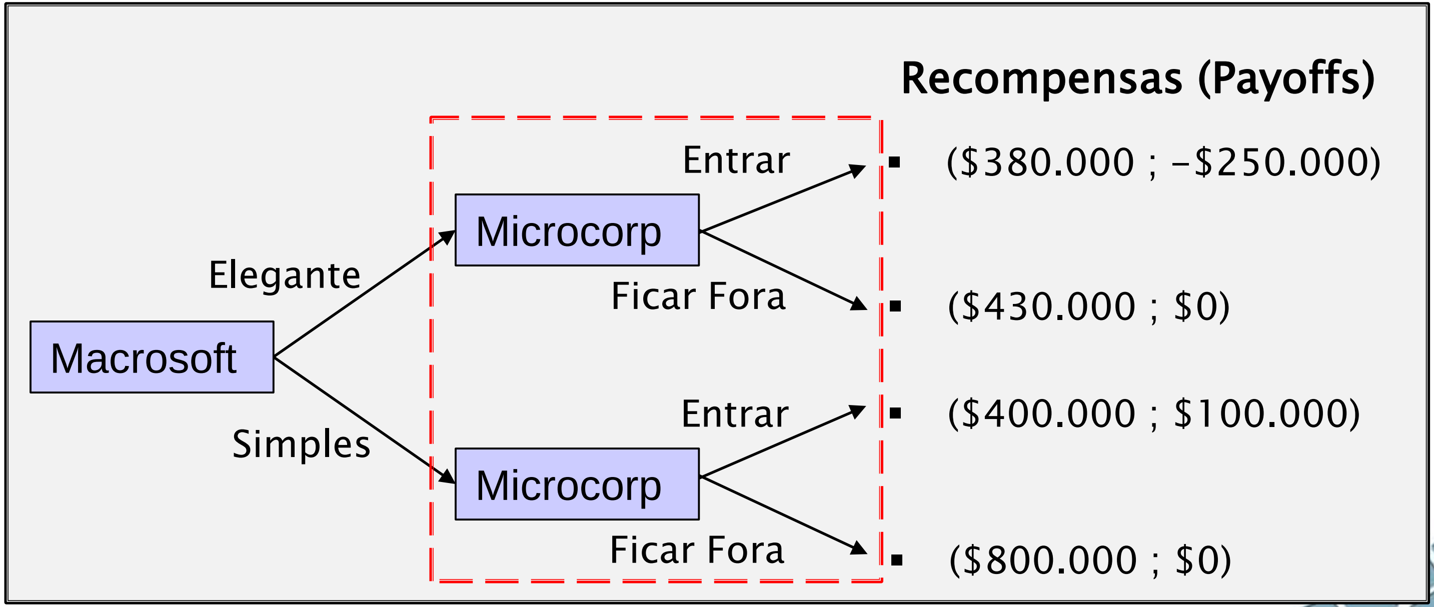
2) ***Nenhum caminho em uma árvore liga um nó de decisão a si mesmo.***
   - Isso evita movimentos circulares.

3) ***Todo nó é sucessor de um único nó inicial.***

4) ***Toda árvore de jogo tem exatamente um nó inicial.***

(0) Pode-se admitir que, ao se representar um jogo na forma estendida, nós pertencentes a um mesmo conjunto de informação sejam de jogadores diferentes; **F**

- Um conjunto de informação é um conjunto de nós decisórios nos quais o mesmo jogador deve escolher entre alternativas que se repetem em todos os nós.



(1) Na forma estendida, nós que pertençam a um mesmo conjunto de informação não podem apresentar diferentes conjuntos de ação; V

- Como acabamos de ver no item anterior

(2) Não é possível representar um jogo simultâneo na forma estendida; F

- Isso é feito em qualquer livro de teoria dos jogos...
  - Com o uso de conjuntos de informação, é possível representar um jogo simultâneo, simplesmente fazendo com que o conjunto de informação do “segundo jogador” coincida com o conjunto de nós decisórios que se seguem à escolha do primeiro jogador.

(3) Ao construirmos uma árvore em um jogo, todo nó deve ser precedido por, no máximo, um outro nó apenas; **V**

- Resposta automática. Trata-se da nossa regra 3.

(**4**) Todo nó na árvore de jogos deve ser sucessor de um único e mesmo nó inicial. **V**

- Resposta automática. Trata-se da nossa regra 4.