

ALEXANDRE ASSAF NETO



FINANÇAS
CORPORATIVAS
E VALOR

editions
atlas

Introdução

- Juro: recompensa pelo sacrifício de poupar no presente, postergando o consumo para o futuro
- Determina o custo de um crédito ou retorno de uma aplicação de capital
- Critérios de capitalização:
 - simples (linear)
 - compostos (exponencial)

2.1 Juros Simples

- Maioria das taxas de juros aplicadas no mercado financeiro são referenciadas pelo critério simples
- Juros incidem unicamente sobre o capital inicialmente aplicado ou alocado
- Encontra ampla aplicação prática em operações financeiras de curto prazo

2.1 Juros Simples

Fórmula do Montante (M):

$$M = C + J$$

Fórmula dos Juros (J):

$$J = C \times i \times n$$

Onde:

C = Capital inicial (principal)

i = taxa (linear) de juros

J = valor (em \$) dos juros

n = número de períodos

M = montante acumulado

2.1 Juros Simples

Fórmula do Montante e Capital desconhecendo-se o Juros:

$$M = C + [C \times i \times n]$$

Colocando-se C em evidência:

$$M = C \times [1 + i \times n]$$

ou

$$C = M / (1 + i \times n)$$

Onde:

C = Capital inicial (principal)

i = taxa (linear) de juros

J = valor (em \$) dos juros

n = número de períodos

M = montante acumulado

2.1.1 Taxa nominal e taxa proporcional

- Taxa nominal: Taxa de juros declarada
Prazo superior ao da incidência
Não corresponde a taxa efetiva
- Taxa proporcional: Típica do sistema de capitalização linear
Prazo igual ao da incidência
Ex: 3% a.m. é proporcional a 36% a.a.

2.1.1 Taxa nominal e taxa proporcional

Exemplo

Determinar o montante (M) e os juros (J) de uma aplicação de \$ 150.000,00 efetuada pelo prazo de oito meses à taxa de juros simples de 26,4% a.a.

Solução:

Montante

$$M = C [1 + i \times n]$$

$$M = \$ 150.000,00 [1 + 0,022 \times 8]$$

$$M = \$ 176.400,00$$

Dados

$$C = \$ 150.000,00$$

$$n = 8 \text{ meses}$$

$$i = 26,4\% / 12 \text{ meses}$$

$$= 2,2\% \text{ a.m.}$$

Juros

$$J = M - C$$

$$J = \$ 176.400,00 - \$ 150.000,00$$

$$J = \$ 26.400,00$$

2.2 Juros Compostos: Capital

- ✦ Encontra ampla aplicação prática em operações financeiras de médio e longo prazos
- ✦ Os juros incidem sobre o saldo acumulado (montante)
- ✦ O juro gerado em determinada operação é adicionado ao principal e serve de base para cálculo de juros posteriores

2.2 Juros Compostos: Capital

Fórmula do valor presente (PV):

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^n}$$

Fórmula do valor futuro (FV):

$$FV = PV \times (1+i)^n$$

Onde:

PV = valor presente (principal)

FV = valor futuro (montante)

i = taxa (exponencial) de juros

n = número de períodos

2.2 Juros Compostos: Capital

Exemplo

Se uma pessoa desejar obter \$ 200.000,00 dentro de um ano, quanto deverá aplicar hoje num futuro que rende 7% a.t.? Em outras palavras, qual é o valor presente dessa aplicação?

Solução:

Valor presente:

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^n}$$

Dados

$$FV = \$ 200.000,00$$

$$n = 4 \text{ trimestres}$$

$$i = 7\% \text{ a.t.}$$

$$PV = \frac{\$ 200.000,00}{(1,07)^4}$$

$$PV = \$ 152.579,00$$

2.2 Juros Compostos: Capital

Exemplo

Determinar a taxa mensal de juros de uma aplicação de \$ 120.000,00 que gera um montante de \$ 130.439,50 ao final de um semestre

Cálculo da taxa:

$$130.439,50 = 120.000,00 \times (1+i)^6$$

$$(1+i)^6 = \frac{130.439,50}{120.000,00}$$

$$(1+i)^6 = 1,086996$$

$$\sqrt[6]{1+i} = \sqrt[6]{1,086996}$$

$$1+i = \sqrt[6]{1,086996}$$

$$1+i = 1,014$$

$$i = 0,014 \text{ ou } 1,4\% \text{ a.m.}$$

Solução:

Dados

$$PV = \$ 120.000,00$$

$$FV = \$ 130.439,50$$

$$n = 6 \text{ meses}$$

2.2.1 Taxa equivalente e taxa efetiva

- ✦ Taxas equivalentes são as que geram montantes idênticos quando capitalizadas sobre um mesmo capital
- ✦ 20% a.s. e 44% a.a. são equivalentes pois produzem o mesmo montante em prazo idêntico

- ✦ Expressão:

$$i_q = \sqrt[q]{1+i} - 1$$

Onde:

i_q = taxa de juros equivalente relativa a uma parte de determinado intervalo de tempo

q = número de partes do intervalo de tempo considerado

2.2.1 Taxa equivalente e taxa efetiva

✚ Exemplo

Quais as taxas de juro mensal e trimestral equivalentes de 21% a.a.

Solução:

a) Taxa de juros equivalente
mensal

$$i = 21\% \text{ a.a.}$$

$$q = 12 \text{ meses}$$

$$i_{12} = \sqrt[12]{1,21} - 1$$

$$i_{12} = 0,016 \text{ ou } 1,6\% \text{ a.m.}$$

b) Taxa de juros equivalente
trimestral

$$i = 21\% \text{ a.a.}$$

$$q = 4 \text{ trimestres}$$

$$i_4 = \sqrt[4]{1,21} - 1$$

$$i_4 = 0,0488 \text{ ou } 4,88\% \text{ a.t.}$$

2.2.1 Taxa equivalente e taxa efetiva

✦ Exemplo

Financiamento de \$ 200.000,00, contratado à taxa nominal de 20% a.a. com capitalização semestral (proporcional)

$$FV = PV \times (1 + i)^n$$

$i = 20\%$ a.a.

$$FV = 200.000,00 \times (1,20)$$

$$FV = \$ 240.000,00$$

$i = 10\%$ a.s.

$$FV = 200.000,00 \times (1,10)^2$$

$$FV = \$ 242.000,00$$

Diferença ocorrida pelo prazo de capitalização ser diferente do prazo da taxa de juros

2.2.1 Taxa equivalente e taxa efetiva

Identidade de cálculo da taxa efetiva de qualquer operação, quando o prazo de capitalização não coincidir com o prazo definido pela taxa contratada e os juros forem distribuídos de forma proporcional nos períodos de capitalização

$$i_e = \left(1 + \frac{i}{z}\right)^z - 1$$

Onde:

z = número de períodos de capitalização da taxa contratada em determinado período de tempo

2.2.1 Taxa equivalente e taxa efetiva

✦ Exemplo

Determinar o montante de uma aplicação de \$ 60.000,00 efetuada pelo prazo de um ano à taxa de juros de 17,5% a.a. capitalizados trimestralmente

a) Capitalização de forma proporcional à taxa nominal

$$FV = PV \times (1 + i)^n$$

$$FV = 60.000,00 \times \left(1 + \frac{0,175}{4}\right)^4$$

$$FV = \$ 71.209,38$$

Taxa efetiva:

$$i_e = \left(1 + \frac{0,175}{4}\right)^4 - 1$$

$$i_e = 0,1868 \text{ ou } 18,68\% \text{ a.a.}$$

2.2.1 Taxa equivalente e taxa efetiva

b) Capitalização pelo uso da taxa trimestral equivalente composta

Taxa efetiva:

$$i_e = \sqrt[4]{1,175} - 1$$

$$i_e = 0,4114 \text{ a.t.}$$

$$FV = PV \times (1+i)^n$$

$$FV = 60.000,00 \times (1,04114)^4$$

$$FV = \$ 70.500,00$$

2.3 Juros Compostos: Série de Pagamentos ou Recebimentos

Operações que envolvem séries de pagamentos ou recebimentos:

- ✘ Determinação do custo de vários tipos de empréstimos e financiamentos (BNDES, por exemplo)
- ✘ Taxa de retorno de projetos de investimento
- ✘ Avaliação de ações

2.3.1 Séries de pagamentos ou recebimentos não uniformes

Quando as periodicidades não forem uniformes, o valor presente (PV) é obtido da seguinte forma:

$$PV = \sum_{j=1}^n \frac{CF_j}{(1+i)^j}$$

Onde:

CF_j = valor (fluxo de caixa) a ser recebido ou pago no período j

2.3.1 Séries de pagamentos ou recebimentos não uniformes

✘ Exemplo

O valor presente de uma dívida que deve ser paga em três parcelas mensais consecutivas de \$ 100.000,00, \$ 150.000,00 e \$ 20.000,00, respectivamente, à taxa de 1,2% a.m., é:

$$PV = \frac{100.000,00}{(1,012)} + \frac{150.000,00}{(1,012)^2} + \frac{200.000,00}{(1,012)^3}$$

$$PV = 98.814,23 + 146.463,78 + 192.969,40$$

$$PV = \$ 438.247,41$$

2.3.1 Séries de pagamentos ou recebimentos não uniformes

A identidade do valor (montante) para uma série de pagamentos ou recebimentos não uniformes pode ser expressa da seguinte maneira:

$$FV = \sum_{j=1}^n CF_j \times (1+i)^j$$

Onde:

CF_j = valor (fluxo de caixa) a ser recebido ou pago no período j

2.3.1 Séries de pagamentos ou recebimentos não uniformes

✘ Exemplo

O valor futuro ao final do mês 4 dos pagamentos mensais da dívida apresentada atinge:

$$FV = 100.000,00 \times (1,012)^3 + 150.000,00 \times (1,012)^2 + 200.000,00(1,012)$$

$$FV = 103.643,37 + 153.621,60 + 202.400,00$$

$$FV = \$ 459.664,97$$

2.3.2 Séries de pagamentos ou recebimentos uniformes

Quando as séries de pagamentos ou recebimentos de mesmo valor e periodicidade, o valor presente (PV) poderá ser obtido da seguinte forma:

$$PV = PMT \times \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

Onde:

PMT = valor de cada pagamento ou recebimento uniforme periódico

$\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$ = Fator de valor presente (*FVP*)

2.3.2 Séries de pagamentos ou recebimentos uniformes

✘ Exemplo

O valor presente de um bem que é pago em 10 prestações mensais e iguais de \$ 5.000,00, à taxa de juros de 2,0% a.m., é:

$$PV = 5.000,00 \times \frac{1 - (1,02)^{-10}}{0,02}$$

$$PV = 5.000,00 \times 8,982585$$

$$PV = \$ 44.912,93$$

Representa o preço à vista do bem, isto é, o valor máximo de pagamento à vista supondo uma taxa de desconto de 2% a.m.

2.3.2 Séries de pagamentos ou recebimentos uniformes

O valor futuro (FV) de uma série uniforme de fluxos de caixa é obtido por:

$$FV = PMT \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Onde:

PMT = valor de cada pagamento ou recebimento uniforme periódico

$\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ = Fator de valor futuro (*FVF*)

2.3.2 Séries de pagamentos ou recebimentos uniformes

✘ Exemplo

Suponha que uma pessoa tenha aplicado, ao final de cada mês, a quantia de \$ 4.000,00 mensalmente, durante 12 meses, numa conta de poupança que rende 1,5% a.m. Ao final do período, esse aplicador acumula a quantia de:

$$FV = 4.000,00 \times \frac{(1,015)^{12} - 1}{0,015}$$

$$PV = 4.000,00 \times 13,041211$$

$$PV = \$ 52.164,85$$

2.3.3 Coeficientes ou fatores de financiamento

Coeficiente de financiamento (CF) é a expressão que, quando multiplicado pelo valor do crédito, produz as prestações periódicas

$$CF = \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

Onde

$$\frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}} = \text{inverso do fator de valor presente}$$

2.3.3 Coeficientes ou fatores de financiamento

✘ Exemplo

O coeficiente de financiamento a ser pago em seis prestações mensais iguais, à taxa de 1,4% a.m., é de 0,174928, isto é:

$$CF = \frac{0,014}{1 - (1,014)^{-6}}$$

$$CF = \frac{0,014}{0,080033}$$

$$CF = 0,174928$$

2.3.4 Anuidades perpétuas

O cálculo do valor presente para fluxos de pagamento ou recebimentos com durações indeterminadas se dá seguinte forma:

$$PV = \frac{PMT}{i}$$

Onde

PV = valor presente

PMT = valor de cada pagamento ou recebimento uniforme periódico

i = taxa de desconto

2.3.4 Anuidades perpétuas

✘ Exemplo

Suponha uma renda mensal perpétua de \$ 1.000,00. O valor presente, à taxa de desconto de 1% a.m., é

$$PV = \frac{1.000,00^*}{0,01}$$

$$PV = \$100.000,00$$

* Esse raciocínio é muito utilizado em avaliação de ações

2.4 Conceitos Básicos de Taxa Interna de Retorno (IRR)

Taxa interna de retorno é a taxa que iguala, em determinado momento, a entrada de caixa com as saídas periódicas de caixa:

$$438.247,41 = \frac{100.000,00}{1,012} + \frac{150.000,00}{1,012^2} + \frac{200.000,00}{1,012^3}$$

No exemplo acima, os pagamentos mensais de \$ 100.000,00, \$ 150.000,00 e \$ 200.000,00 igualam-se a uma dívida de \$ 438.247,41 quando descontados à taxa de 1,2% a.m.

2.4 Conceitos Básicos de Taxa Interna de Retorno (IRR)

■ Exemplo

Uma instituição financeira concede um empréstimo de \$ 120.000,00, a ser resgatado por três pagamentos mensais de \$ 42.000,00. A IRR da operação é:

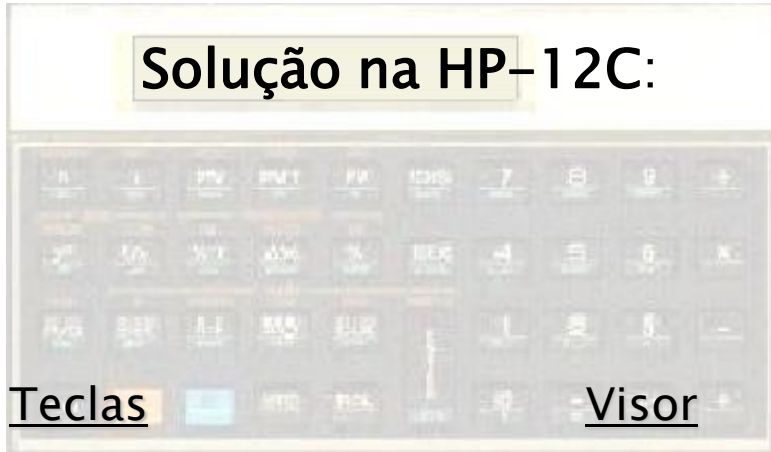
$$120.000,00 = \frac{42.000,00}{(1+i)} + \frac{42.000,00}{(1+i)^2} + \frac{42.000,00}{(1+i)^3}$$

Resolvendo a identidade, chega-se a:

$$\text{IRR } (i) = 2,48\% \text{ a.m.}$$

2.4 Conceitos Básicos de Taxa Interna de Retorno (IRR)

Solução na HP-12C:



<u>Teclas</u>	<u>Visor</u>
f FIN f REG	0,00
120.000,00 PV	120.000,00
42.000,00 CHS PMT	-42.000,00
3 n	3,00
i	2,48

Significado

Limpa registradores
Empréstimo concedido à empresa
Pagamentos mensais do resgate
Quantidade de pagamentos
Custo mensal da operação (IRR)

2.4.1 Taxa média de retorno (ou de custo) – \overline{IRR}

- É a taxa de desconto que iguala, em determinada data, todas as entradas e saídas de caixa oriundas das várias operações
- É utilizada tanto em operações de captação como de aplicação de recursos
- Exprime a rentabilidade média equivalente obtida pela empresa, em determinado período, na locação de recursos

BIBLIOGRAFIA

Parte I – Fundamentos de Administração Financeira

ASSAF NETO, Alexandre. *Matemática financeira e suas aplicações*. 7. Ed. São Paulo: Atlas, 2002.

ASSAF NETO. *Mercado financeiro*. 4. Ed. São Paulo: Atlas, 2002.

BODIE, Zvi; MERTON, Robert C. *Finanças*. Porto Alegre: Bookman, 1999.

CHEW, Donald H. *The new corporate finance*. 2. Ed. New York: McGraw-Hill, 2000.

CNBV – COMISSÃO NACIONAL DE BOLSA DE VALORES. *Mercado de capitais*. Rio de Janeiro: Campus: CNBV, 2001.

PORTERFIELD, James T. S. *Decisões de investimento e custo de capital*. São Paulo: Atlas, 1976. (Série Fundamentos de Finanças.)

SOLOMON, Ezra. *Teoria da administração financeira*. 3. Ed. São Paulo: Zahar, 1977.