CEO

Microeconomia - ANPEC

Teoria do Consumidor
Parte 1

Prof.: Antonio Carlos Assumpção

Tópicos Discutidos

- Preferências do Consumidor
- Restrição Orçamentária
- A Escolha por Parte do Consumidor

- Existem três passos envolvidos no estudo do comportamento do consumidor.

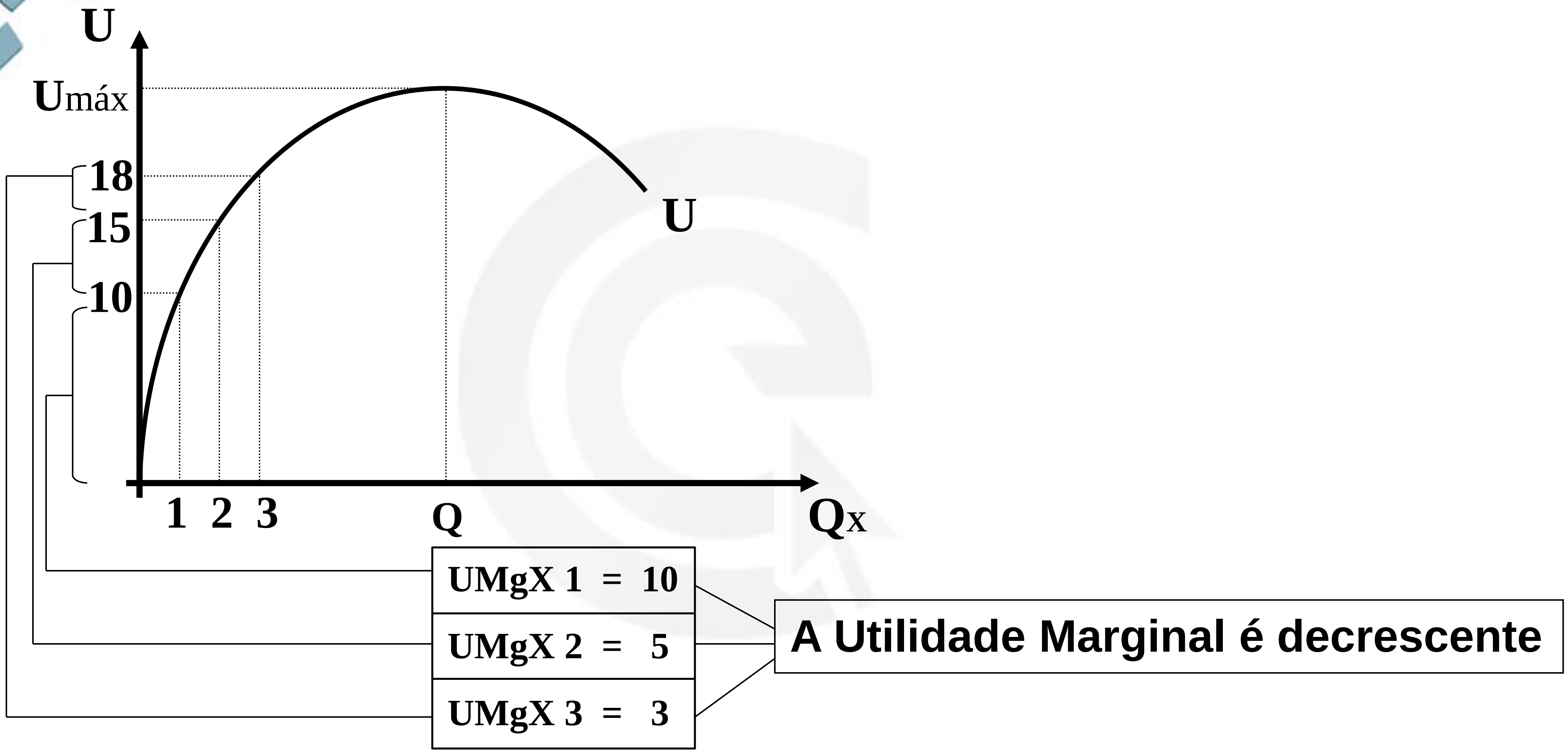
1) **Estudaremos as preferências do consumidor.**
   - Descrever como e porque as pessoas preferem um bem a outro.
2) **Estudaremos as restrições orçamentárias.**
   - Agentes econômicos possuem rendas limitadas e os preços dos bens e serviços são positivos.
3) **Finalmente, combinaremos as preferências do consumidor com as restrições orçamentárias para determinar a escolha por parte do consumidor.**
   - Qual combinação de bens os consumidores deverão comprar para maximizar sua utilidade.

Utilidade Cardinal

- Utilidade é o nível de satisfação que um indivíduo aufere ao consumir um bem ou serviço.
- Se pudéssemos quantificar a utilidade, teríamos o que se chama de **utilidade cardinal**.
- **Utilidade marginal** é o acréscimo (decréscimo) de utilidade que um indivíduo aufere ao consumir uma unidade adicional de um bem ou serviço.

$$\boxed{UMg_x = \frac{\Delta U}{\Delta x} = \frac{dU}{dx}}$$

Utilidade Cardinal



Como não podemos quantificar a utilidade, trabalharemos com o conceito de utilidade ordinal, onde ordenamos as preferências do consumidor.

Utilidade Cardinal x Ordinal

- **Utilidade** é a forma como os economistas representam as preferências
  - Entre duas combinações de bens, a que possuir utilidade mais elevada é a preferida.
    - Se tiverem a mesma utilidade, então o consumidor é indiferente entre as duas combinações.
- A **função utilidade ordena** as combinações de consumo alternativas.
  - A dimensão da diferença não é importante.
- Uma **transformação monotônica** de uma função utilidade é uma função utilidade que representa as mesmas preferências que a função utilidade original.

Preferências do Consumidor

- Um consumidor é um agente que deve escolher quanto consumir de cada bem.

- Uma **cesta de consumo ou cesta de bens** é um conjunto com quantidades específicas de uma ou mais mercadorias.

- Mais especificamente, uma cesta de consumo é um vetor $\mathbf{x} = (x_1, x_2, . . . , x_n)$, no qual x_1 é a quantidade consumida do bem 1, x_2 é a quantidade consumida do bem 2, e assim por diante.
  - Para possibilitar a apresentação gráfica das cestas de consumo, trabalharemos aqui com a hipótese de que há apenas dois bens – um dos bens pode ser pensado como reais gastos com todos os outros bens.

Preferências do Consumidor

- Nem toda cesta de bens concebível é fisicamente possível de ser consumida:
  - por exemplo, não é possível trabalhar mais do que 24 horas por dia.
- O conjunto de todas as cestas de bens fisicamente possíveis de serem consumidas é chamado **conjunto de consumo**, denotado por X.
- Assumiremos que o conjunto de consumo é o conjunto das cestas de bens que não contêm quantidades menores do que zero de qualquer bem.
  - No caso de dois bens, esse conjunto corresponde ao quadrante positivo do diagrama cartesiano.

Preferências do Consumidor

- Utilizaremos o símbolo $\succ$ para significar que uma cesta é **estritamente preferida** a outra, de modo que **x**$(x_1,x_2) \succ$ **y**(y_1,y_2) significa que o consumidor prefere de maneira estrita a cesta **x** a **y**.
- Se o consumidor mostra-se **indiferente** entre duas cestas de bens, utilizamos o símbolo ~ e grafamos **x**$(x_1,x_2) \sim$ **y**(y_1,y_2).
- Se o consumidor **prefere ambas as cestas** ou mostra-se **indiferente** na escolha entre elas, dizemos que ele **prefere fracamente x** a **y** e grafamos **x**$(x_1,x_2) \succsim$ **y**(y_1,y_2).

Preferências do Consumidor

- Essas relações de preferência estrita, preferência fraca e indiferença não são conceitos independentes.
- Por exemplo, se **x**$(x_1,x_2) \succsim$ **y**(y_1,y_2) e **y**$(y_1,y_2) \succsim$ **x**(x_1,x_2) , podemos concluir que **x**$(x_1,x_2) \sim$ **y**(y_1,y_2).
  - Se o consumidor considera a cesta **x** pelo menos tão boa quanto a cesta **y** e a cesta **y** pelo menos tão boa quanto a cesta **x**, então ele tem de ser indiferente entre as duas cestas.
- Também, se sabemos que **x**$(x_1,x_2) \succsim$ **y**(y_1,y_2) , mas também sabemos que esse **não é o caso** de **x**$(x_1,x_2) \sim$ **y**(y_1,y_2) , podemos concluir que **x**$(x_1,x_2) \succ$ **y**(y_1,y_2).
  - Se o consumidor julga que a cesta **x** é pelo menos tão boa quanto a cesta **y** e ele não se mostra indiferente entre as duas cestas, então, com certeza, ele considera a cesta **x** estritamente melhor que a cesta **y**.

Preferências do Consumidor

- Dizemos que as **preferências são racionais** caso elas sejam **completas** e **transitivas.**

1) **Preferências completas**: indicam que o consumidor sabe comparar e ordenar todas as cestas de mercado. Portanto, dadas duas cestas, **x** e **y** $\in X$, o consumidor chegará a uma das seguintes conclusões:

$$\mathbf{x} \succsim \mathbf{y} \quad \textbf{e/ou} \quad \mathbf{y} \succsim \mathbf{x}$$

Com preferências estritas: $\boldsymbol{x} \succ \boldsymbol{y}$ ***ou*** $\boldsymbol{y} \succ \boldsymbol{x}$ ***ou*** $\boldsymbol{x} \sim \boldsymbol{y}$.

Note que as preferências não levam em consideração os preços dos bens.

2) Preferências Transitivas:

Sejam **x** , **y** , **z** $\in$ *X* :

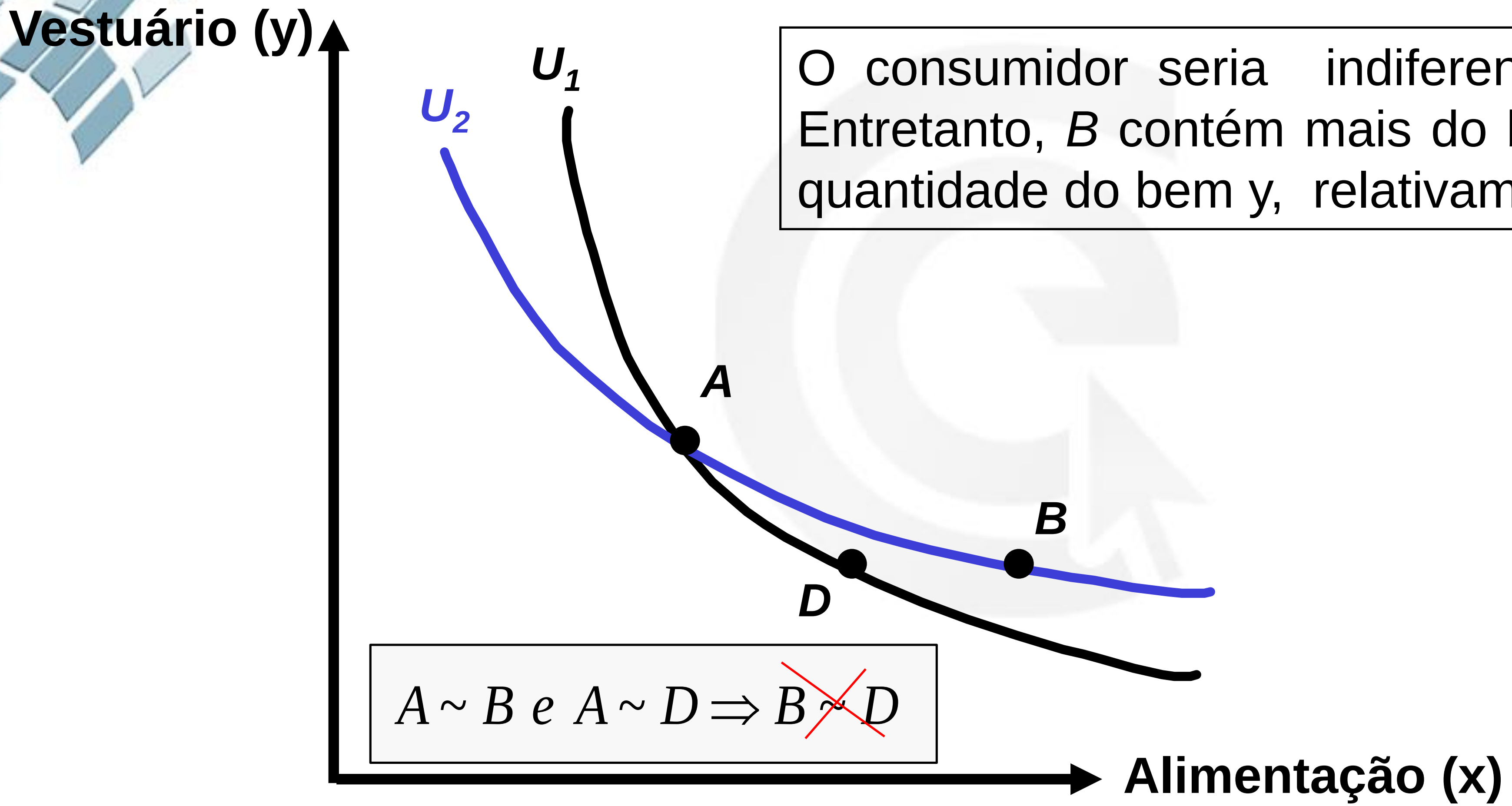
Se x $\succsim$ y e y $\succsim$ z , então x $\succsim$ z .

Com preferências estritas;

$$\textbf{Se } x \succ y \textbf{ e } y \succ z \Rightarrow x \succ z.$$

- Logo, a transitividade implica que, se o consumidor prefere Coca Cola a Pepsi e Pepsi a guaraná, ele prefere Coca Cola a guaraná.

- **Curvas de indiferença não podem se inteceptar.**
  - Isso violaria o princípio da transitividade.



O consumidor seria indiferente entre *A*, *B* e *D*. Entretanto, *B* contém mais do bem x, com a mesma quantidade do bem y, relativamente a cesta D.

$$A \sim B \text{ e } A \sim D \Rightarrow \cancel{B \sim D}$$

Preferências do Consumidor

- Caso as preferências de um consumidor sejam racionais então as relações $\succsim$ e $\sim$ serão **reflexivas**, ou seja, para qualquer $\mathbf{x} \in X$:

$$\mathbf{x} \succsim \mathbf{x} \ \ \mathbf{e} \ \ \mathbf{x} \sim \mathbf{x} \ .$$

- A racionalidade das preferências também implica a transitividade das relações $\sim$ e $\succ$, isto é, para quaisquer $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in X$:

$$\mathbf{x} \sim \mathbf{y} \ \text{ e } \ \mathbf{y} \sim \mathbf{z} \ \Rightarrow \ \mathbf{x} \sim \mathbf{z} \quad \text{e} \quad \mathbf{x} \succ \mathbf{y} \ \text{ e } \ \mathbf{y} \succ \mathbf{z} \ \Rightarrow \ \mathbf{x} \succ \mathbf{z}$$

- Ao longo de todo o curso suporemos que os consumidores apresentam preferências racionais.

Preferências do Consumidor

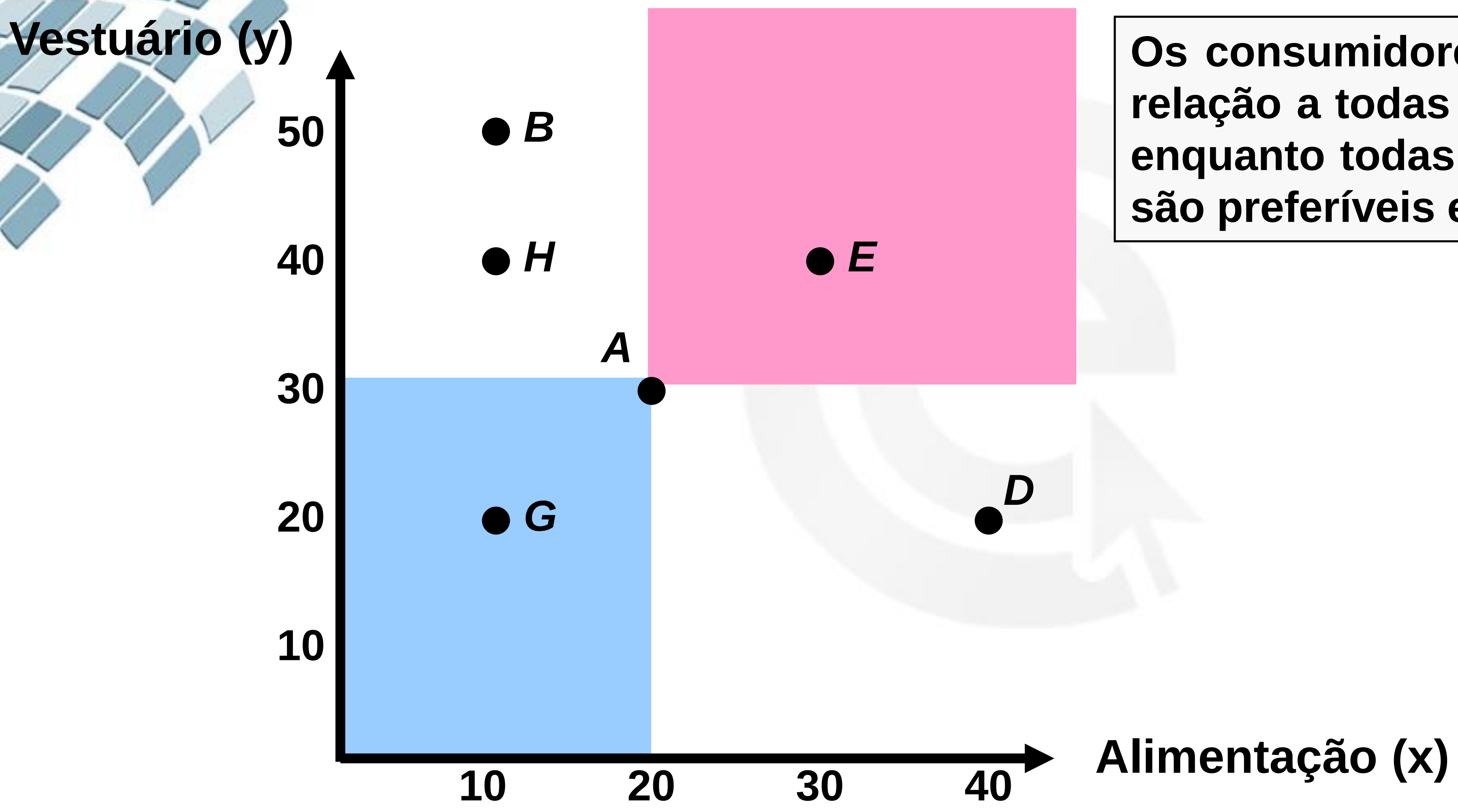
Cestas de Mercado	Unidades de Alimento (x)	Unidades de Vestuário (y)
A	20	30
B	10	50
D	40	20
E	30	40
G	10	20
H	10	40

Preferências do Consumidor

Curvas de Indiferença

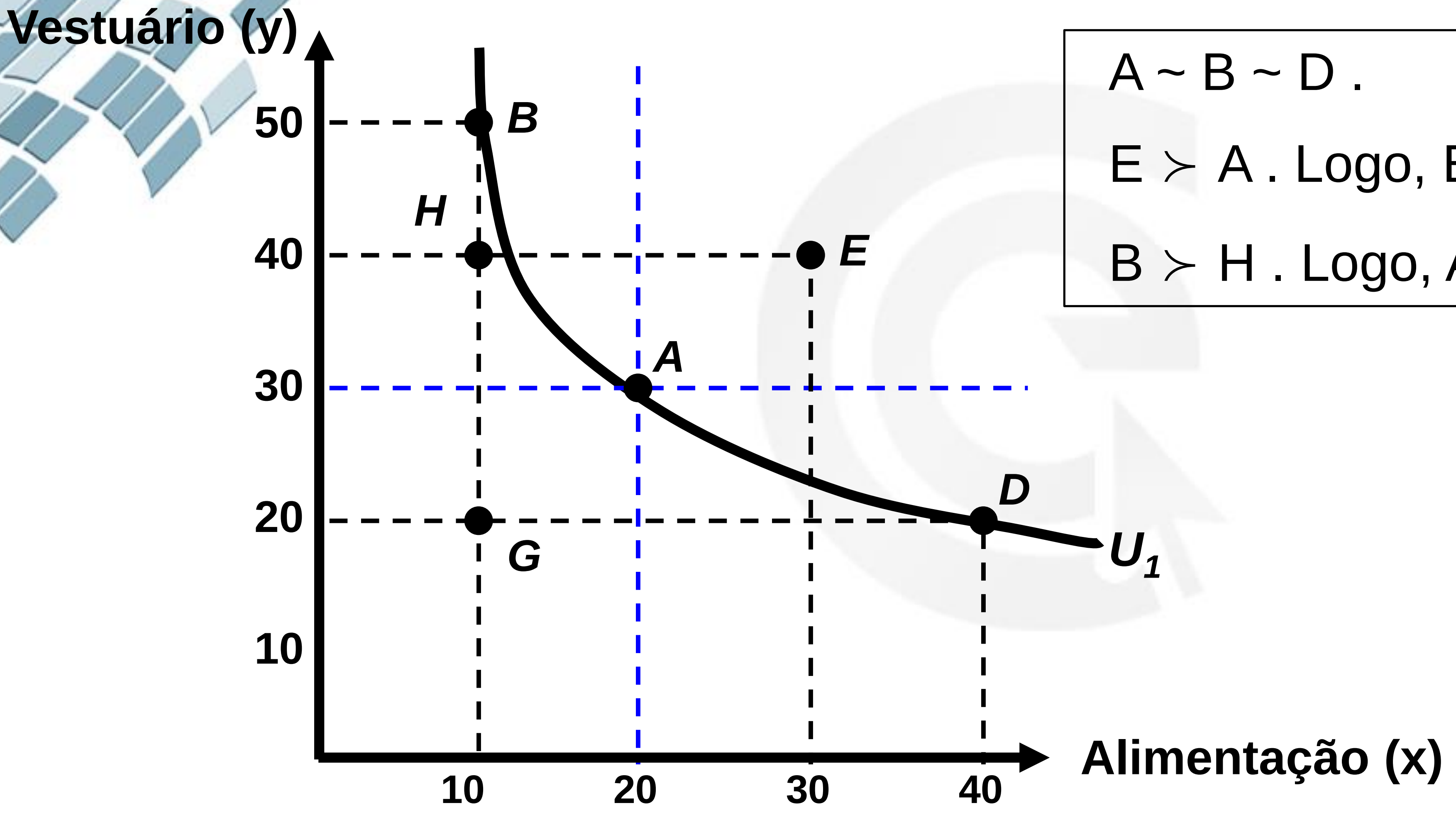
- **Curvas de Indiferença:** Uma curva de indiferença representa todas as combinações de cestas de mercado que geram o mesmo nível de utilidade ou satisfação para um agente econômico.

Preferências do Consumidor



Os consumidores prefem a cesta *A* em relação a todas as cestas na caixa azul, enquanto todas as cestas da caixa rosa são preferíveis em relação a cesta *A*.

Preferências do Consumidor



$A \sim B \sim D$.

$E \succ A$. Logo, $E \succ D$ e $E \succ B$.

$B \succ H$. Logo, $A \succ H$ e $D \succ H$.

Preferências do Consumidor

- **Curvas de Indiferença Negativamente inclinadas**
  - **Em Geral, as Curvas de Indiferença são Negativamente Inclinadas.**
    - Se a curva de indiferença se inclinasse para cima isso iria contra a premissa de que uma quantidade maior de qualquer mercadoria é melhor do que uma quantidade menor.
    - A substitutibilidade entre os bens só é possível se a curva de indiferença for negativamente inclinada.

Função Utilidade

- Uma função $U : X \to \mathbb{R}$ é chamada de **função utilidade** caso, para quaisquer $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in X$,

$$\mathbf{x} \succsim \mathbf{y} \Leftrightarrow U(\mathbf{x}) \geq U(\mathbf{y}).$$

- Logo, uma função utilidade simplesmente atribui números reais a todas as cestas de bens do conjunto de consumo de tal sorte que cestas de bens preferíveis recebam números mais elevados.

Utilidade Ordinal

- Dada a definição de função utilidade, ela ordena as cestas de bens, atribuindo números maiores paras as cestas mais desejadas, não importando o valor absoluto desses números.
  - Por exemplo, uma função utilidade poderia ser a raiz quadrada da distância entre a origem e a curva de indiferença, pois a ordenação das cestas seria mantida.
  - Também poderia ser considerada como função utilidade o quadrado dessa distância.

Transformações Monotônicas

- Seja $U(\mathbf{x})$ uma função utilidade que represente as preferências de um consumidor e $\boldsymbol{f}$, uma função estritamente crescente definida na imagem de $U(\mathbf{x})$. Então, a função $V(\mathbf{x})$ definida para todo $\mathbf{x} \in X$ como $V(\mathbf{x}) = \boldsymbol{f}(U(\mathbf{x}))$ também é uma boa representação das características ordinais das preferências do mesmo consumidor.
- A função $V(\mathbf{x})$ definida acima é chamada de **transformação monotônica** da função $U(\mathbf{x})$.
- Duas funções utilidade quaisquer representam as características ordinais das mesmas preferências se, e somente se, uma é uma transformação monotônica da outra.

A Taxa Marginal de Substituição

- A Taxa Marginal de Substituição (TMgS) nos mostra a taxa a qual o consumidor está disposto a substituir um bem pelo outro, permanecendo com o mesmo nível de utilidade ou satisfação.

- Desta forma, a taxa marginal de substituição representa a inclinação da curva de indiferença em um ponto.

Taxa Marginal de substituição de y por x.

$$\boxed{TMgS_{(y,x)} = -\left.\frac{dy}{dx}\right|_{dU=0} \rightarrow Doravante,\ \ simplesmente\ \ -\frac{dy}{dx}}$$

TMgS e Utilidades Marginais

- Dada uma função utilidade, tal que uma curva de indiferença seja representada por $U_{(x,y)} = C$, onde C é uma constante que mede o nível de utilidade, se tomarmos a diferencial total, devemos ter:

$$\frac{\partial U}{\partial x}dx + \frac{\partial U}{\partial y}dy = 0$$

Variação na utilidade total proveniente de uma variação na quantidade do bem y.

Variação na utilidade total proveniente de uma variação na quantidade do bem x.

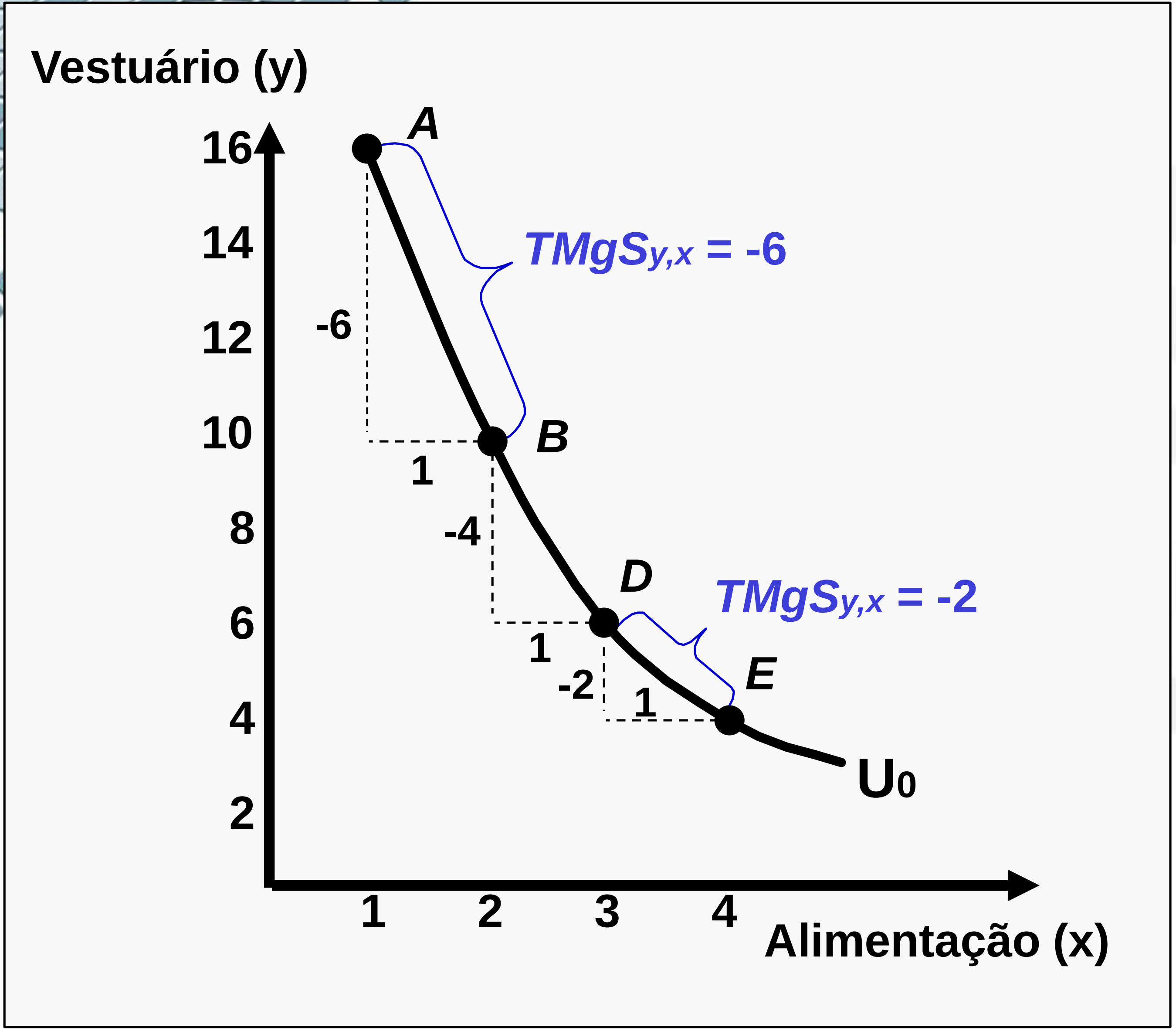
TMgS e Utilidades Marginais

- Resolvendo para para dy / dx , a inclinação da curva de indiferença, temos:

$$\frac{\partial U}{\partial y} dy = \frac{\partial U}{\partial x} dx \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{UMgx}{UMgy} = TMgS_{(\mathrm{y,x})}$$

- Logo, a TMgS(y,x) é a razão entre as utilidades marginais de x e y e é dada pela inclinação da curva de indiferença em um ponto.

A TMgS Graficamente



$$TMgS_{(y,x)} = -\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Observe que, nesse caso, onde as preferências são convexas, a $TMgS_{(y,x)}$ é decrescente, indicando que o consumidor cederá uma quantidade cada vez menor de y por uma unidade adicional de x.

Utilidade e TMgS

- Suponha que as preferências de um agente econômico possam ser representadas pela seguinte função utilidade:

$$\boxed{U_{(x,y)} = \sqrt{xy}}$$

- A curva de indiferença relativa a uma utilidade igual a 10 é dada por:

$$\boxed{\bar{U}_{(x,y)} = 10 = \sqrt{xy} \rightarrow y = \frac{100}{x}}$$

- Logo, como TMgS$_{(y,x)}$ = -*dy*/*dx*:

$$\boxed{TMgS_{(y,x)} = -\frac{100}{x^2}} \longrightarrow \boxed{\begin{array}{l} Se\ \ x = 5 \rightarrow TMgS_{(y,x)} = -4 \\ Se\ \ x = 20 \rightarrow TMgS_{(y,x)} = -0,25 \end{array}}$$

TMgs e Cardinalidade

- Diferentemente da utilidade marginal que é uma propriedade cardinal da função de utilidade, a taxa marginal de substituição é uma característica que depende apenas do aspecto ordinal dessa função, ou seja, ela não é alterada por transformações monotônicas da função de utilidade.

Hipóteses Adicionais Sobre Preferências

- **Preferências Contínuas**
- As preferências são ditas contínuas caso, para quaisquer **x** , **y** $\in$ X , se **x** $\succ$ **y**, então, qualquer cesta de bens suficientemente próxima de **x** também será preferida a **y** e **x** será preferida a qualquer cesta de bens suficientemente próxima de **y**.
- Preferências contínuas geram curvas de indiferença contínuas.
- Caso as preferências sejam transitivas, completas e contínuas, então essas preferências também poderão ser representadas por uma função de utilidade contínua.

Preferências Lexicográficas

- **Preferências lexicográficas** representam casos onde as preferências são descontínuas, pois os bens são indivisíveis.
- Logo, as curvas de indiferença, nesse caso, são representadas por pontos no espaço $\mathbb{R}_+^2$.
  - Portanto, no caso de preferências lexicográficas, as curvas de indiferença serão pontos unitários, pois não haverá, para cada cesta de bens, qualquer cesta diferente dela mesma que lhe seja indiferente.

- Relações de preferências lexicográficas são relações de preferências, mas não são contínuas.
- Vale destacar que, embora **sejam racionais**, pelo fato de não serem contínuas, as preferências lexicográficas não podem ser representadas através de funções de utilidade.
  - Logo, a racionalidade das preferências não é uma condição suficiente para a representação de preferências através de uma função de utilidade.

Hipóteses Adicionais Sobre Preferências

- **Monotonicidade**
- **Monotonicidade Fraca:** se, comparada a **y**, **x** contém quantidades maiores de todos os bens, então $\mathbf{x} \succ \mathbf{y}$.
  - **Implicações:**
    - Inexistência de saciedade por parte do consumidor.
    - As curvas de indiferença não podem ser positivamente inclinadas.
- **Monotonicidade forte**: se, comparada a **y**, **x** possui pelo menos as mesmas quantidades de todos os bens e uma quantidade maior de, pelo menos, um bem, então $\mathbf{x} \succ \mathbf{y}$.
  - **Implicações:**
    - Inexistência de saciedade por parte do consumidor.
    - As curvas de indiferença devem ser negativamente inclinadas.
    - A função de utilidade é crescente em cada um de seus argumentos.

Hipóteses Adicionais Sobre Preferências

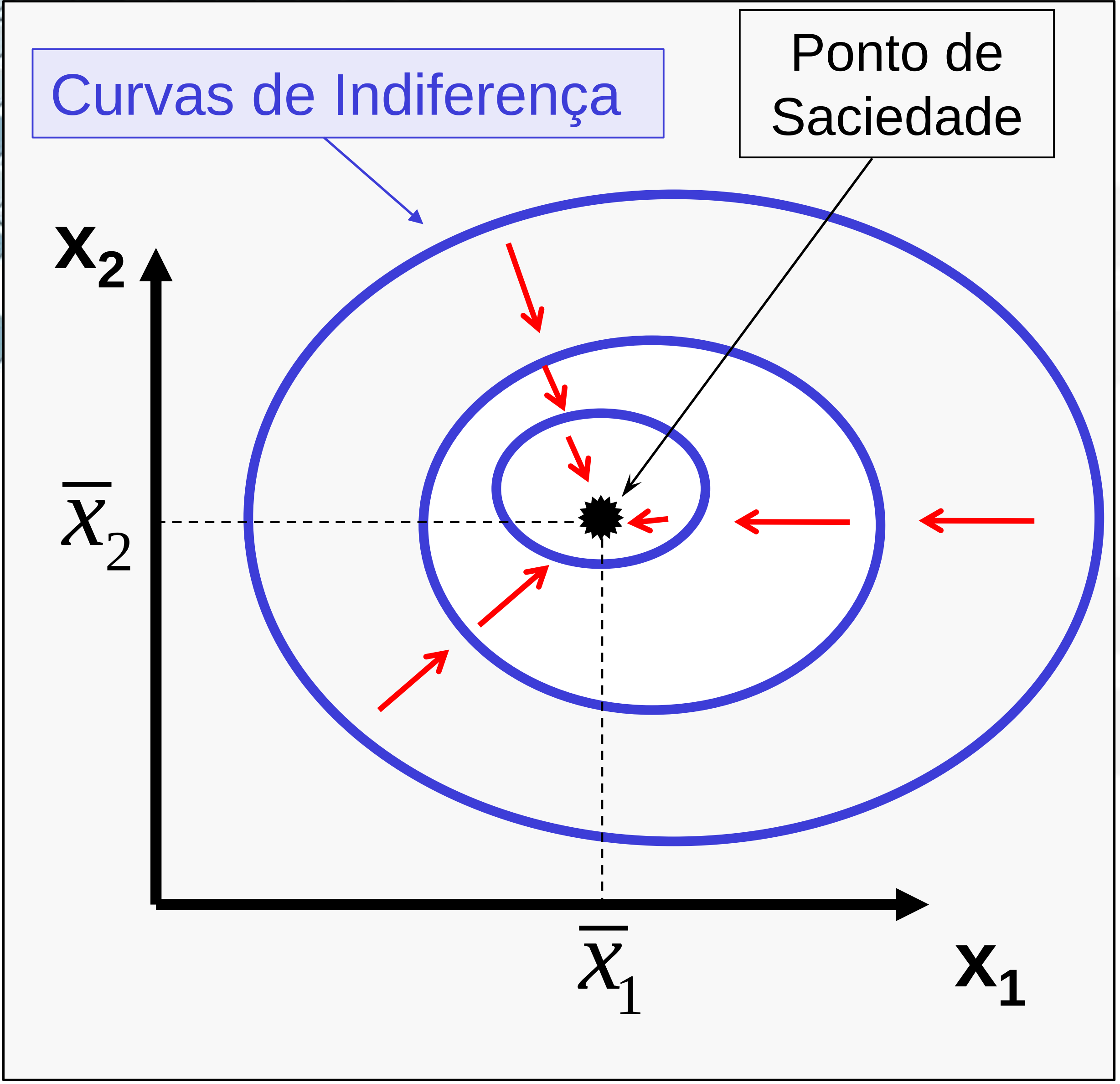
- **Não Saciedade Local**
- Para qualquer cesta de bens $\mathbf{x} \in X$ e qualquer número real positivo δ existe uma cesta de bens $\mathbf{y} \in X$ que seja tal que $|\mathbf{x} - \mathbf{y}| < \delta$ e $\mathbf{y} \succ \mathbf{x}$.
  - Intuitivamente, sempre é possível deixar o consumidor melhor com uma pequena mudança no padrão de consumo.
  - **Implicação:**
    - a função de utilidade não apresenta máximo local e, portanto, tampouco máximo global.

Saciedade

- Alguma vezes desejamos examinar uma situação que envolva saciedade, na qual há uma cesta melhor que todas as outras para o consumidor. Logo, quanto mais perto ele estiver dela maior será a sua utilidade, de acordo com as suas preferências.

- Imagine que o consumidor tenha uma cesta de bens $\left(\bar{x}_1, \bar{x}_2\right)$ de maior preferência e quanto mais se afastar dela pior se sentirá.
  - Nesse caso, diremos que tal cesta é o ponto de saciedade.

Saciedade



- Nesse caso, as curvas de indiferença possuem inclinação negativa quando o consumidor possui “muito pouco” ou “demais” de ambos os bens e inclinação positiva quando possui “demais” de um dos bens.
- Quando ele possui “demais” de um dos bens, esse bem torna-se um “mal” e, nesse caso, a redução do consumo mais para perto de seu ponto de saciedade.
- Se ele possuir “demais” de ambos os bens, ambos serão “males”. Nesse caso, a redução no consumo de ambos fará com que a sua utilidade aumente

Hipóteses Adicionais Sobre Preferências

- **Convexidade**

- **Convexidade (fraca)**: para quaisquer **x** , **y** $\in X$ e $0 < \lambda < 1$

$$\mathbf{x} \succsim \mathbf{y} \Rightarrow \lambda\mathbf{x} + (1 - \lambda)\mathbf{y} \succsim \mathbf{y}.$$

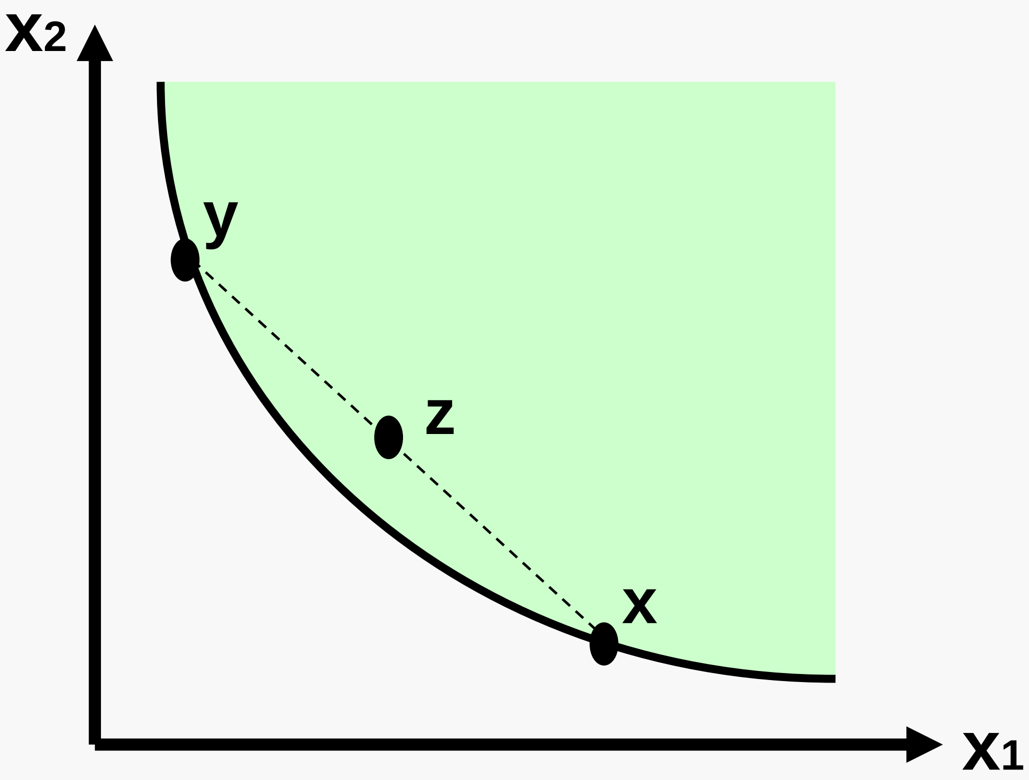
- **Convexidade forte ou estrita:** para quaisquer **x** , **y** $\in X$ e $0 < \lambda < 1$

$$\mathbf{x} \succsim \mathbf{y} \Rightarrow \lambda\mathbf{x} + (1 - \lambda)\mathbf{y} \succ \mathbf{y}.$$

- Note que convexidade forte implica convexidade fraca, mas a recíproca não é verdadeira.

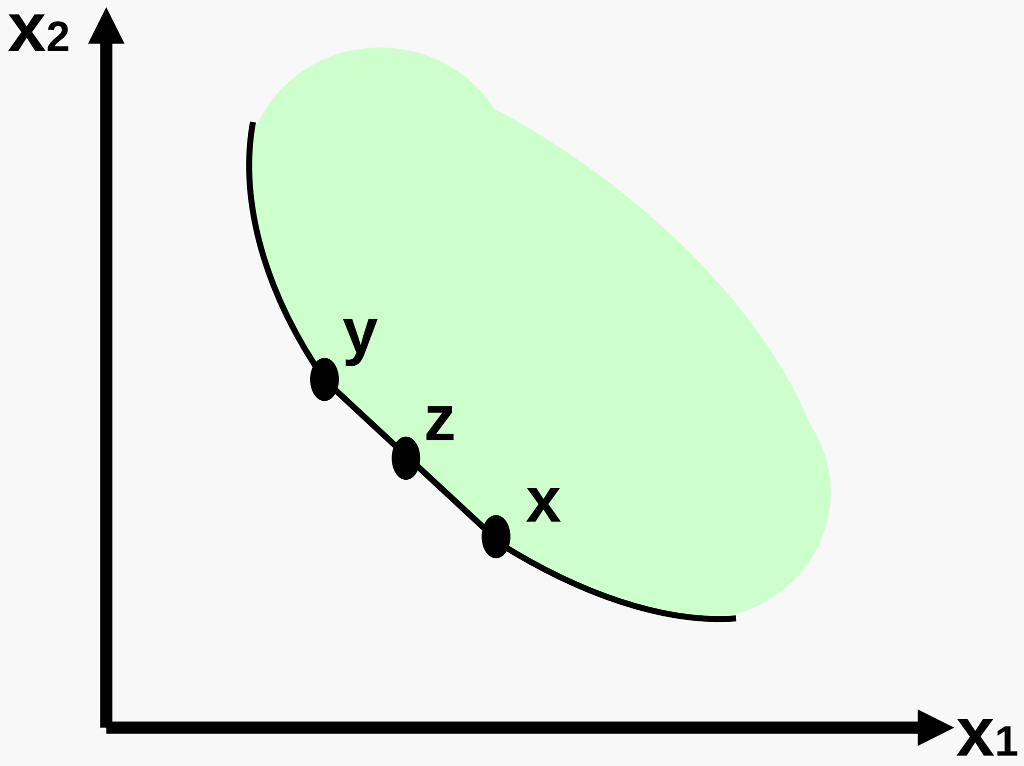
Hipóteses Adicionais Sobre Preferências

Preferências Estritamente Convexas



$z = [\lambda x + (1 - \lambda) y] \succ y$ e $\succ x$

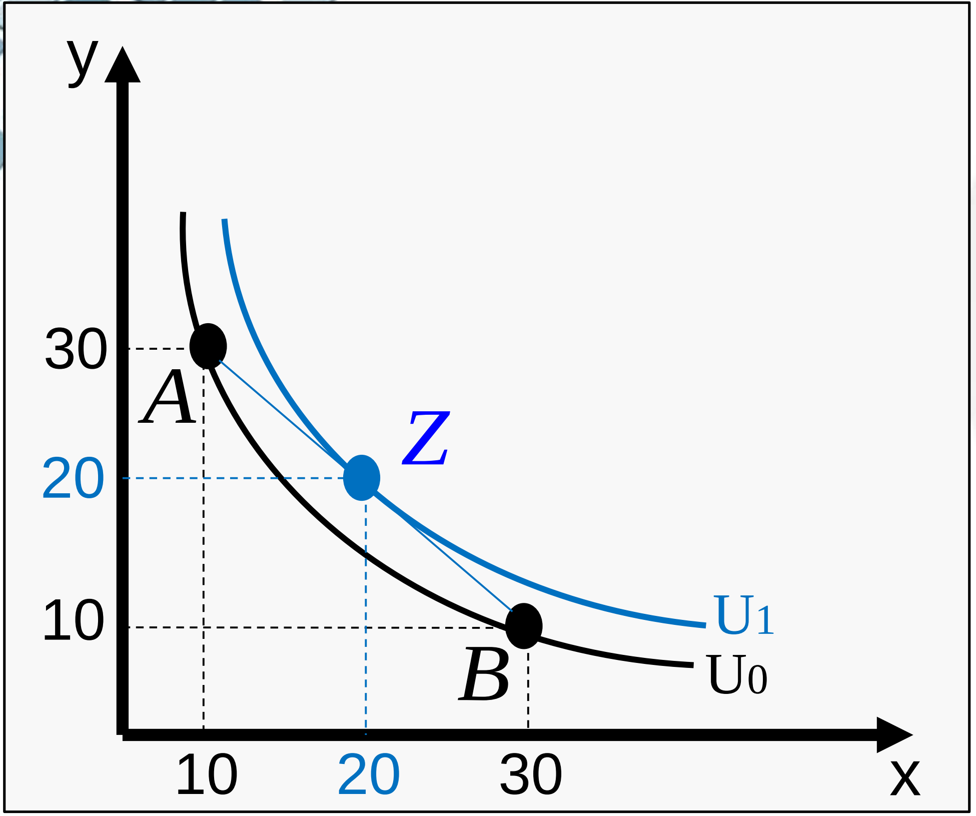
Preferências Convexas (não estritamente)



$z = [\lambda x + (1 - \lambda) y] \succsim y$ e $\succsim x$

Preferências Convexas: Significado.

- Se as preferências são convexas, os indivíduos aumentam a sua utilidade através da diversificação do consumo.



$$Sejam\ \ A=(10,30)\ \ e\ \ B=(30,10)$$

$$Se\ \ \lambda=0,5\ \ ,temos:$$

$$Z=\left[(0,5)10+(1-0,5)30;(0,5)30+(1-0,5)10\right]$$

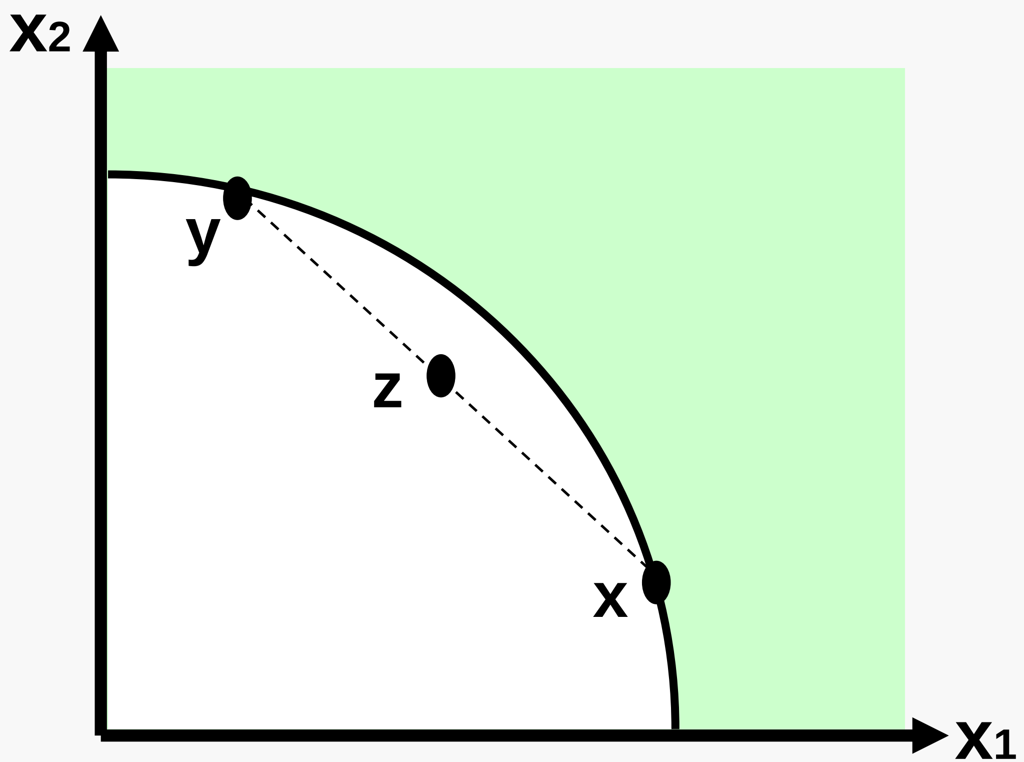
$$Z=(20,20)\succ A\ e\ B$$

$$U_A=U_B=300$$

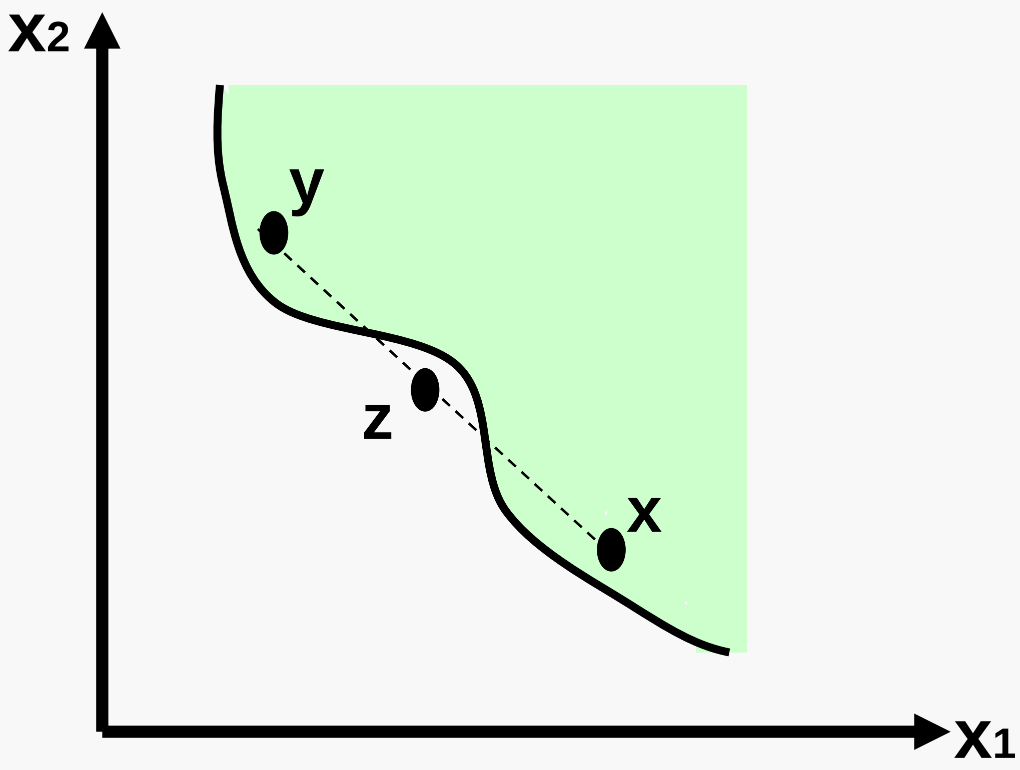
$$U_Z=400\Rightarrow Z\succ A\ e\ Z\succ B$$

Hipóteses Adicionais Sobre Preferências

Preferências Não Convexas (côncavas)



Preferências Não Convexas

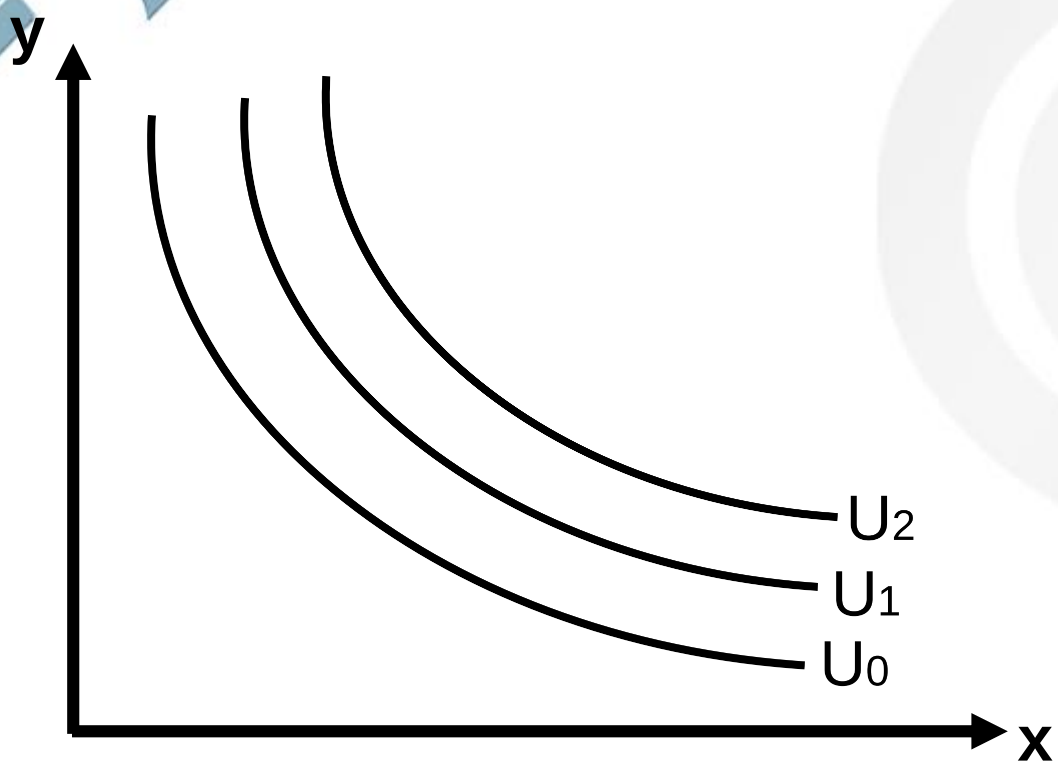


Preferências: um Breve Resumo.

- **As três primeiras hipóteses citadas, relativas à racionalidade:**
  - Preferências Reflexivas (toda cesta é tão boa quanto ela mesma)
  - Preferências Completas (o indivíduo consegue ordenar as cestas)
  - Preferências Transitivas (se $x \succ y$ e $y \succ z \Rightarrow x \succ z$)
- **Adicionalmente:**
  - Preferências Monótonas (quanto mais melhor)
  - Preferências Contínuas (os bens são divisíveis)
  - Preferências Convexas (diversificação aumenta a utilidade)

Preferências Típicas

Preferências Bem Comportadas

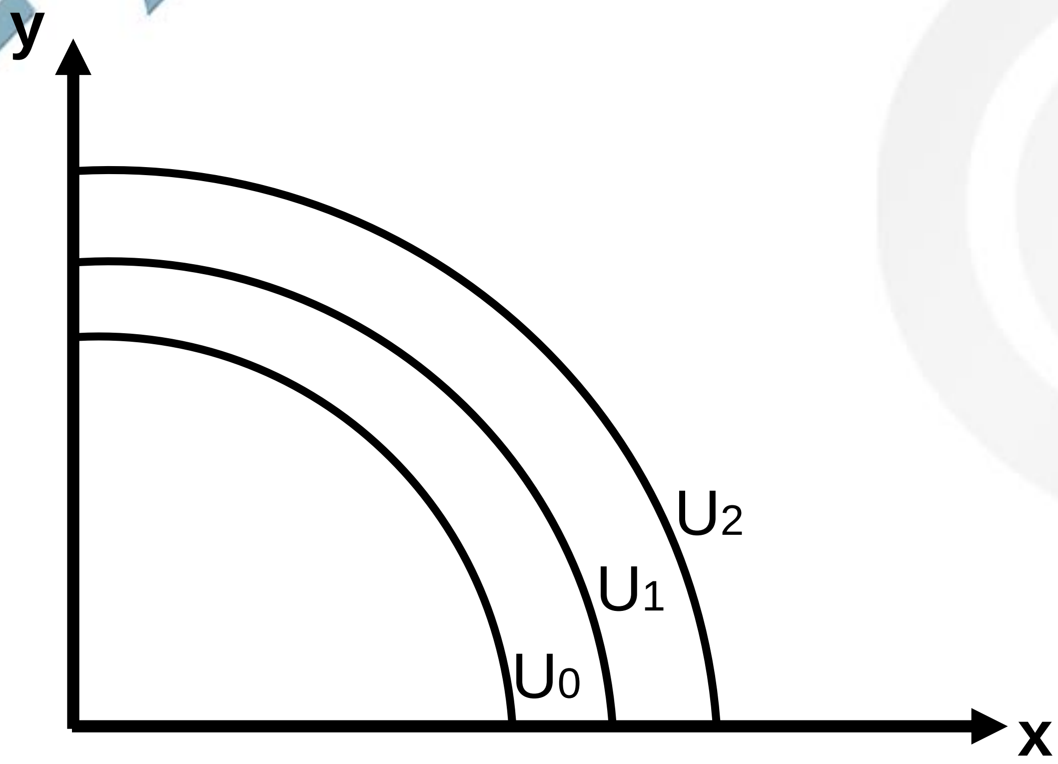


- **Características:**
- Monotônicas.
- Diferenciáveis.
- Convexas.
  - TMgS decrescente (em módulo).
  - Aversão à especialização.

Exemplo: Cobb-Douglas

Preferências Típicas

Preferências Côncavas



- **Características:**
- TMgS crescente (em módulo).
  - Propensão à especialização.

Preferências Típicas

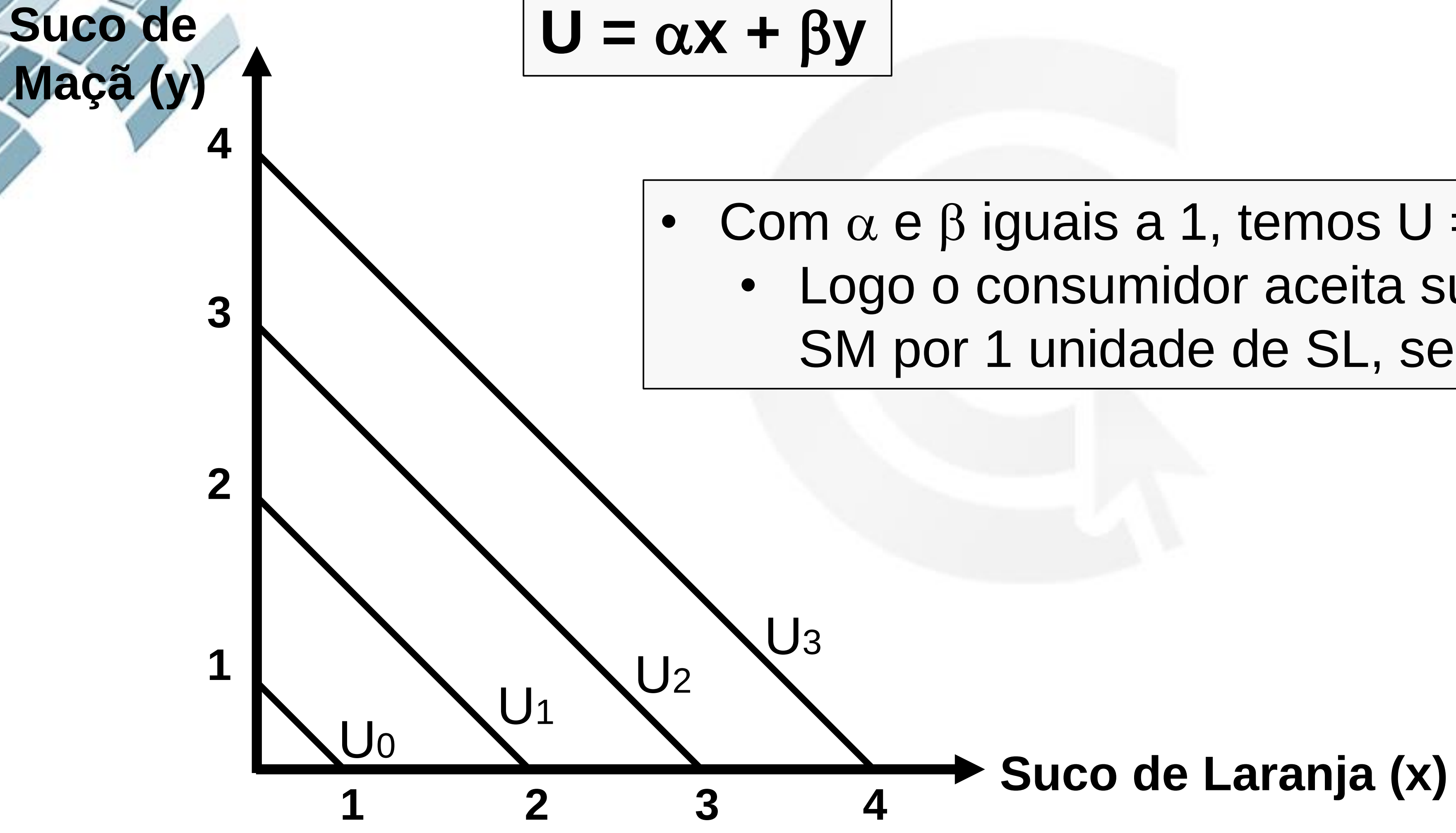
Substitutos Perfeitos

- Dois bens são substitutos perfeitos quando a taxa marginal de substituição de um bem pelo outro for constante.
  - Dois bens são substitutos perfeitos se o consumidor está disposto a substituí-los a uma taxa constante.
  - Se, para um consumidor (10,10) ~ (0,20) ~ (20,0) , o importante é que (x + y) = 20.
  - Note então, que a taxa marginal de substituição é constante quando os bens são substitutos perfeitos (neste caso, igual a -1), sendo a curva de indiferença representada por uma equação de reta.
  - De uma maneira geral, podemos representar a função utilidade para substitutos perfeitos como **$U = \alpha x + \beta y$**.
    - Note então, que a TMgs é constante, mas não necessariamente igual a -1.

Preferências Típicas

Substitutos Perfeitos

$$U = \alpha x + \beta y$$



- Com α e β iguais a 1, temos $U = x + y \Rightarrow$ TMgs = -1.
  - Logo o consumidor aceita substituir 1 unidade de SM por 1 unidade de SL, sempre.

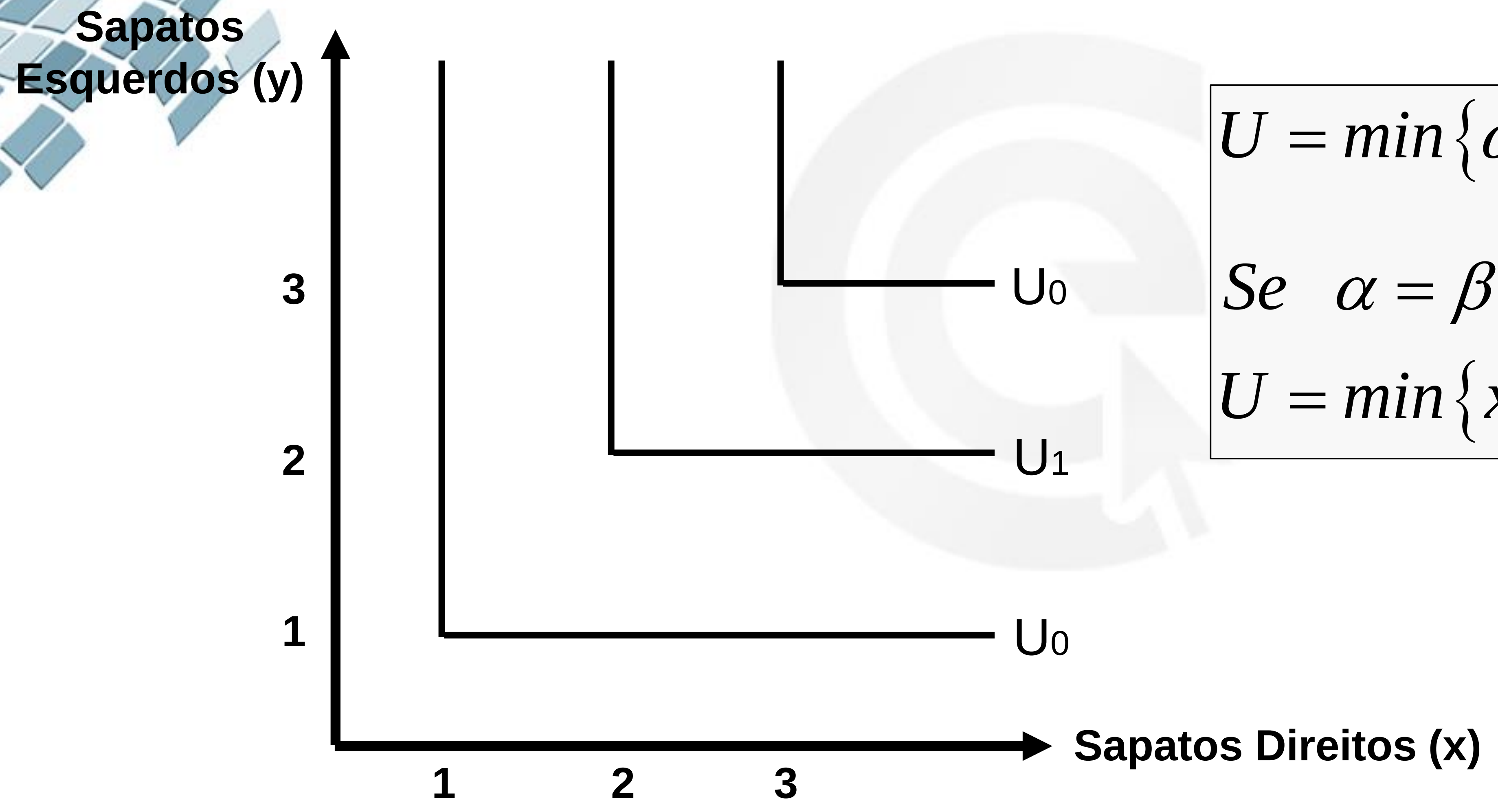
Preferências Típicas

Complementares Perfeitos

- Dois bens são complementares perfeitos quando a taxa marginal de substituição de um bem pelo outro for igual a zero.
  - Complementares perfeitos são bens consumidos sempre juntos, em proporções fixas.
  - No exemplo a seguir, a utilidade do consumidor só aumenta se ele recebe um novo par de sapatos.
  - Neste caso não há substituição de y por x, que implica em uma taxa marginal de substituição igual a zero.
  - A função utilidade que representa este caso é uma função de proporções fixas (função de Leontief) do tipo $\boldsymbol{U = min\{\alpha x, \beta y\}}$.
    - Ou seja, a utilidade é dada pelo menor valor entre os que se encontram entre os parênteses, sendo alfa e beta as relação de proporcionalidade entre os bens.

Preferências Típicas

Complementares Perfeitos



$$U = min\{\alpha x, \beta y\}$$

$$Se \quad \alpha = \beta = 1:$$

$$U = min\{x, y\}$$

Preferências Típicas

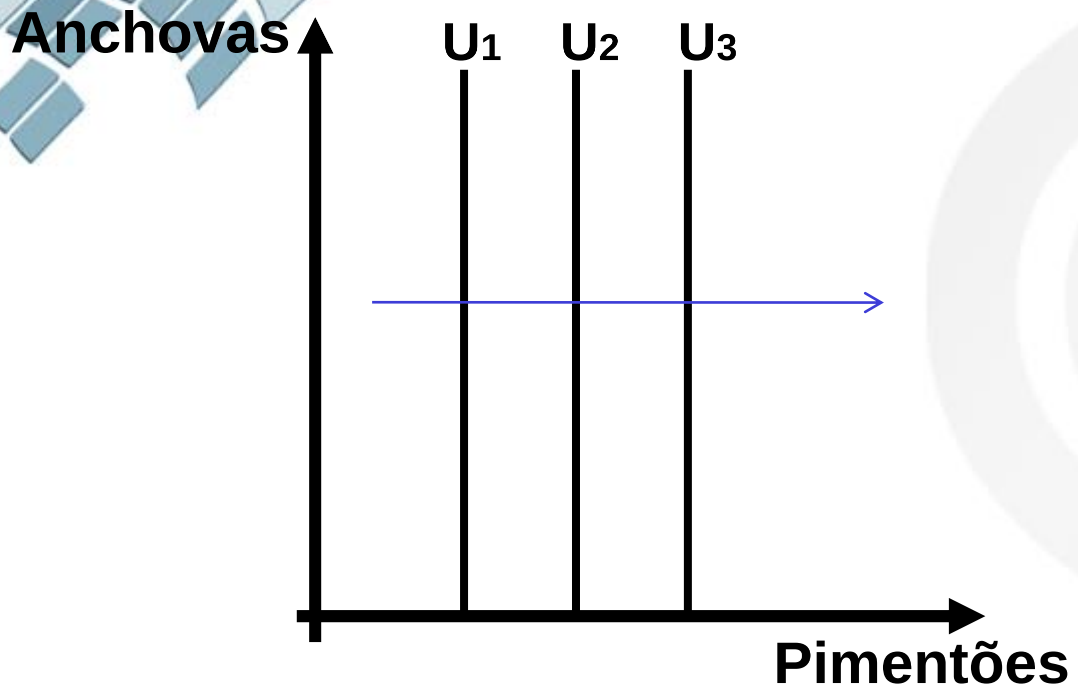
“Males” e “Neutros” (Bads and Goods)

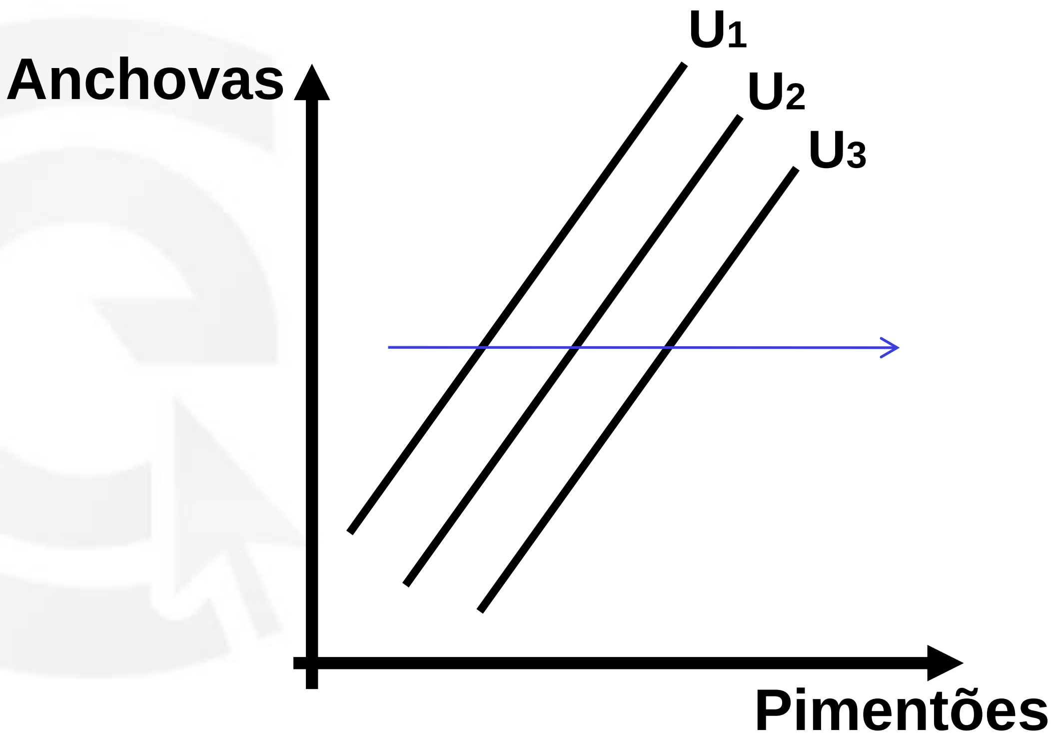
- Se o consumidor não se interessa, de nenhuma forma, por anchovas e adora pimentões, sua utilidade só aumenta caso seu consumo de pimentões aumente. Portanto, para esse consumidor, pimentão é um bem e anchova é um “neutro”.

- Supondo que o consumidor adore pimentões e deteste anchovas, havendo uma possibilidade de troca de pimentões por anchovas, as curvas de indiferença serão positivamente inclinadas, pois para uma maior quantidade de anchovas o consumidor deve receber, como compensação, uma maior quantidade de pimentões para permanecer na mesma curva de indiferença.

Preferências Típicas

“Males” e “Neutros” (Bads and Goods)

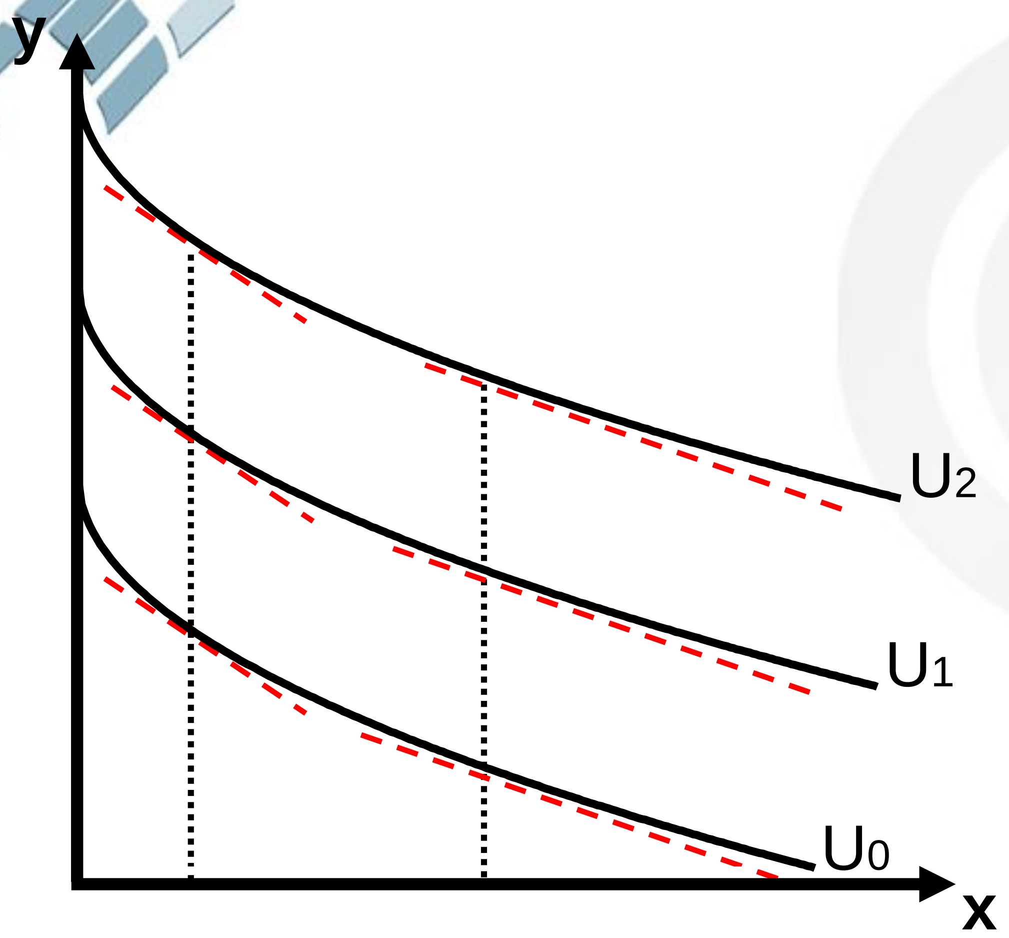




Pela direção das curvas de indiferença podemos notar que pimentão é um bem e anchova um “neutro” (gráfico 1) e um “mal” (gráfico 2).

Preferências Típicas

Prferências Quase-Lineares



- **Características:**
- *U = U(x) + y .*
- Quase-Linear em y .
- TMgS(y,x) = *U'(x).*
  - *Logo, depende exclusivamente de x.*
- Cada curva é uma cópia verticalmente deslocada das outras.

Exemplos :

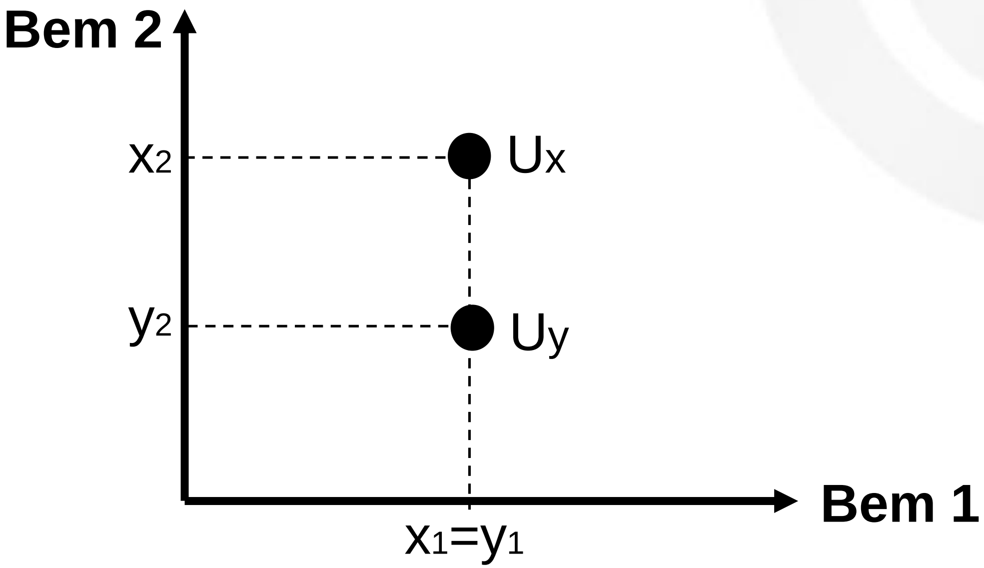
$$U = \ln x + y \;\;, \;\; U = \sqrt{x} + y$$

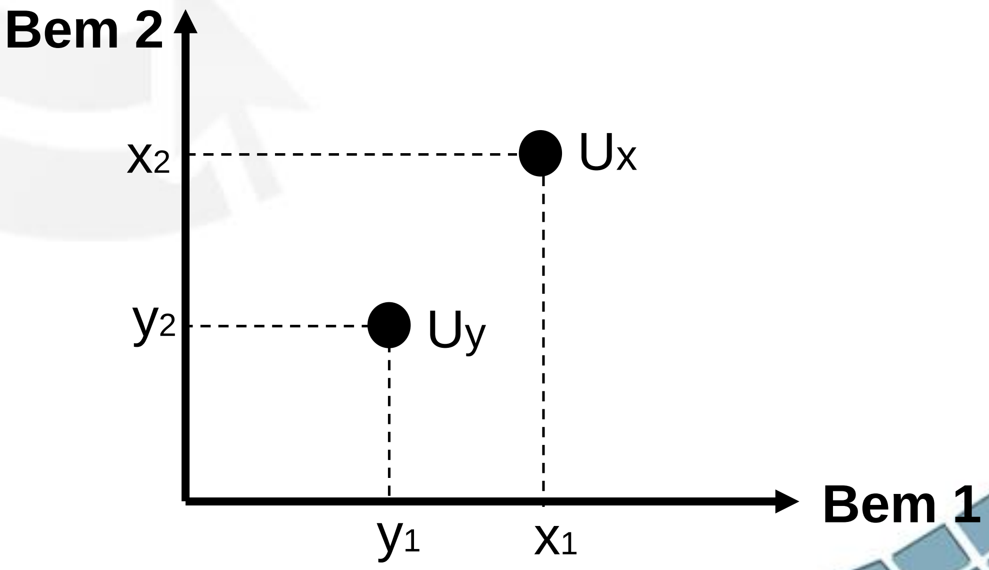
ANPEC – 2002 – Questão 1

- **Em relação à teoria das preferências, julgue os itens a seguir:**
- 0) Os pressupostos de que as preferências são completas e transitivas garantem que curvas de indiferença distintas não se **cruzam**. V

- Conforme vimos, nesse caso, temos **preferências racionais**:
  - O consumidor sabe comparar as cestas de consumo (preferências completas);
  - Dadas três cestas, A, B e C: se $A \succ B$ e $B \succ C \Rightarrow A \succ C$ (preferências transitivas).
- Nesse caso, as curvas de indiferença não podem se cruzar.

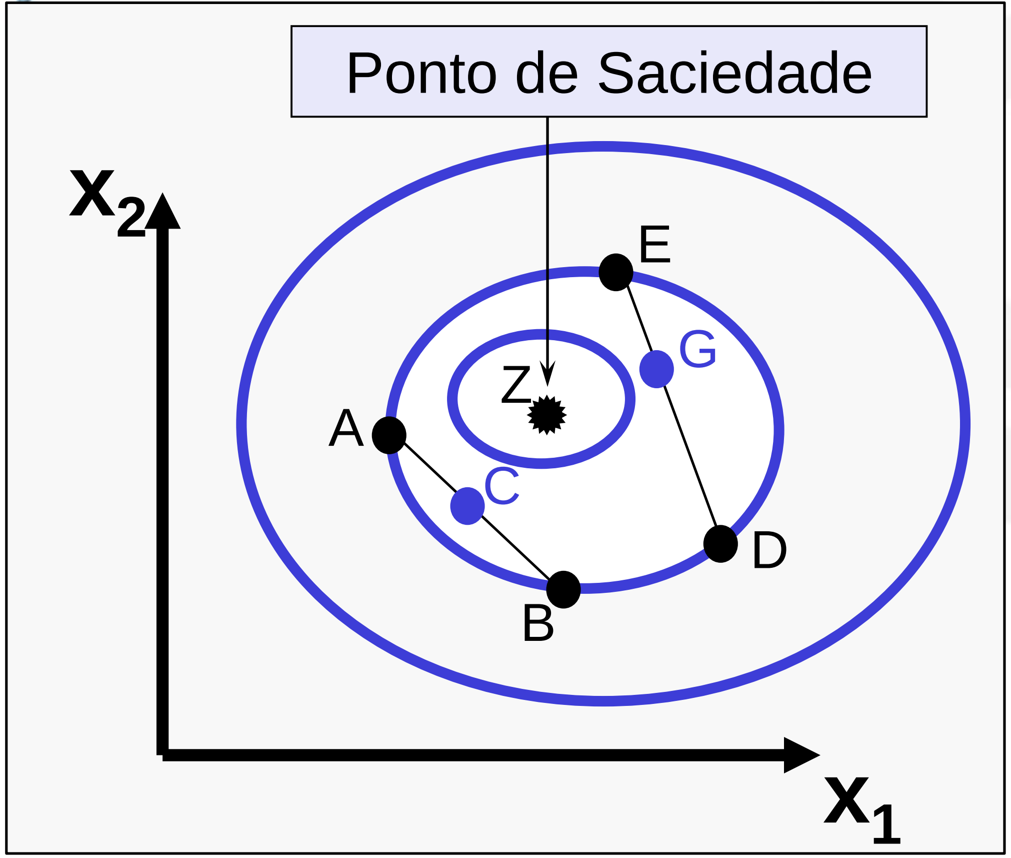
- 1) Quando as preferências de um indivíduo são tais que $X = \{x_1, x_2\}$ é estritamente preferível a $Y = \{y_1, y_2\}$ se e somente se ($x_1 > y_1$) ou ($x_1 = y_1$ e $x_2 > y_2$), as curvas de indiferença são conjuntos unitários. **V**
- Este e o caso das preferências lexicográficas. Nesta situação, as curvas de indiferença serão pontos no espaço R^2+. Assim, para a cesta X ser estritamente preferível à cesta Y, há duas possibilidades: ou a quantidade da primeira mercadoria da cesta X (x_1) é estritamente maior do que a quantidade da primeira mercadoria da cesta Y (y_1), ou as quantidades das primeiras mercadorias das cestas X (x_1) e Y (y_1) são iguais e a quantidade da segunda mercadoria da cesta X (x_2) é estritamente maior do que a quantidade da segunda mercadoria da cesta Y (y_2).





- 2) Curvas de indiferença circulares indicam que o pressuposto de convexidade das preferências não é válido. **F**

- Preferências convexas são aquelas que satisfazem a seguinte propriedade:
  - **Convexidade forte ou estrita:** para quaisquer **x** , **y** ∈ X e $0 < \lambda < 1$, temos: $\mathbf{x} \succsim \mathbf{y} \Rightarrow \lambda\mathbf{x} + (1 - \lambda)\mathbf{y} \succ \mathbf{y}$.



- Se as preferências forem circulares (existência de um ponto de saciedade):
  - $G \succ E$ e $G \succ D$
  - $C \succ A$ e $C \succ B$

- 3) A convexidade estrita das curvas de indiferença elimina a possibilidade de que os bens sejam substitutos perfeitos. **V**

- **Convexidade forte ou estrita:** para quaisquer $\mathbf{x}$, $\mathbf{y} \in X$ e $0 < \lambda < 1$, temos: $\mathbf{x} \succsim \mathbf{y} \Rightarrow \lambda\mathbf{x} + (1 - \lambda)\mathbf{y} \succ \mathbf{y}$.

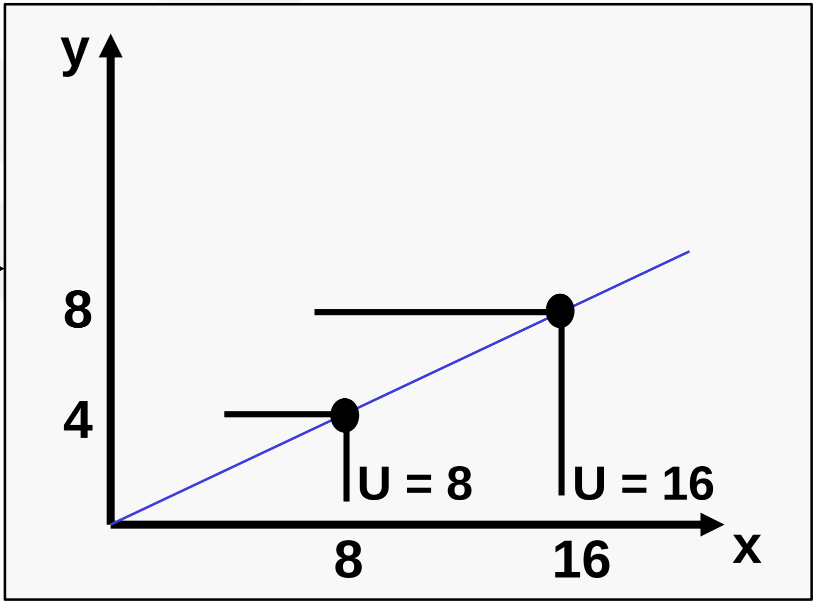
- Como vimos, isto significa que uma cesta balanceada aumenta a utilidade do agente econômico.

- 4) Considere um alcoólatra que beba pinga ou uísque e que nunca misture as duas bebidas. Sua função de utilidade é dada por u(x, y) = *max* (x, 2y), em que x e y são números de litros de pinga e uísque, respectivamente. Esta função de utilidade respeita o princípio de convexidade das preferências. **F**

- Esta e uma função utilidade côncava que, conforme vimos, não respeita o princípio da convexidade das preferências.
- Vale lembrar que, no caso de preferências côncavas (com dois bens, ou seja, não existem "males"), como nesse exemplo, haverá especialização no consumo.

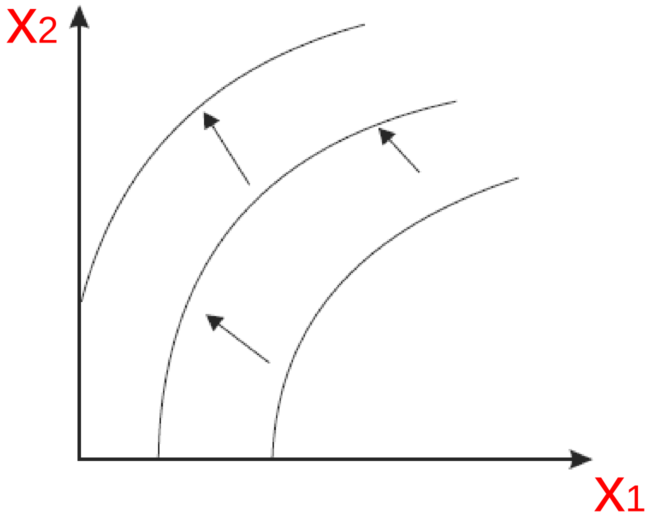
$$U_{(x,y)} = Max(x, 2y)$$

$$Logo: x = 2y \;\; ou \;\; y = \frac{1}{2}x$$



ANPEC – 2004 – Questão 1

- **A figura abaixo mostra as curvas de indiferença de um consumidor e a direção na qual a utilidade deste consumidor aumenta.**
- **São corretas as afirmativas:**
- 0) Existe saciedade. **F**



- A figura ao lado nos mostra curvas de indiferença que apresentam TMgS crescente, onde a mercadoria x_2 é um “bem” e x_1 é um “mal”.
- Não há ponto de saciedade nesta figura. O equilíbrio se dará onde a restrição orçamentária tocar na curva de indiferença no eixo x_2, com $x_1 = 0$.

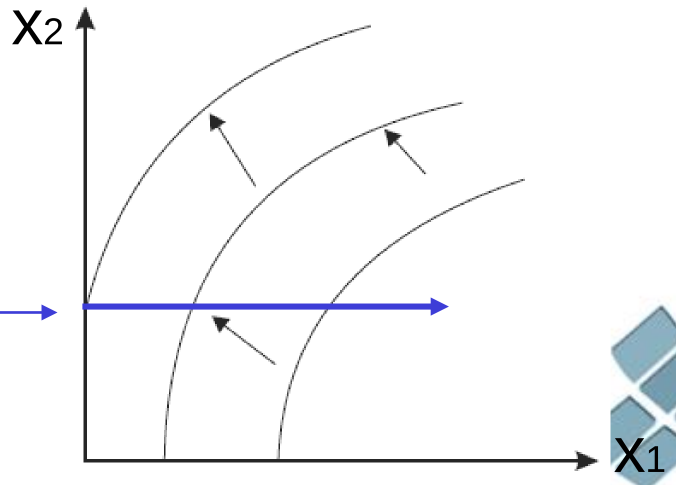
- 1) O indivíduo gosta da diversificação. **F**

- Como dito no item (0), esse indivíduo se especializará no consumo da mercadoria 2.
- Se tomarmos quaisquer duas cestas em uma curva de indiferença e fizermos uma combinação linear entre elas, qualquer cesta na combinação linear terá uma utilidade menor. Isto é, diversificar não é bom neste caso em que as preferências são côncavas.

- 2) O bem 1 é indesejável. **V**

- Conforme foi dito no item (0), o bem 1 é um "mal".

- Observe que um aumento na quantidade do bem 1, mantida constante a quantidade do bem 2, reduz a utilidade do consumidor.



- 3) No equilíbrio, o indivíduo só consome um tipo de bem. **V**
- Como apontado no item (0), a mercadoria 1 (que esta no eixo horizontal) é um “mal”. Logo, o consumidor consumirá somente a mercadoria 2.

- 4) A utilidade marginal do bem 2 é não negativa. **V**
- Como a mercadoria 2 é um “bem”, um aumento do seu consumo aumenta a utilidade.

Restrições Orçamentárias

- **A Linha do Orçamento (Restrição Orçamentária: R.O.)**
  - O consumidor dispõe de uma renda monetária **(*I*)** e deve gastá-la, adquirindo quantidades dos bens ***x, y, z, ... ,*** aos preços ***P_x , P_y , P_z , ...***
  - Para podermos representar graficamente tal situação, reduzimos o número de bens adquiridos para apenas dois.
  - Portanto, a Linha do Orçamento indica todas as combinações de duas mercadorias que podem ser adquiridas pelo consumidor de forma que ele gaste toda sua renda.

Restrições Orçamentárias

- A Linha do Orçamento pode então ser representada por:

$$\boxed{I = \underbrace{P_x x}_{\text{Despesa Monetária Com o Bem x}} + \underbrace{P_y y}_{\text{Despesa Monetária Com o Bem y}}}$$

Isolando y

$$\boxed{y = \frac{I}{P_y} - \frac{P_x}{P_y} x}$$

Restrições Orçamentárias

Cestas de Mercado	Alimentação(x) $P_x = (\$1)$	Vestuário(y) $P_y = (\$2)$	Gasto Total $P_x x + P_y y = I$
A	0	40	$80
B	20	30	$80
D	40	20	$80
E	60	10	$80
G	80	0	$80

Restrições Orçamentárias

- Representando graficamente:

$$I = P_y y + P_x x \Rightarrow y = \frac{I}{P_y} - \frac{P_x}{P_y} x$$

Logo:

$$x = 0 \Rightarrow \boxed{y = \left(\frac{I}{P_y} \right)}$$

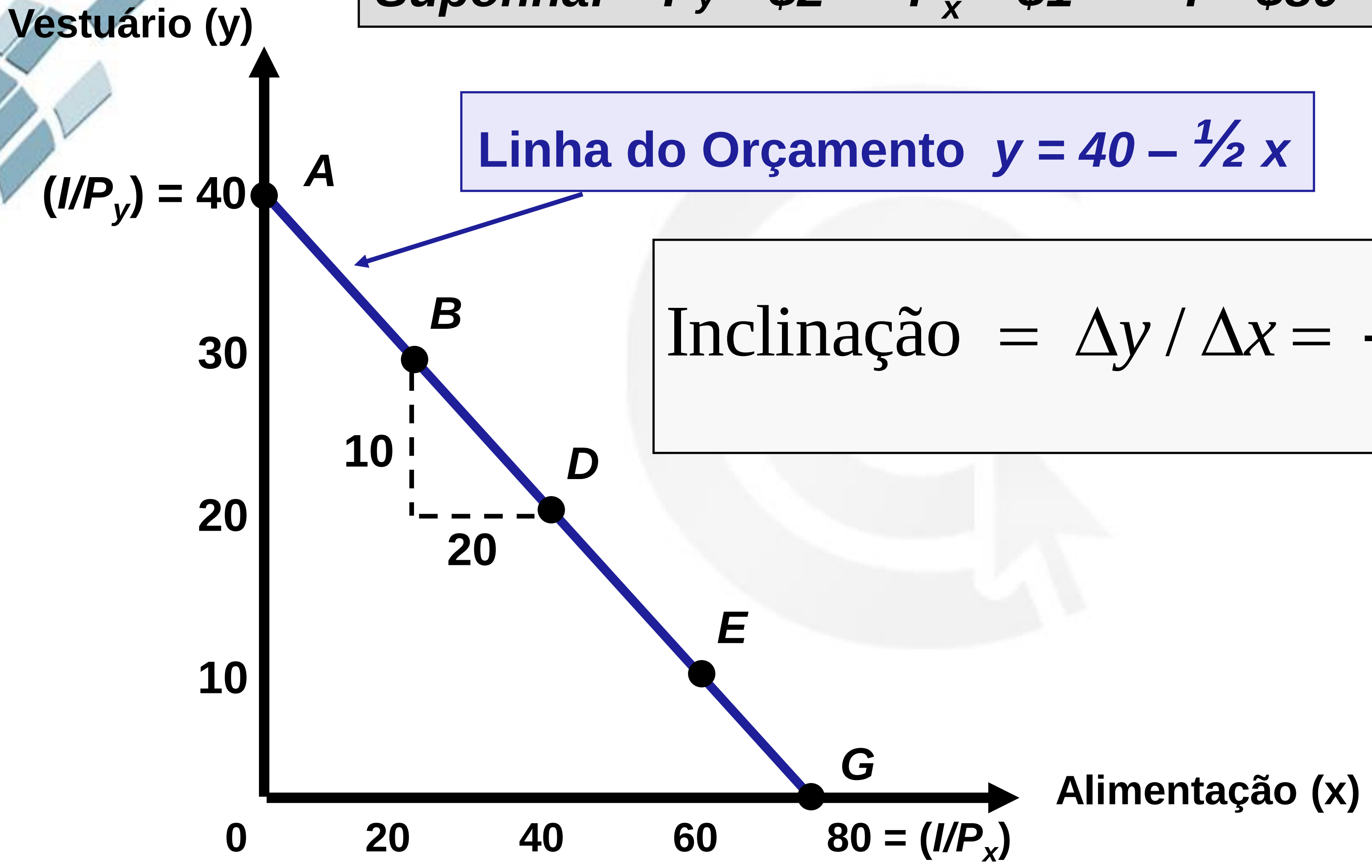
$$y = 0 \Rightarrow \left(\frac{P_x}{P_y} \right) x = \left(\frac{I}{P_y} \right) \Rightarrow x = \left(\frac{I \bullet P_y}{P_y \bullet P_x} \right) \Rightarrow \boxed{x = \left(\frac{I}{P_x} \right)}$$

Restrições Orçamentárias

Suponha: $P_y = \$2$ $P_x = \$1$ $I = \$80$

Linha do Orçamento $y = 40 - \frac{1}{2}x$

$$\text{Inclinação} = \Delta y / \Delta x = -\frac{1}{2} = -\frac{P_x}{P_y}$$



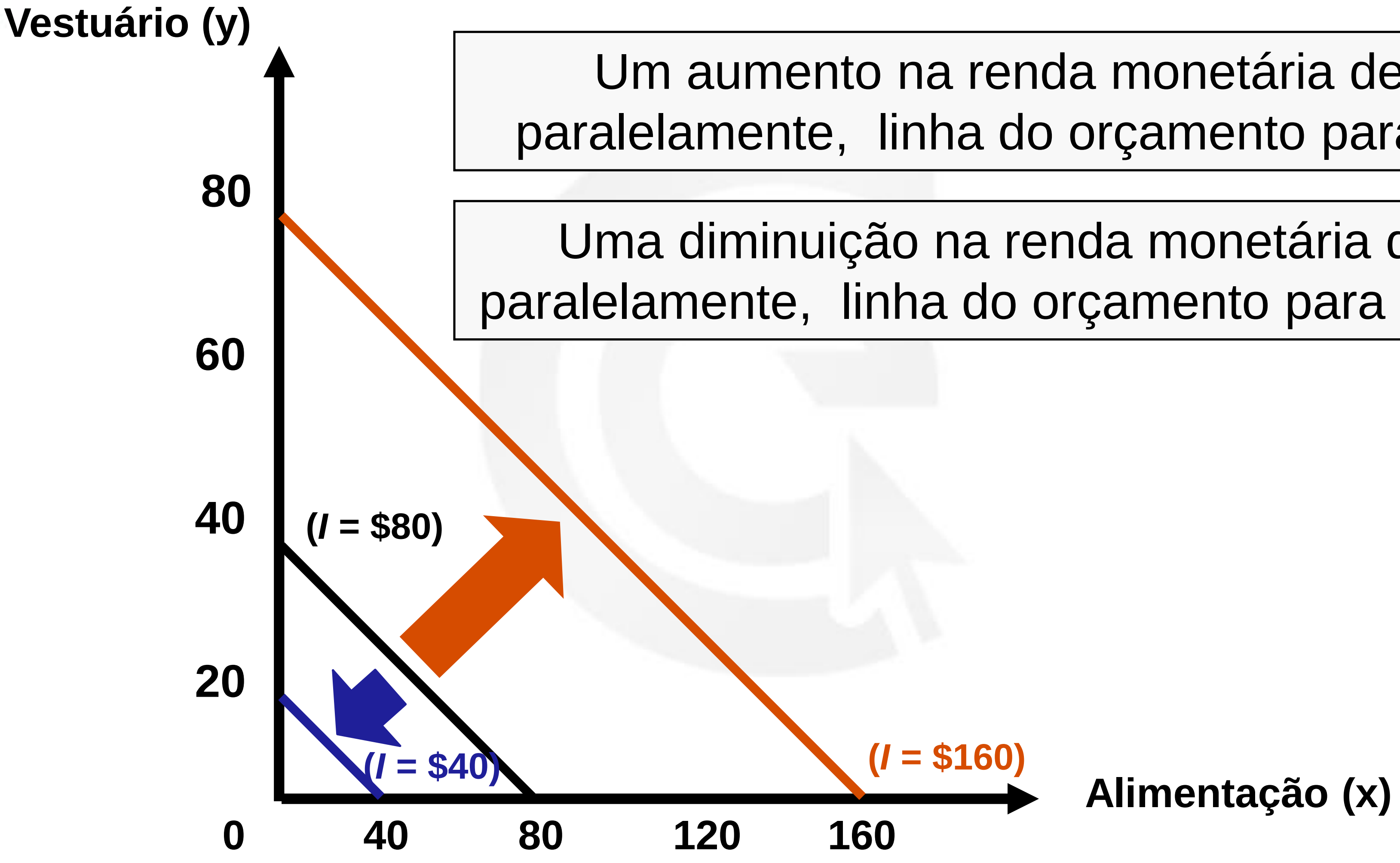
Restrições Orçamentárias

- **A Linha do Orçamento**
  - A interseção vertical (I/P_y), ilustra o maior consumo de vestuário que pode ser obtido com a renda I, dados os preços P_x e P_y.
  - A interseção horizontal (I/P_x), ilustra o maior consumo de alimentação que pode ser obtido com a renda I, dados os preços P_x e P_y.
  - A inclinação da R.O. é dada pela relação de preços, que mostra quanto o consumidor deve ceder de um bem para adquirir uma unidade do outro bem (custo de oportunidade).

Restrições Orçamentárias

- **Os Efeitos das Modificações na Renda e nos Preços**
  - **Modificações na Renda Monetária**
    - Um aumento na renda monetária, mantendo os preços constantes, desloca a linha do orçamento paralelamente para a direita, permitindo que o consumidor aumente o consumo de ambos os bens.

Restrições Orçamentárias



Um aumento na renda monetária desloca, paralelamente, linha do orçamento para a direita

Uma diminuição na renda monetária desloca, paralelamente, linha do orçamento para a esquerda

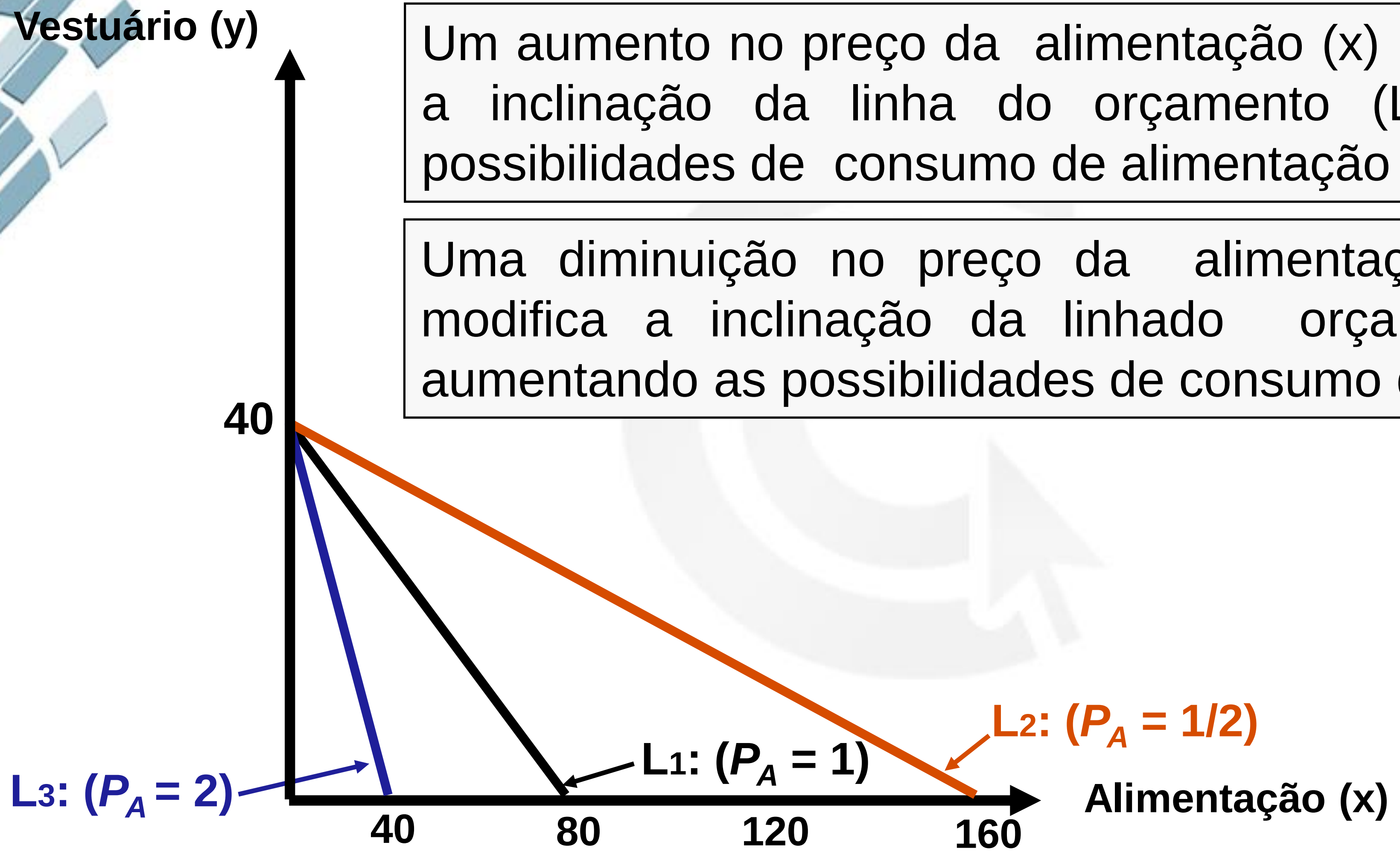
Restrições Orçamentárias

- **Os Efeitos das Modificações na Renda e nos Preços**
  - **Modificações nos Preços**
    - A mudança no preço de um dos bens, mantida a renda monetária constante, provoca uma rotação na linha de orçamento em torno da interseção.

Restrições Orçamentárias

Um aumento no preço da alimentação (x) para $2.00 modifica a inclinação da linha do orçamento (L_3), diminuindo as possibilidades de consumo de alimentação (x).

Uma diminuição no preço da alimentação (x) para $0.50 modifica a inclinação da linhado orçamento para (L_2), aumentando as possibilidades de consumo de alimentação (x).



Restrições Orçamentárias

- **Os Efeitos das Modificações na Renda e nos Preços**
  - **Modificação nos Preços**
    - Um aumento nos preços de ambos os bens, que mantenha a relação de preços inalterada, não altera a inclinação da restrição orçamentária. Entretanto, ela será deslocada para a esquerda, pois agora reduziram-se as possibilidades de consumo de ambos os bens.

Escolha por Parte do Consumidor

- O consumidor escolhe uma combinação de bens (cesta de consumo) que irá maximizar sua utilidade (ou satisfação), que seja compatível com a restrição orçamentária com a qual se defronta.

- Logo, a escolha ótima acontece na curva de indiferença mais distante da origem que pertença a restrição orçamentária. Dito de outro modo, quando a curva de indiferença tangencia a restrição orçamentária.

Escolha por Parte do Consumidor

- A cesta de mercado maximizadora de utilidade deverá satisfazer duas condições:

1) Ela deverá estar sobre a linha do orçamento.
2) Ela deverá proporcionar ao consumidor sua combinação preferida de bens e serviços, dados os preços e a renda monetária.

Escolha por Parte do Consumidor

- A inclinação de uma curva de indiferença é a $TMgS_{(y,x)}$, ou seja, taxa à qual o consumidor aceita substituir y por x, permanecendo com o mesmo nível de utilidade.

$$\boxed{TMgS_{(\mathrm{y,x})} = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{dy}{dx}}$$

- Dada uma função utilidade, tal que uma curva de indiferença seja representada por $U_{(x,y)} = C$, onde C é uma constante que mede o nível de utilidade, se tomarmos a diferencial total, devemos ter:

$$\boxed{\frac{\partial U}{\partial x}dx} + \boxed{\frac{\partial U}{\partial y}dy} = 0$$

Variação na utilidade total proveniente de uma variação na quantidade do bem y.

Variação na utilidade total proveniente de uma variação na quantidade do bem x.

- Resolvendo para para dy / dx, a inclinação da curva de indiferença, temos:

$$\frac{\partial U}{\partial y} dy = \frac{\partial U}{\partial x} dx \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{UMgx}{UMgy} = TMgS_{(y,x)}$$

- Logo, a TMgS(y,x) é a razão entre as utilidades marginais de x e y e é dada pela inclinação da curva de indiferença em um ponto.

Escolha por Parte do Consumidor

- A inclinação da restrição orçamentária é dada pela relação de preços, que mostra quanto o consumidor deve ceder de um bem para adquirir uma unidade do outro bem.

$$\boxed{I = P_x x + P_y y \rightarrow y = \frac{I}{P_y} - \frac{P_x}{P_y} x}$$

$$\boxed{Inclinação\ da\ R.O. = -\frac{P_x}{P_y}}$$

Escolha por Parte do Consumidor

- Portanto, pode ser dito que utilidade é maximizada quando:

$$\boxed{TMgS_{(y,x)} = \frac{P_x}{P_y}}$$

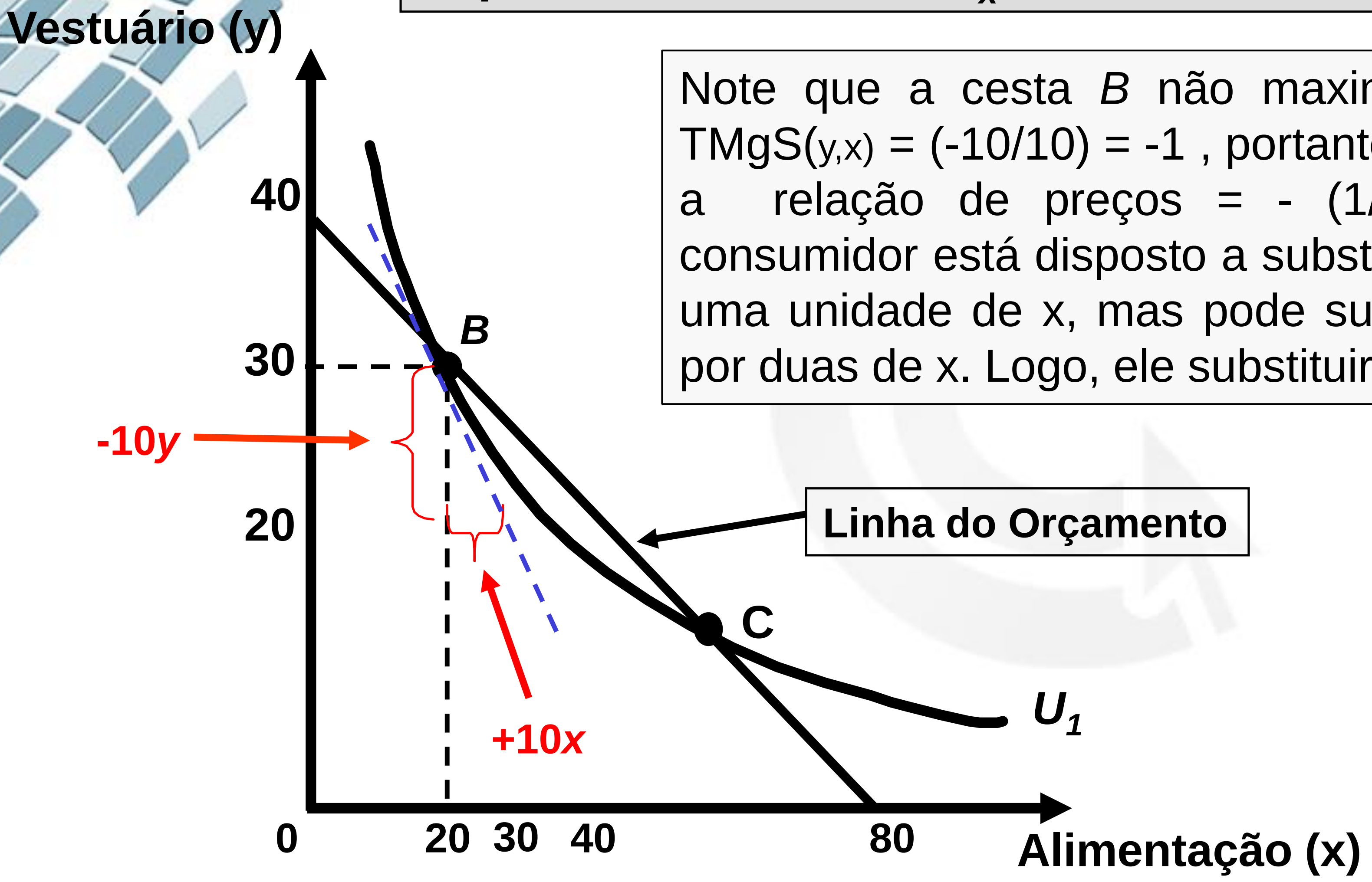
Note que, tanto a taxa marginal de substituição quanto a inclinação da R.O. são negativas.

- A escolha maximizadora de utilidade ocorre quando a taxa marginal de substituição se iguala a relação de preços, ou seja, quando a inclinação da curva de indiferença é igual a inclinação da restrição orçamentária.

Escolha por Parte do Consumidor

Suponha: $P_y = \$2$ $P_x = \$1$ $I = \$80$

Note que a cesta *B* não maximiza a utilidade, pois a TMgS(y,x) = (-10/10) = -1 , portanto, maior (em módulo) que a relação de preços = - (1/2). Isto significa que o consumidor está disposto a substituir uma unidade de y por uma unidade de x, mas pode substituir uma unidade de y por duas de x. Logo, ele substituirá y por x.

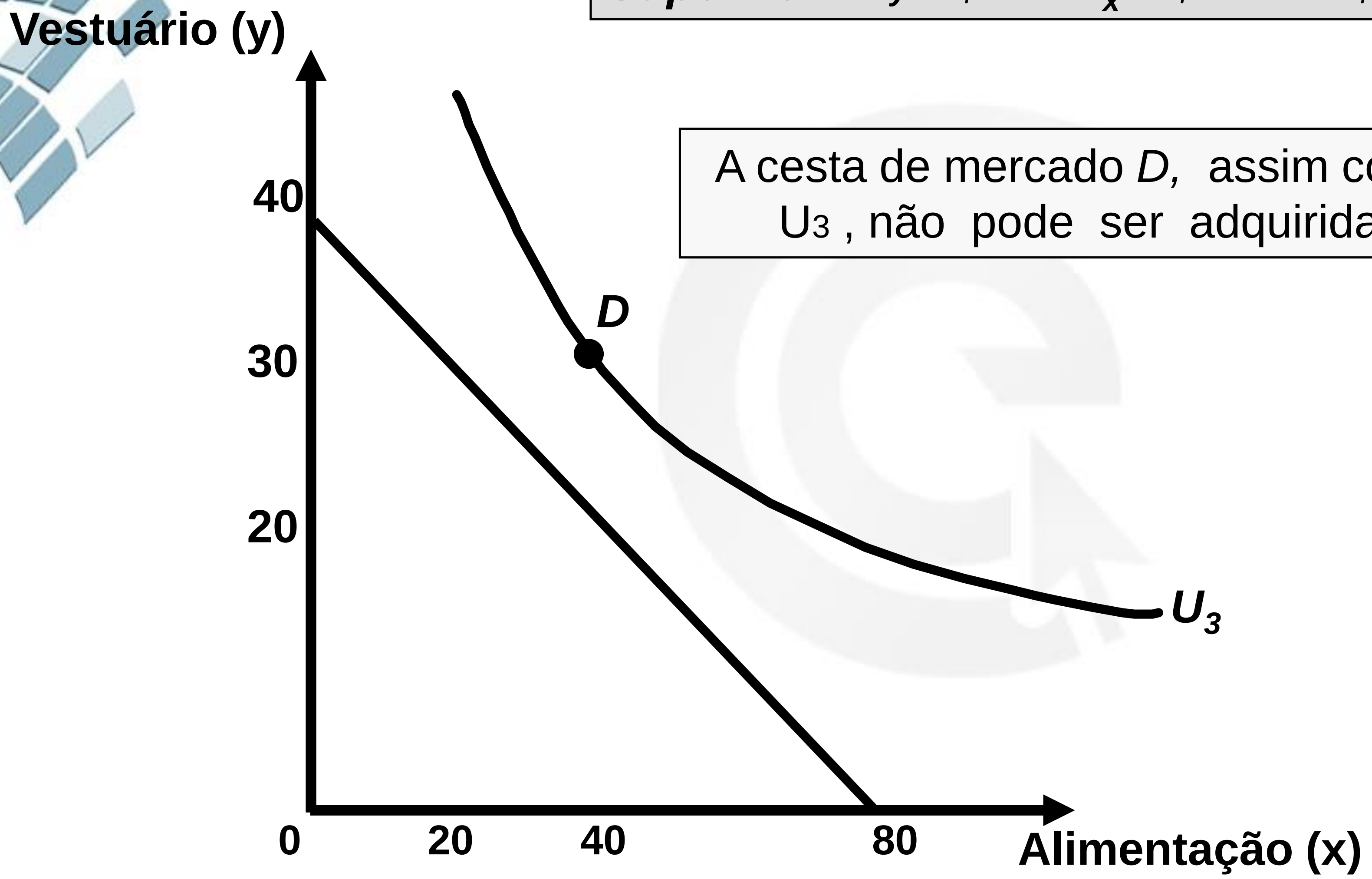


Escolha por Parte do Consumidor

- Se o consumidor escolhe a cesta B ou a cesta C , ele gasta toda a sua renda. Porém, ele poderia atingir um nível de utilidade mais elevado escolhendo uma cesta intermediária entre B e C . Dito de outra forma, a diversificação proporciona, neste caso (preferências convexas), mais utilidade ao consumidor.

Escolha por Parte do Consumidor

Suponha: $P_y = \$2$ $P_x = \$1$ $I = \$80$



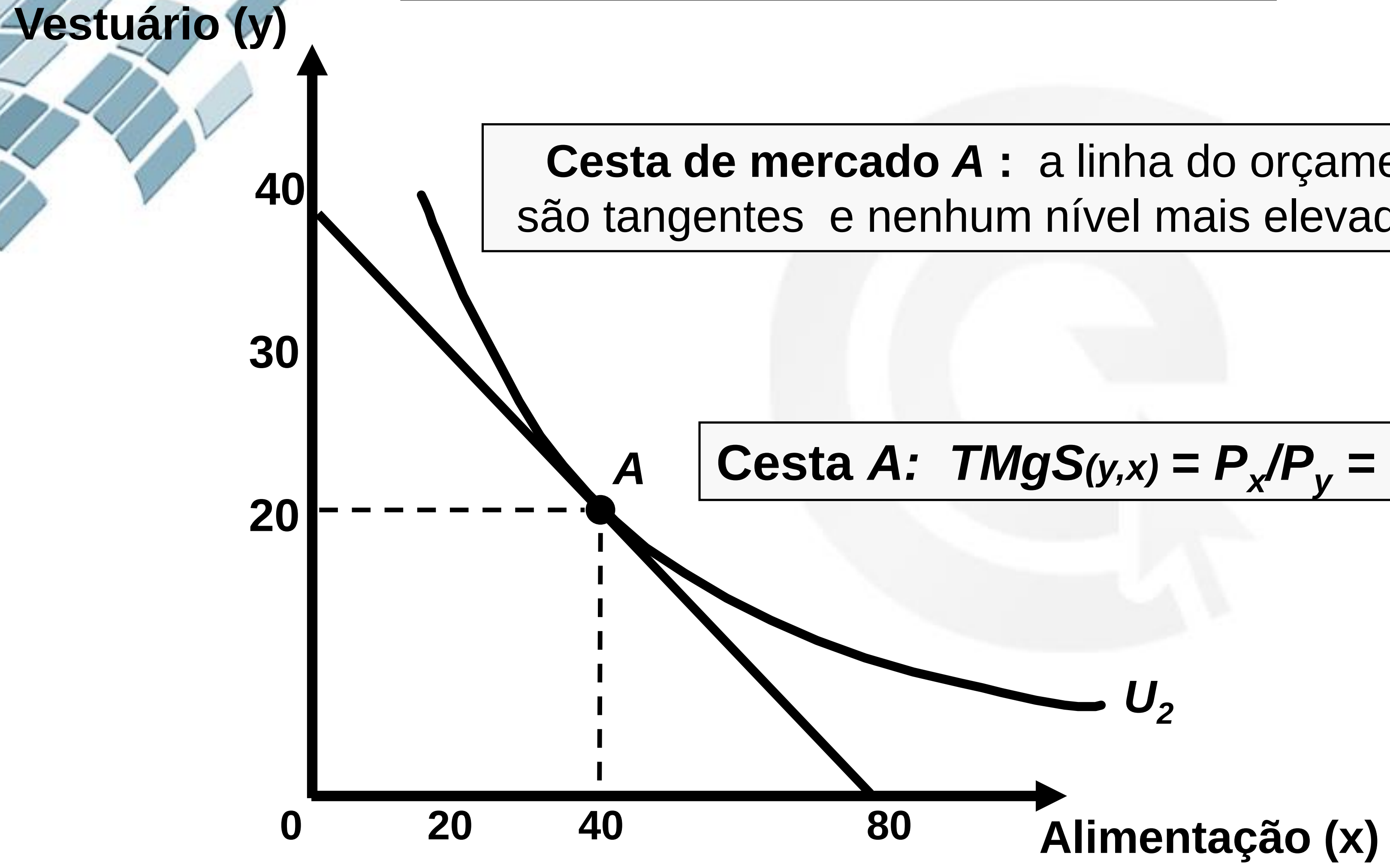
A cesta de mercado *D,* assim como qualquer outra sobre U_3 , não pode ser adquirida, dada a R.O. atual.

Escolha por Parte do Consumidor

Suponha: $P_y = \$2$ $P_x = \$1$ $I = \$80$

Cesta de mercado *A* : a linha do orçamento e a curva de indiferença são tangentes e nenhum nível mais elevado de satisfação pode ser obtido.

Cesta *A*: $TMgS_{(y,x)} = P_x/P_y = -0,5$



Escolha por Parte do Consumidor

- Como o equilíbrio do consumidor ocorre em um ponto onde a curva de indiferença tangencia a restrição orçamentária, podemos encontrar as quantidades ótimas de y e x fazendo:

$$\boxed{TMgS_{(y,x)} = \frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = \frac{P_x}{P_y} = \textit{Relação de Preços}}$$

Um Exemplo

- Suponha que a função utilidade de um consumidor possa ser representada por:

$$\boxed{U_{(x,y)} = y^{0,5} x^{0,5}}$$

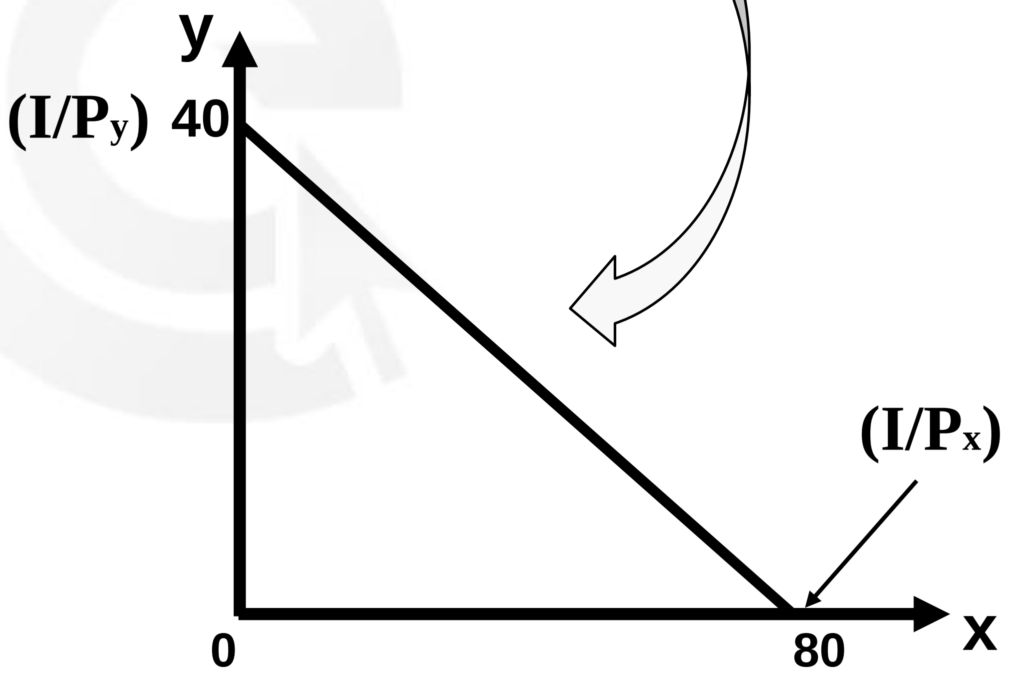
  - Note que a representação acima implica que o consumidor gosta igualmente de ambos os bens:
    - A variação de utilidade proveniente de uma unidade adicional de y é igual a variação de utilidade proveniente de uma unidade adicional de x.

- Sua renda monetária é dada por I = 80 e os preços são $P_y = 2$ e $P_x = 1$.

Um Exemplo

- A Restrição Orçamentária

$$I = P_y y + P_x x \Rightarrow y = \frac{I}{P_y} - \frac{P_x}{P_y} x \Rightarrow \boxed{y = 40 - \frac{1}{2} x}$$



Um Exemplo

- A Escolha Ótima

$$U_{(x,y)} = x^{0,5} y^{0,5} \rightarrow U_{(x,y)} = x^{\alpha} y^{\beta}$$

$$TMgS_{(y,x)} = -\frac{UMg_x}{UMg_y} = \frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}}$$

$$TMgS_{(y,x)} = -\frac{\alpha x^{\alpha-1} y^{\beta}}{\beta x^{\alpha} y^{\beta-1}} = -\frac{\alpha y}{\beta x}$$

$$Restrição\ Orçamentária \rightarrow I = P_x x + P_y y \rightarrow \boxed{y = \frac{I}{P_y} - \frac{P_x}{P_y} x}$$

$$\boxed{Equilíbrio: \left(TMgS_{(y,x)}\right) \frac{\alpha y}{\beta x} = \frac{P_x}{P_y} \left(Relação\ de\ preços\right) \Rightarrow P_y y = \frac{\beta}{\alpha} P_x x}$$

$$Substituindo\ na\ R.O.I.$$

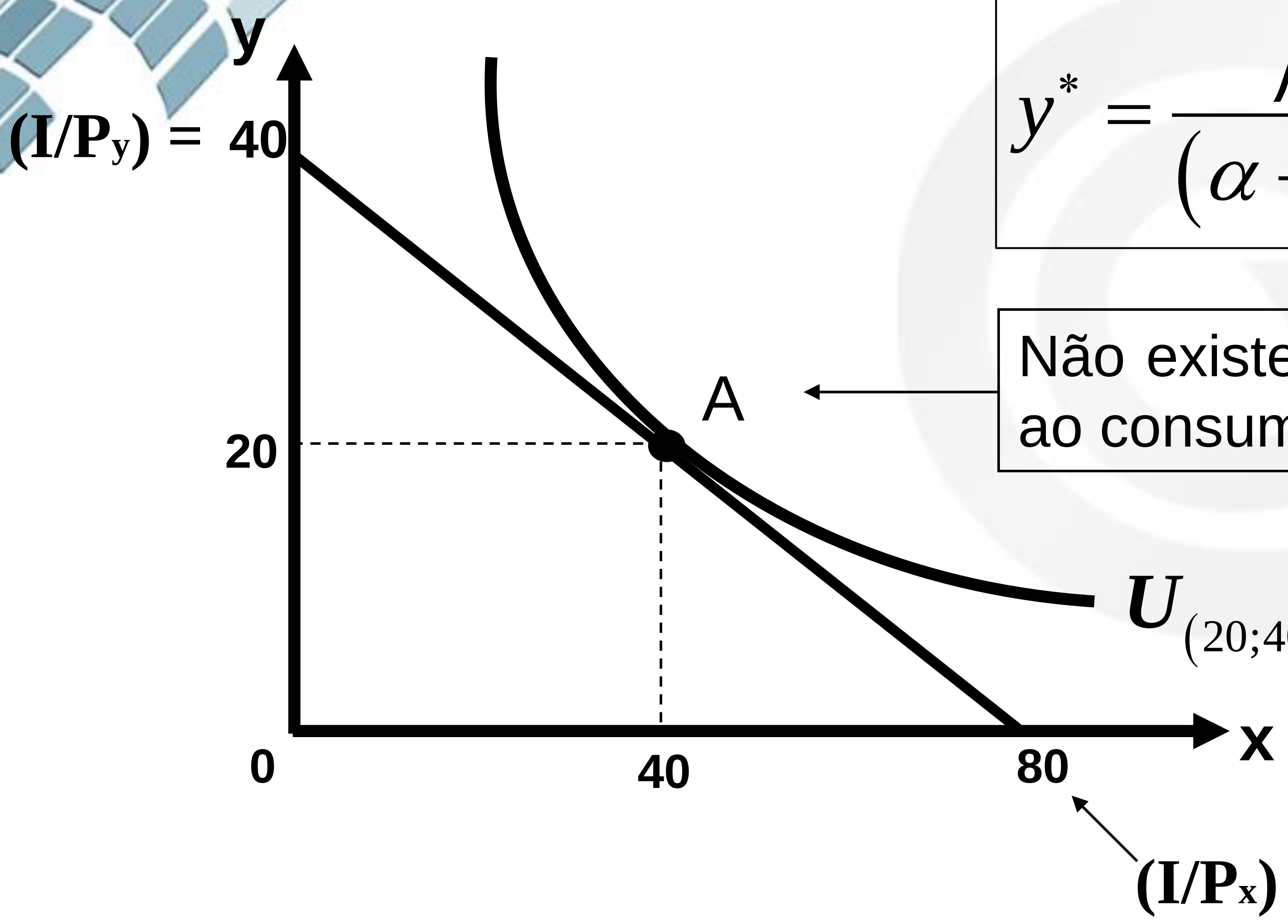
$$I = P_x x + P_y y \Rightarrow P_x x + \frac{\beta}{\alpha} P_x x = I \Rightarrow P_x x \left(1 + \frac{\beta}{\alpha}\right) = I \Rightarrow \frac{I}{P_x x} = 1 + \frac{\beta}{\alpha}$$

$$\frac{I}{P_x x} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha} \Rightarrow P_x x = \frac{I}{\frac{\alpha + \beta}{\alpha}} \Rightarrow \boxed{x^* = \frac{\alpha}{(\alpha + \beta)} \frac{I}{P_x}} \quad e \quad \boxed{y^* = \frac{\beta}{(\alpha + \beta)} \frac{I}{P_y}}$$

Um Exemplo

$$x^* = \frac{\alpha}{(\alpha+\beta)}\frac{I}{P_x} \rightarrow \frac{0,5}{(0,5+0,5)}\frac{80}{1} = 40$$

$$y^* = \frac{\beta}{(\alpha+\beta)}\frac{I}{P_y} \rightarrow \frac{0,5}{(0,5+0,5)}\frac{80}{2} = 20$$



Não existe qualquer outra cesta factível que dê ao consumidor uma utilidade maior que esta.

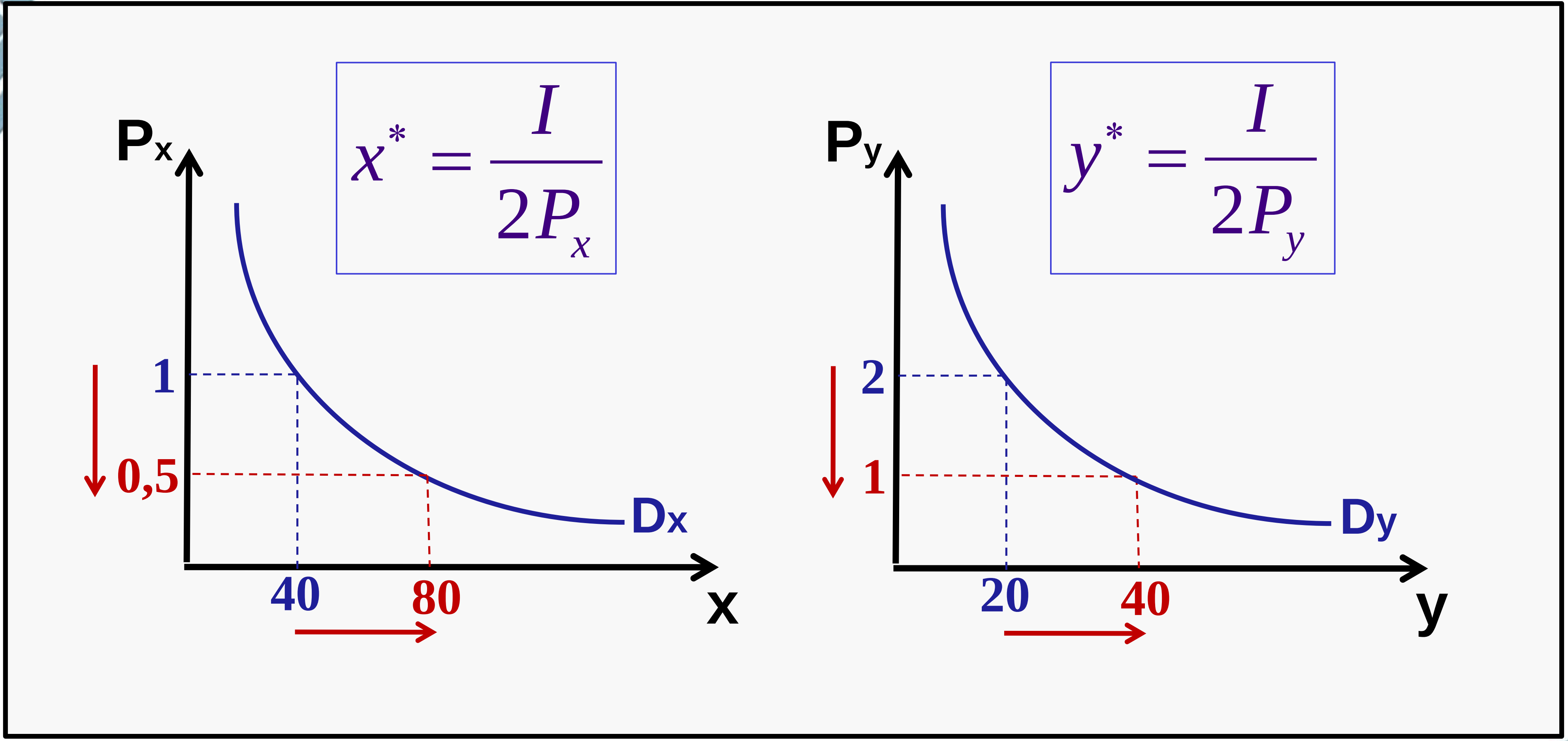
$$U_{(20;40)} = 20^{0,5}40^{0,5} = 28,28$$

Encontrando as Funções de Demanda

- As funções de demanda marshalianas para uma função utilidade Cobb-Doglas.

$$\boxed{\begin{array}{l} x^* = \dfrac{\alpha}{(\alpha+\beta)}\dfrac{I}{P_x} \rightarrow Como\ \alpha = \beta = 0,5 \rightarrow x^* = \dfrac{1}{2}\dfrac{I}{P_x} \\ y^* = \dfrac{\beta}{(\alpha+\beta)}\dfrac{I}{P_y} \rightarrow Como\ \alpha = \beta = 0,5 \rightarrow y^* = \dfrac{1}{2}\dfrac{I}{P_y} \end{array}}$$

As Funções de Demanda Marshalianas



Encontrando as Funções de Demanda

- Podemos calcular as funções de demanda marshalianas para todos os tipos de preferências.
- Como acabamos de ver, as funções de demanda marshalianas nos permitem calcular as quantidades de equilíbrio dos dois bens para qualquer combinação de renda monetária e preços.
- Veremos como calcular as funções de demanda marshalianas para os seguintes casos:
  - Função Utilidade Cobb-Douglas
    - Função Utilidade Stone-Geary
  - Bens Complementares Perfeitos
  - Bens Substitutos Perfeitos
  - Preferências Quase-lineares
  - Função Utilidade CES

- Demandas de Uma Função Cobb-Douglas: Método Formal.

$$\boxed{U(x,y) = x^{\alpha} y^{\beta} \quad s.a \quad I = P_x x + P_y y}$$

$$Logo, \quad o \quad lagrangeano \rightarrow \boxed{\Im = x^{\alpha} y^{\beta} + \lambda\left(I - P_x x - P_y y\right)}$$

$$Condições \quad de \quad primeira \quad ordem:$$

$$\frac{\partial \Im}{\partial x} = 0 \Rightarrow \alpha x^{\alpha-1} y^{\beta} - \lambda P_x = 0 \rightarrow \boxed{\lambda = \frac{\alpha x^{\alpha-1} y^{\beta}}{P_x}}$$

$$\frac{\partial \Im}{\partial y} = 0 \Rightarrow \beta x^{\alpha} y^{\beta-1} - \lambda P_y = 0 \rightarrow \boxed{\lambda = \frac{\beta x^{\alpha} y^{\beta-1}}{P_y}}$$

$$\frac{\partial \Im}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow I - P_x x - P_y y = 0$$

$$\boxed{\frac{\alpha x^{\alpha-1} y^{\beta}}{\beta x^{\alpha} y^{\beta-1}} = \frac{P_x}{P_y}}$$

$$\boxed{\frac{\alpha y}{\beta x} = \frac{P_x}{P_y}}$$

$$\boxed{\lambda = \lambda \rightarrow \frac{\alpha y}{\beta x}\left(TMgS_{(y,x)}\right) = \frac{P_x}{P_y}\left(relação\ \ de\ \ Preços\right) \Rightarrow P_y y = \frac{\beta}{\alpha} P_x x}$$

$Substituindo \quad na \quad R.O.I.$

$$I = P_x x + P_y y \Rightarrow P_x x + \frac{\beta}{\alpha} P_x x = I \Rightarrow P_x x\left(1 + \frac{\beta}{\alpha}\right) = I \Rightarrow \frac{I}{P_x x} = 1 + \frac{\beta}{\alpha}$$

$$\frac{I}{P_x x} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha} \Rightarrow P_x x = \frac{I}{\frac{\alpha + \beta}{\alpha}} \Rightarrow \boxed{x^* = \frac{\alpha}{(\alpha + \beta)} \frac{I}{P_x}} \quad e \quad \boxed{y^* = \frac{\beta}{(\alpha + \beta)} \frac{I}{P_y}}$$

- **Observação Importante**
  - Note que as funções de demanda marshalianas por x e y, derivadas de uma função utilidade Cobb-Douglas, são dadas por

$$U_{(x,y)} = x^{\alpha} y^{\beta} \Rightarrow \boxed{x^* = \frac{\alpha}{(\alpha+\beta)} \frac{I}{P_x}} \quad e \quad \boxed{y^* = \frac{\beta}{(\alpha+\beta)} \frac{I}{P_y}}$$

  - Sendo assim:
    - Proporção da renda gasta com x = $\left[\alpha / (\alpha+\beta)\right]$
    - Proporção da renda gasta com y = $\left[\beta / (\alpha+\beta)\right]$

- **Exemplificando:**
  - Suponha que $U_{(x,y)} = x^{0,4}y^{0,6}$
    - Logo, 40% da renda será gasta com o bem x e 60% da renda será gasta com o bem y.
  - Suponha que $U_{(x,y)} = x^{3}y^{2}$
    - Logo, 60% da renda será gasta com o bem x e 40% da renda será gasta com o bem y.

Observação Importante

- Como acabamos de ver, função utilidade Cobb-Douglas possui o seguinte formato geral:

$$U_{(x,y)} = x^c y^d.$$

- Vimos também que a parcela da renda (fixa) gasta com o bem x é igual a

$$\frac{c}{(c+d)}.$$

- Logo, a parcela da renda (fixa) gasta com o bem y é dada por

$$\frac{d}{(c+d)} \equiv 1 - \frac{c}{(c+d)}.$$

$$Vamos\ chamar\ \frac{c}{(c+d)}\ de\ \alpha \rightarrow \frac{c}{(c+d)} \equiv \alpha \rightarrow \frac{d}{(c+d)} \equiv 1-\alpha.$$

Observação Importante

- Pode ser conveniente tomar, então, a transformação monotônica

$$U_{(x,y)} = x^{\alpha} y^{1-\alpha}.$$

- A função utilidade acima é uma representação da função-utilidade Cobb-Douglas bastante comum.

$$\boxed{Note\ então\ que\ se\ U_{(x,y)} = x^{\alpha} y^{1-\alpha} : U_{(x,y)} = x^{3} y^{2} \Rightarrow U_{(x,y)} = x^{0,6} y^{0,4}.}$$

Função de Utilidade Indireta

- Agora, podemos obter a função de utilidade indireta (cálculo da utilidade) para o nosso exemplo, substituindo x* e y* na função utilidade.

$$\boxed{V\left(P_x,P_y,I\right) = U\left(x\left(P_x,P_y,I\right), y\left(P_x,P_y,I\right)\right)}$$

$$\boxed{V\left(P_x,P_y,I\right) = \left(\frac{I}{2P_x}\right)^{0,5}\left(\frac{I}{2P_y}\right)^{0,5} \Rightarrow V\left(P_x,P_y,I\right) = \frac{I}{\left(4P_xP_y\right)^{0,5}}}$$

$$Como, no\ nosso\ exemplo\quad P_x = 1,\quad P_y = 2\quad e\quad I = 80:$$

$$V\left(P_x,P_y,I\right) = \frac{80}{\left(4\bullet 2\bullet 1\right)^{0,5}} \Rightarrow \boxed{V\left(P_x,P_y,I\right) = 28,2843}$$

- Onde *V* denota a utilidade maximizada.

Elasticidades: Cobb-Douglas.

- **Elasticidade Preço da Demanda por X**

Demanda por x $\rightarrow$ $\boxed{x^* = \frac{\alpha}{(\alpha+\beta)} \frac{I}{P_x} \Rightarrow x^* = \frac{\alpha}{(\alpha+\beta)} I P_x^{-1}}$

$$E_{P_X}^X = \frac{\partial X}{\partial P_X} \bullet \frac{P_X}{X} \Rightarrow -\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right) I P_x^{-2} \bullet \left[\frac{P_x}{\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right) I P_x^{-1}} \right] \Rightarrow -P_x^{-1} P_x \Rightarrow \boxed{E_{P_X}^X = -1}$$

- Logo, para uma função utilidade Cobb-Douglas, preço e quantidade variam na mesma proporção, ou seja, um aumento no preço do bem x de 1% reduz a quantidade demandada em 1%.
- **OBS.** De forma equivalente, poderíamos calcular a elasticidade preço da demanda por y, que também é igual a um (em módulo).

Elasticidades: Cobb-Douglas.

- **Elasticidade Renda da Demanda por X**

Demanda por x → $\boxed{x^* = \frac{\alpha}{(\alpha+\beta)} \frac{I}{P_x}}$

$$E_I^X = \frac{\partial X}{\partial I} \bullet \frac{I}{X} \Rightarrow \left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)\frac{1}{P_x} \bullet \frac{I}{\frac{\alpha}{(\alpha+\beta)}\frac{I}{P_x}} \Rightarrow \left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)\frac{I}{P_x} \bullet \frac{(\alpha+\beta)P_x}{\alpha I} \Rightarrow \boxed{E_I^X = 1}$$

- Logo, para uma função utilidade Cobb-Douglas, renda e quantidade variam na mesma proporção, ou seja, um aumento na renda de 1% aumenta a demanda por x em 1%.
- **OBS.** De forma equivalente, poderíamos calcular a elasticidade renda da demanda por y, que também é igual a um.

Elasticidades: Cobb-Douglas

- **Elasticidade Cruzada da Demanda por X**

Demanda por x $\rightarrow$ $\boxed{x^* = \dfrac{\alpha}{(\alpha+\beta)}\dfrac{I}{P_x}}$

$$E^X_{(x,y)} = \frac{\partial X}{\partial P_y} \bullet \frac{P_y}{X} \Rightarrow 0 \bullet \frac{P_y}{X} \Rightarrow \boxed{E^X_{(x,y)} = 0}$$

- Logo, para uma função utilidade Cobb-Douglas, a variação no preço de y não afeta a quantidade demandada pelo bem x.
- **OBS.** De forma equivalente, poderíamos calcular a elasticidade cruzada da demanda por y, que também é igual a zero.

Função Utilidade Stone-Geary

$$Seja \quad U_{(x,y)} = \left(x - x_0\right)^{\alpha} \left(y - y_0\right)^{\beta} \ ; \ \alpha + \beta = 1.$$

- A função utilidade em questão é uma generalização da função utilidade Cobb-Douglas, conhecida como função utilidade Stone-Geary, que incorpora a ideia de que o indivíduo deve comprar certas quantidades mínimas de cada um dos bens (x_0,y_0).
  - Dessa forma, devemos ter $x \geq x_0$ e $y \geq y_0$.
- A derivação das funções de demanda por x e y, nesse caso, são realizadas de maneira análoga ao caso de uma Cobb-Douglas, se introduzirmos o conceito de "renda supernumerário" (*I**), que representa a quantidade de poder aquisitivo remanescente após a compra da cesta (x_0,y_0):

$$I^* = I - P_x x_0 - P_y y_0$$

$$As\ \ funções\ de\ demanda\ são:$$

$$x^* = \frac{\left(P_x x_0 + \dfrac{\alpha I^*}{(\alpha+\beta)}\right)}{P_x}\ .\ Se\ \alpha+\beta=1 \rightarrow x^* = \frac{\left(P_x x_0 + \alpha I^*\right)}{P_x}.$$

$$y^* = \frac{\left(P_y y_0 + \dfrac{\beta I^*}{(\alpha+\beta)}\right)}{P_y}\ .\ Se\ \alpha+\beta=1 \rightarrow y^* = \frac{\left(P_y y_0 + \beta I^*\right)}{P_y}.$$

- Logo, após adquirir as quantidades mínimas dos dois bem (x_0,y_0) , o indivíduo gasta uma proporção constante da renda adicional (supernumerário) com cada bem.

Um Exemplo

$$Seja \ \ U_{(x,y)} = \left(x - x_0\right)^{0,6}\left(y - y_0\right)^{0,4} \ \ ,$$

$$com \ I = 100, \ P_x = 1, \ P_y = 1, \ x_0 = 20 \ e \ y_0 = 20.$$

$$Como \ I^* = I - P_x x_0 - P_y y_0 \rightarrow I^* = 100 - 1(20) - 1(20) = 60$$

$$Logo:$$

$$x^* = \frac{\left(P_x x_0 + \alpha I^*\right)}{P_x} \rightarrow x^* = \frac{\left(1(20) + 0,6(60)\right)}{1} = 56$$

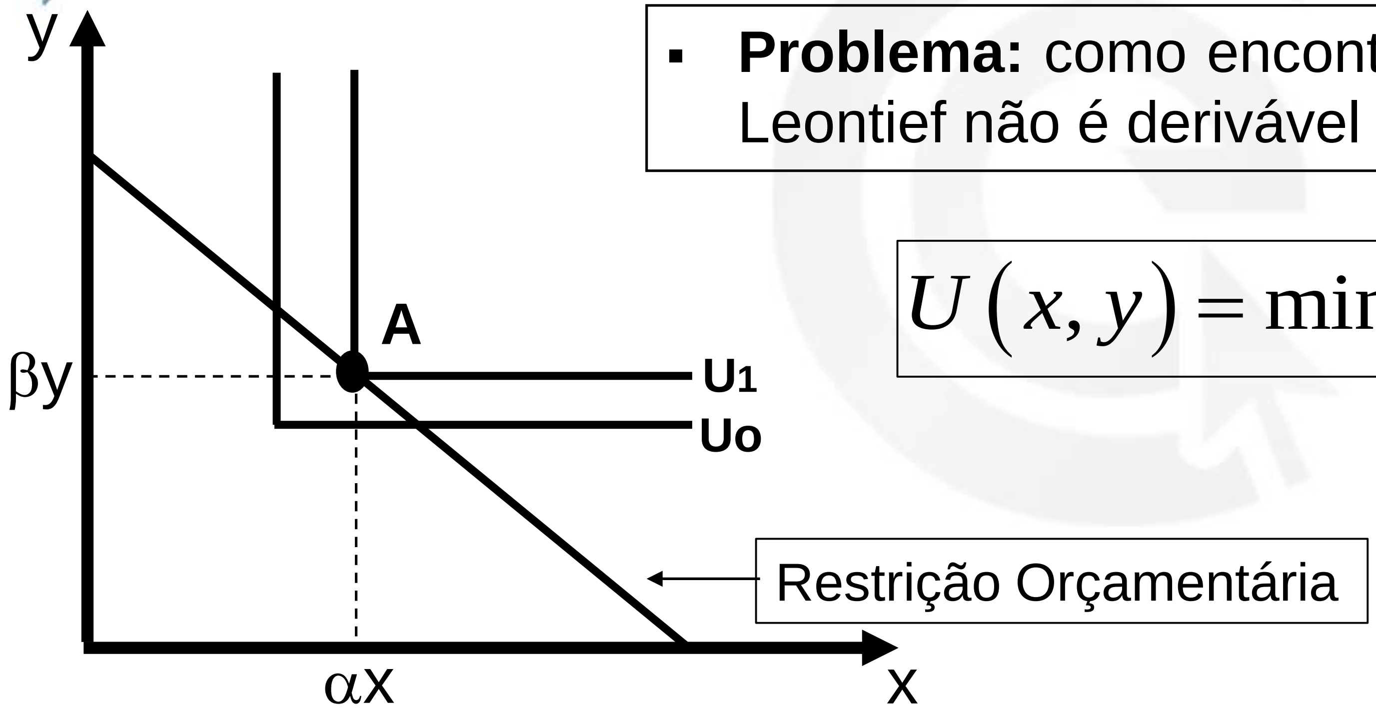
$$y^* = \frac{\left(P_y y_0 + \beta I^*\right)}{P_y} \rightarrow y^* = \frac{\left(1(20) + 0,4(60)\right)}{1} = 44$$

Dos $60 do supernumerário o consumidor gastará 60% com x (36) e 40% com y (24).

- Entretanto, nada garante que a renda monetária (*I*) seja suficiente para o indivíduo comprar a cesta com as quantidades mínimas (x_0,y_0) , dados os preços de x e y.
  - Podemos ter $I < \left(P_x x_0 + P_y y_0 \right).$

Maximização da Utilidade: Complementos Perfeitos

- O consumidor maximiza a utilidade adquirindo a cesta A: curva de indiferença mais distante da origem que toca a restrição orçamentária (pode ser adquirida dada a renda monetária e os preços de x e y).



- **Problema:** como encontrar a cesta A, já que a função de Leontief não é derivável (note que a TMgS é igual a zero).

$$U\left(x, y\right) = \min\left(\alpha x, \beta y\right) \Rightarrow \alpha x = \beta y$$

Maximização da Utilidade: Complementos Perfeitos

- Demandas Marshalianas de Uma Função de Leontief
  - Complementares Perfeitos

$$U(x,y)=\min(\alpha x,\beta y)\Rightarrow \alpha x=\beta y\Rightarrow x=\frac{\beta}{\alpha}y \quad ou \quad y=\frac{\alpha}{\beta}x$$

$$Substituindo \quad na \quad R.O.\Rightarrow I=P_x x+P_y y\Rightarrow I=P_x\frac{\beta}{\alpha}y+P_y y$$

$$I=\left(P_x\frac{\beta}{\alpha}+P_y\right)\bullet y\Rightarrow \boxed{y^*=\frac{I}{P_x\frac{\beta}{\alpha}+P_y}} \quad e \quad \boxed{x^*=\frac{I}{P_x+P_y\frac{\alpha}{\beta}}}$$

Maximização da Utilidade: Complementos Perfeitos

- Exemplo:
  - Seja U(x,y) = min{x,4y}, I = 8, P_x=1 e P_y=4.

$$y^* = \frac{I}{P_x \frac{\beta}{\alpha} + P_y} \Rightarrow y^* = \frac{8}{4P_x + P_y} \Rightarrow y^* = 1$$

$$x^* = \frac{I}{P_x + P_y \frac{\alpha}{\beta}} \Rightarrow x^* = \frac{8}{P_x + 0,25P_y} \Rightarrow x^* = 4$$

$$Note\ que\ \alpha x = \beta y:$$

$$x^* = 4y^*$$

Quatro unidades de x para cada unidade de y.

Maximização da Utilidade: Substitutos Perfeitos

- Como vimos, no caso de dois bens que sejam substitutos perfeitos, a função utilidade é dada por:

$$\boxed{U_{(y,x)} = \alpha y + \beta x}$$

- Caso α e β sejam iguais a um: $\boxed{U_{(y,x)} = y + x}$.
  - Note que, neste caso, como a $TMgS_{(y,x)}$ é igual a -1, tanto faz possuir 10 unidades de x, 10 de y ou cinco unidades de cada um.
  - Logo, o consumidor gastará toda a sua renda adquirindo o bem cujo preço é menor. Caso os preços sejam iguais, ele poderá adquirir qualquer combinação de x e y que respeite a sua restrição orçamentária.

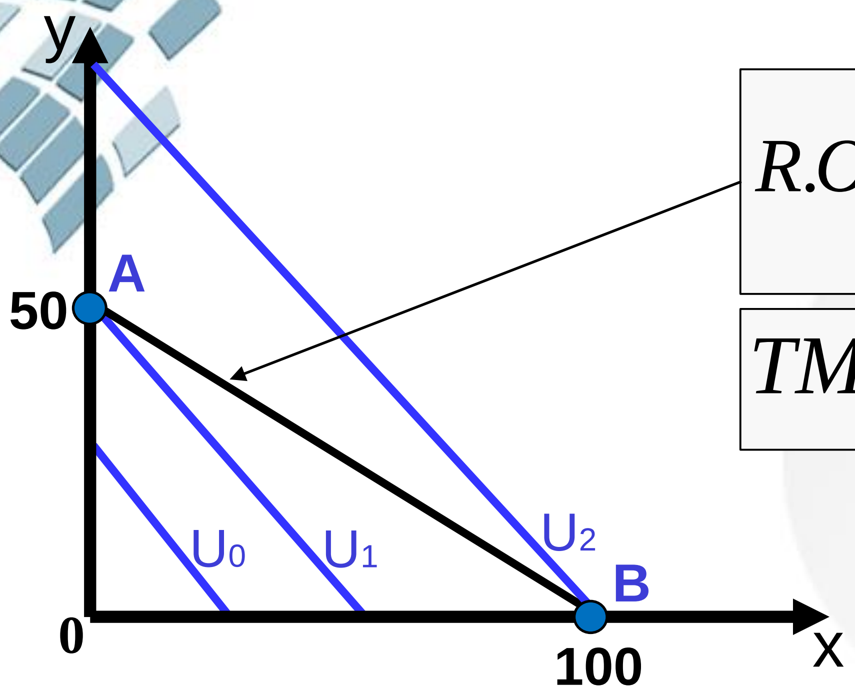
Maximização da Utilidade: Substitutos Perfeitos

- Logo, neste caso, podemos resumir as funções de demanda da seguinte forma:

$$\boxed{Demandas\ \ Marshalianas} \rightarrow \begin{cases} x^* = \dfrac{I}{P_x} \ \ se\ P_x < P_y \rightarrow y^* = 0 \\ y^* = \dfrac{I}{P_y} \ \ se\ P_x > P_y \rightarrow x^* = 0 \\ (y, x) \in \ R^2 \ / \ \left(P_x x + P_y y = I\right) \ se\ P_x = P_y \end{cases}$$

Exemplo

- Suponha que: $U_{(x,y)} = y + x$, $I = 100$, $P_x = 1$ e $P_y = 2.$



$$R.O. \rightarrow y = \frac{I}{P_y} - \frac{P_x}{P_y}x \Rightarrow y = 50 - \frac{1}{2}x$$

$$TMgS_{(y,x)} = -1$$

- Note que a cesta B(0,100) é preferível à cesta A(50,0)
  - A escolha da cesta B se deve ao fato de que $P_X < P_Y$, com $U_{(x,y)} = y + x$.
- Qual seria a escolha do consumidor se duas unidades de x fossem equivalentes a uma unidade de y ?

Generalizando o Exemplo Anterior

- Vimos anteriormente que, caso a $TMgS_{(y,x)}$ seja superior (em módulo) à relação de preços (P_x/P_y), o consumidor escolherá somente x.

- Suponha que a função utilidade seja dada por $U_{(x,y)} = \alpha x + \beta y$.

  - Neste caso, a escolha depende de α e β, parâmetros que definem a $TMgS_{(y,x)}$.

$$\boxed{TMgS_{(y,x)} = -\frac{\dfrac{\partial U}{\partial x}}{\dfrac{\partial U}{\partial y}} = -\frac{\alpha}{\beta}}$$

Logo
$$\begin{cases} \text{se } |\alpha/\beta| > |Px/Py| \text{ , o consumidor escolherá somente x.} \\ \text{se } |\alpha/\beta| < |Px/Py| \text{ , o consumidor escolherá somente y.} \\ \text{se } |\alpha/\beta| = |Px/Py| \text{ , o consumidor escolherá qualquer combinação de x e y que respeite a restrição orçamentária.} \end{cases}$$

Generalizando o Exemplo Anterior

- Assim, temos:

Demandas Marshalianas →

$$\begin{cases} x^* = \dfrac{I}{P_x} \ \ se \ \ |\alpha / \beta| > |P_x / P_y| \rightarrow \ \ y^* = 0 \\ y^* = \dfrac{I}{P_y} \ \ se \ \ |\alpha / \beta| < |P_x / P_y| \rightarrow \ \ x^* = 0 \\ \left(y, x\right) \in \ R^2 \ \ / \ \ \left(P_x x + P_y y = I\right) \ \ se \ \ |\alpha / \beta| = |P_x / P_y| \end{cases}$$

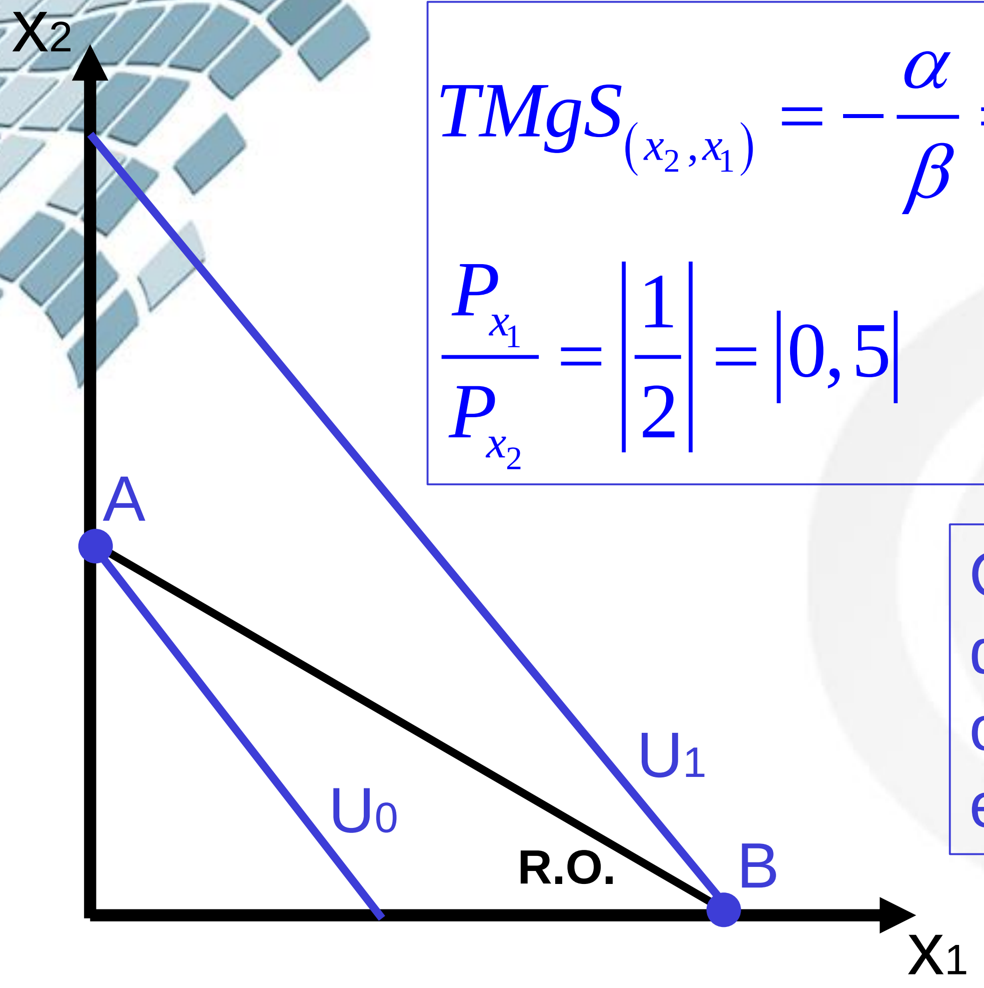
Exemplo

- **Observe a seguinte afirmação:**
- Se a função utilidade for $U(x_1,x_2) = x_1 + 0{,}25x_2$ e a renda do consumidor for igual a *I* , com $p_1 = 1$ e $p_2 = 2$, em que p_i é o preço do bem *i*, então o consumidor irá utilizar toda a sua renda na aquisição do bem com maior utilidade marginal, no caso, na aquisição do bem 1.

$$U_{(x_2,x_1)} = \alpha x_1 + \beta x_2 \Rightarrow TMgS_{(x_2,x_1)} = -\frac{\alpha}{\beta} = \left|\frac{1}{0,25}\right| = |4| \quad e \quad \frac{P_{x_1}}{P_{x_2}} = \left|\frac{1}{2}\right| = |0,5|$$

Como TMgS > relação de preços $\Rightarrow$ $x_1 = (I/Px)$ e $x_2 = 0$.

Exemplo



$$TMgS_{(x_2, x_1)} = -\frac{\alpha}{\beta} = \left|\frac{1}{0,25}\right| = |4|$$

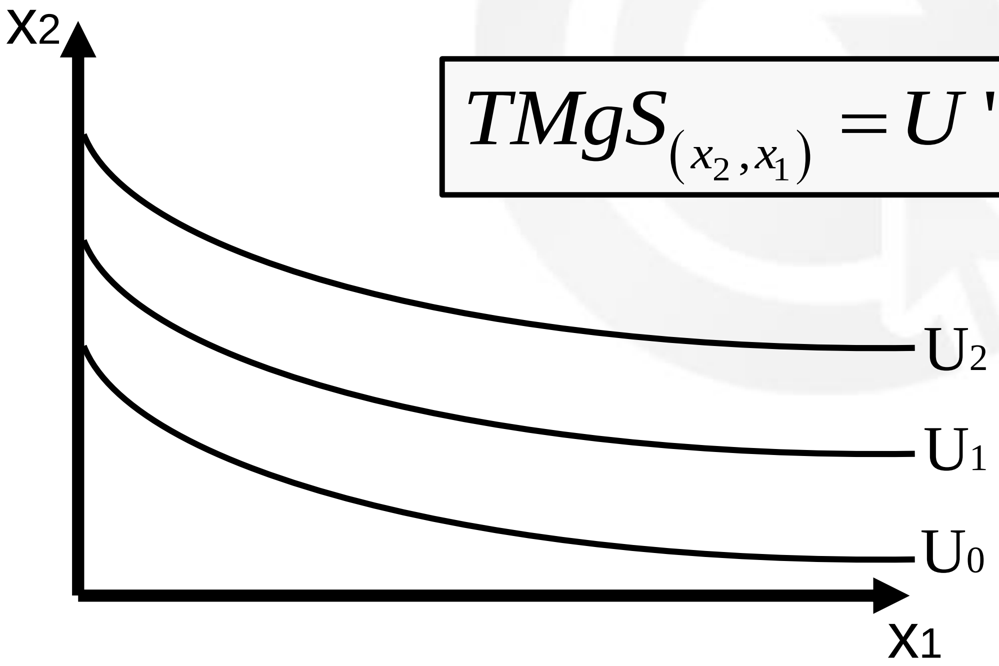
$$\frac{P_{x_1}}{P_{x_2}} = \left|\frac{1}{2}\right| = |0,5|$$

Quatro unidades de x_2 equivalem a 1 unidade de x_1. Entretanto, O preço de x_1 é menor que o preço de x_2. Logo, o consumidor se especializará no consumo de x_1.

Maximização de Utilidade: Função Quase-Linear

- Seja a função utilidade $\boxed{U(x_1, x_2) = U(x_1) + x_2}$
- Desta forma:
  - Ela é quase-linear em x_2 .
  - A TMgS(x_2,x_1) depende exclusivamente de x_1

$$\boxed{TMgS_{(x_2,x_1)} = U'(x_1)}$$



- Suponha que a função utilidade de um consumidor seja dada por:

$$U_{(x,y)} = \ln x_1 + x_2 \ , \ com \ P_{x_1} = 5 \ , P_{x_2} = 3 \ \ e \ \ I = 500.$$

- Podemos encontrar a escolha ótima do consumidor igualando a TMgS (inclinação da curva de indiferença) à relação de preços (inclinação da restrição orçamentária).

$$\boxed{TMgs_{(x_2,x_1)} = -\frac{\frac{\partial U}{\partial x_1}}{\frac{\partial U}{\partial x_2}} = -\frac{\frac{1}{x_1}}{1} = -\frac{1}{x_1}}$$

$$\boxed{Relação \ de \ Preços = -\frac{P_{x_1}}{P_{x_2}}}$$

$$\boxed{Equilíbrio: TMgs_{(x_2,x_1)} = -\frac{1}{x_1} = -\frac{P_{x_1}}{P_{x_2}} = Relação \ de \ Preços}$$

$$P_{x_2} = P_{x_1} x_1 \rightarrow R.O. \rightarrow I = P_{x_2} x_2 + P_{x_2} \rightarrow I - P_{x_2} = P_{x_2} x_2 \rightarrow x_2 = \frac{I - P_{x_2}}{P_{x_2}}$$

$$\boxed{x_2^* = \frac{I}{P_{x_2}} - 1}$$

$$Como \ I - P_{x_2} = P_{x_2} x_2 \rightarrow I = I - P_{x_2} + P_{x_1} x_1 \rightarrow P_{x_2} = P_{x_1} x_1$$

$$\boxed{x_1^* = \frac{P_{x_2}}{P_{x_1}}}$$

- Notar que uma alteração no preço do bem x_1 altera o consumo do bem somente via efeito substituição, ou seja, o efeito renda é igual a zero.
- Substituindo os dados do exemplo: $x_2^* = \frac{500}{3} - 1 = 165,67 \ e \ x_1^* = \frac{3}{5} = 0,6$.

Maximização de Utilidade: Função Utilidade CES

- A função CES pode representar bens substitutos perfeitos, complementos perfeitos e também pode ser transformada em uma Cobb-Douglas, dependendo da elasticidade de substituição, que depende do parâmetro θ, onde $\theta \neq 0$.

$$\boxed{U(x,y) = \frac{x^\theta}{\theta} + \frac{y^\theta}{\theta} \quad \textit{transformação monotônica de } U(x,y) = \left[x^\theta + y^\theta\right]^{\frac{1}{\theta}}.}$$

- A elasticidade de substituição é dada por $\sigma = \dfrac{1}{1-\theta}$.

Logo

$$\left\{\begin{array}{l} \theta \to 0 \Rightarrow \sigma \to 1 \to Cobb-Douglas \\ \theta \to 1 \Rightarrow \sigma \to \infty \to Substitutos\ \ Perfeitos \\ \theta \to -\infty \Rightarrow \sigma \to 0 \to Complementos\ \ Perfeitos \end{array}\right.$$

Na parte de teoria de produção, veremos mais detalhes sobre a elasticidade de substituição.

$$\boxed{U_{(x,y)} = \left[x^{\theta} + y^{\theta}\right]^{\frac{1}{\theta}}}$$

$$TMgS_{(y,x)} = -\frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = -\frac{\left(\frac{1}{\theta}\right)\left[x^{\theta} + y^{\theta}\right]^{\frac{1}{\theta}-1} \bullet \theta x^{\theta-1}}{\left(\frac{1}{\theta}\right)\left[x^{\theta} + y^{\theta}\right]^{\frac{1}{\theta}-1} \bullet \theta y^{\theta-1}} \rightarrow \boxed{TMgS_{(y,x)} = -\left(\frac{y}{x}\right)^{1-\theta}}$$

$$\boxed{Equilíbrio: \ TMgS_{(y,x)} = -\left(\frac{y}{x}\right)^{1-\theta} = -\frac{P_x}{P_y} = Relação \ de \ Preços}$$

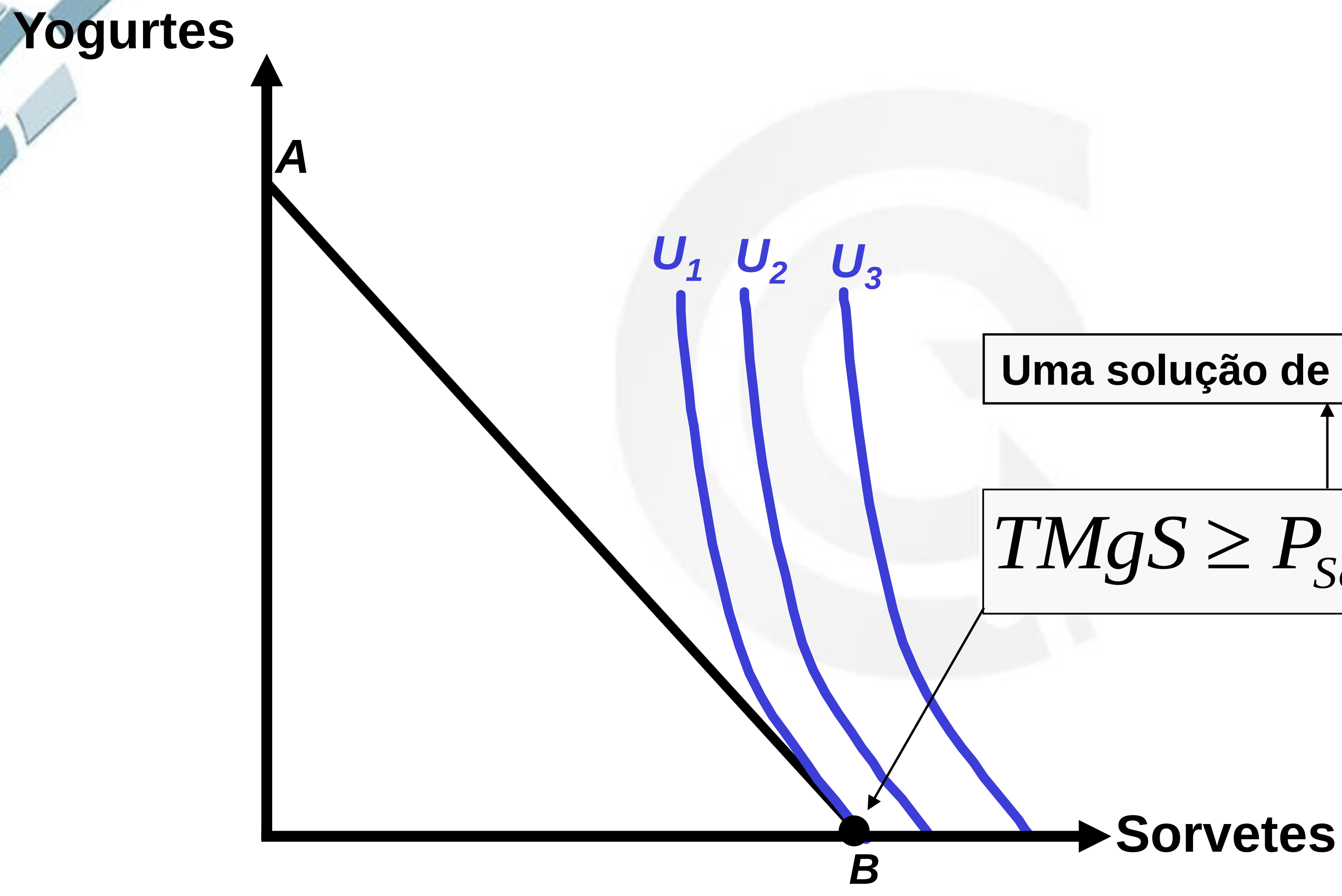
$$Caso \ \theta = 0\left(Cobb - Douglas\right) \rightarrow \frac{y}{x} = \frac{P_x}{P_y} \rightarrow P_x x = P_y y$$

$$Substituindo \ na \ R.O.: \ I = P_x x + P_x x \rightarrow \boxed{x^* = \frac{I}{2P_x}} \ e \ \boxed{y^* = \frac{I}{2P_y}}$$

Solução de Canto

- Uma solução de canto existe se a taxa marginal de substituição de um consumidor não se iguala à razão de preços em nenhum nível de consumo. Assim, o consumidor maximiza sua utilidade adquirindo apenas um entre dois bens.

Solução de Canto



Uma solução de canto existe no ponto *B.*

$$TMgS \geq P_{Sorvete} / P_{Yogurte}$$

ANPEC – 2014 – Questão 1

- A respeito das funções utilidades e seus vários formatos, podemos afirmar:

0) Para um consumidor individual com uma função utilidade na forma $U(x,y)=x^{\alpha}y^{\beta};\alpha+\beta=1$, a participação dos bens no orçamento individual muda sempre que ocorrer variações nos preços relativos de x e y; **F**

- Observe que trata-se de uma função utilidade Cobb-Douglas.
- Como vimos, nesse caso as funções de demanda marshalianas são:

$$x^{*}=\frac{\alpha}{(\alpha+\beta)}\frac{R}{P_x}:\alpha+\beta=1\rightarrow \boxed{x^{*}=\frac{\alpha R}{P_x}}$$

$$y^{*}=\frac{\beta}{(\alpha+\beta)}\frac{R}{P_y}:\alpha+\beta=1\rightarrow \boxed{y^{*}=\frac{\beta R}{P_y}}$$

Logo, a participação dos bens no orçamento é constante.

1) Um consumidor que assume uma função utilidade na forma $U(x,y) = (x - x_0)^{\alpha}.(y - y_0)^{\beta};\ \alpha + \beta = 1$ sempre vai adquirir no mínimo a quantidade (x_0, y_0) dos dois bens; ~~V~~ $\rightarrow$ **F**

- Como vimos, a função utilidade em questão é uma generalização da função utilidade Cobb-Douglas, conhecida como função utilidade **Stone-Geary,** que incorpora a ideia de que o indivíduo deve comprar certas quantidades mínimas de cada um dos bens (x_0,y_0).
  - Dessa forma, devemos ter $x \geq x_0$ e $y \geq y_0$.

- A derivação das funções de demanda por x e y, nesse caso, são realizadas de maneira análoga ao caso de uma Cobb-Douglas, se introduzirmos o conceito de "renda supernumerário" (R*), que representa a quantidade de poder aquisitivo remanescente após a compra da cesta (x_0,y_0):

$$\boxed{R^* = R - P_x x_0 - P_y y_0}$$

$$As \ \ funções \ de \ demanda \ são:$$

Segundo o enunciado

$$x=\frac{\left(P_x x_0+\frac{\alpha R^*}{(\alpha+\beta)}\right)}{P_x} \quad e \quad y=\frac{\left(P_y y_0+\frac{\beta R^*}{(\alpha+\beta)}\right)}{P_y} \rightarrow \alpha+\beta=1 \rightarrow x=\frac{\left(P_x x_0+\alpha R^*\right)}{P_x} \quad e \quad y=\frac{\left(P_y y_0+\beta R^*\right)}{P_y}$$

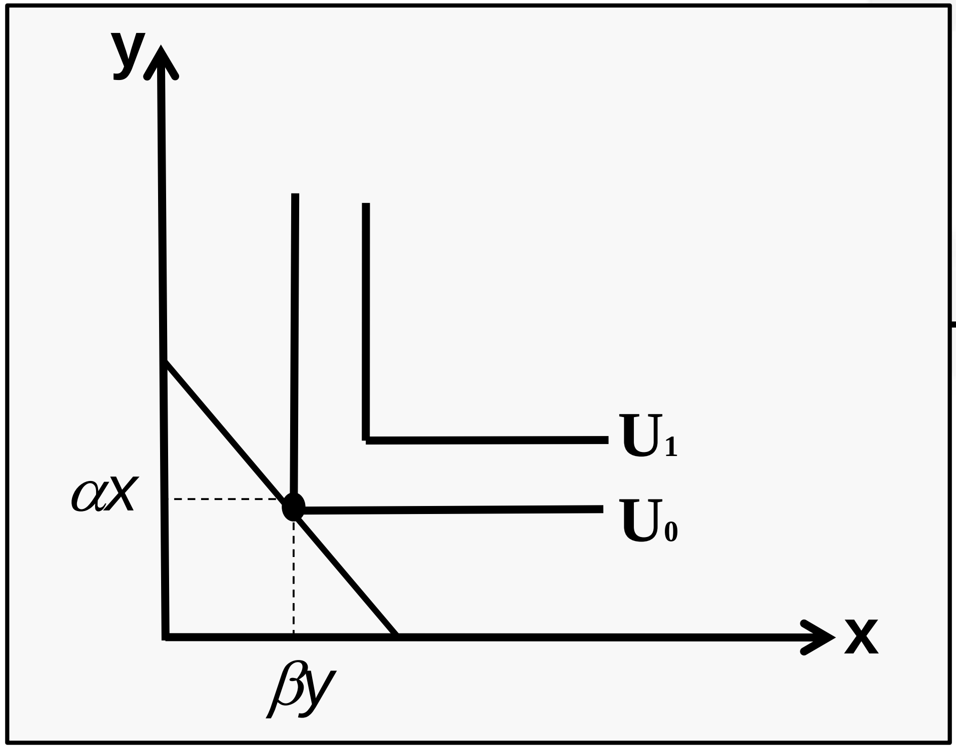
- Logo, após adquirir as quantidades mínimas dos dois bem (x_0,y_0) , o indivíduo gasta uma proporção constante da renda adicional (supernumerário) com cada bem.
- Entretanto, nada garante que a renda monetária (R) seja suficiente para o indivíduo comprar a cesta com as quantidades mínimas (x_0,y_0) , dados os preços de x e y.
  - Podemos ter $R<\left(P_x x_0+P_y y_0\right)$.
- **Logo, a afirmação é falsa.**

2) Na função utilidade $U(x,y)=(x-x_0)^{\alpha}.(y-y_0)^{\beta};\alpha+\beta=1$ a participação de um dos bens no orçamento doméstico independe da quantidade mínima requerida de cada bem; **F**

- Como acabamos de ver no item anterior, a participação depende da quantidade mínima requerida de cada bem.
  - A participação do bem *x* no orçamento do consumidor será tanto maior quanto maior for x_0 e tanto menor quanto maior for y_0.

3) A função $U(x,y) = \min(\alpha x, \beta y); \alpha, \beta > 0$ é tal que pessoas que se comportam segundo essa função estão dispostas a dar a mesma quantidade de y por uma unidade adicional de x, não importando quanto de x já tenha sido consumido; **F**

- Nesse caso, os bens x e y são complementos perfeitos e o consumidor escolherá a cesta ótima respeitando a condição de que $\alpha x = \beta y$.
- A $TMgS_{(y,x)}$, nesse caso, é igual a zero.



Podemos calcular as demandas marshalianas

$$U(x,y)=\min(\alpha x,\beta y)\Rightarrow \alpha x=\beta y\Rightarrow x=\frac{\beta}{\alpha}y \quad ou \quad y=\frac{\alpha}{\beta}x$$

$$Substituindo \quad na \quad R.O.\Rightarrow R=P_x x+P_y y\Rightarrow R=P_x\frac{\beta}{\alpha}y+P_y y$$

$$R=\left(P_x\frac{\beta}{\alpha}+P_y\right)\bullet y\Rightarrow \boxed{y^*=\frac{R}{P_x\frac{\beta}{\alpha}+P_y}}$$

$$Substituindo \quad na \quad R.O.\Rightarrow R=P_x x+P_y y\Rightarrow R=P_x x+P_y\frac{\alpha}{\beta}x$$

$$R=\left(P_x+P_y\frac{\alpha}{\beta}\right)\bullet x\Rightarrow \boxed{x^*=\frac{R}{P_x+P_y\frac{\alpha}{\beta}}}$$

4) Supondo-se uma função utilidade na forma $U(x,y)=\frac{x^{\theta}}{\theta}+\frac{y^{\theta}}{\theta}$, então sempre que a elasticidade de substituição for nula os bens x e y são considerados substitutos perfeitos. **F**

- Trata-se de uma função utilidade CES (utilidade de substituição constante).

$$\boxed{U(x,y)=\frac{x^{\theta}}{\theta}+\frac{y^{\theta}}{\theta} \;\; \textit{transformação monotônica de } U(x,y)=\left[x^{\theta}+y^{\theta}\right]^{\frac{1}{\theta}}.}$$

- A função CES pode representar bens substitutos perfeitos, complementos perfeitos e também pode ser transformada em uma Cobb-Douglas, dependendo da elasticidade de substituição, que depende do parâmetro θ.

- A elasticidade de substituição é dada por $\sigma = \dfrac{1}{1-\theta}$.

$$\text{Logo}\left\{\boxed{\begin{array}{l} \theta \to 0 \Rightarrow \sigma \to 1 \to Cobb-Douglas \\ \theta \to 1 \Rightarrow \sigma \to \infty \to Substitutos\ \ Perfeitos \\ \theta \to -\infty \Rightarrow \sigma \to 0 \to Complementos\ \ Perfeitos \end{array}}\right.$$

- Com isso, temos que a afirmação é falsa, pois os bens são complementos Perfeitos.

Homogeneidade

- Dizemos que uma função $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ é homogênea de grau k se:

$$\boxed{f\left(tx_1, tx_2, \ldots, tx_n\right) = t^k f\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right) \quad para\ t > 0.}$$

- Os casos mais frequentes de funções homogêneas são $k = 0$ e $k = 1$.
  - Se f é homogênea de grau zero, a duplicação de todos os seus argumentos não altera o valor de f.
  - Se f é homogênea de grau 1, a duplicação de todos os seus argumentos duplicará o valor de f.

Homogeneidade

- As funções de demanda que vimos são homogêneas de grau zero em todos os preços e a renda monetária.
- Se duplicarmos todos os preços e a renda monetária por uma constante positiva as quantidades demandadas não serão alteradas.

$$\boxed{x_i^* = x_i\left(P_1, P_2, ..., P_n, I\right) = x_i\left(tP_1, tP_2, ..., tP_n, t\,I\right)}$$

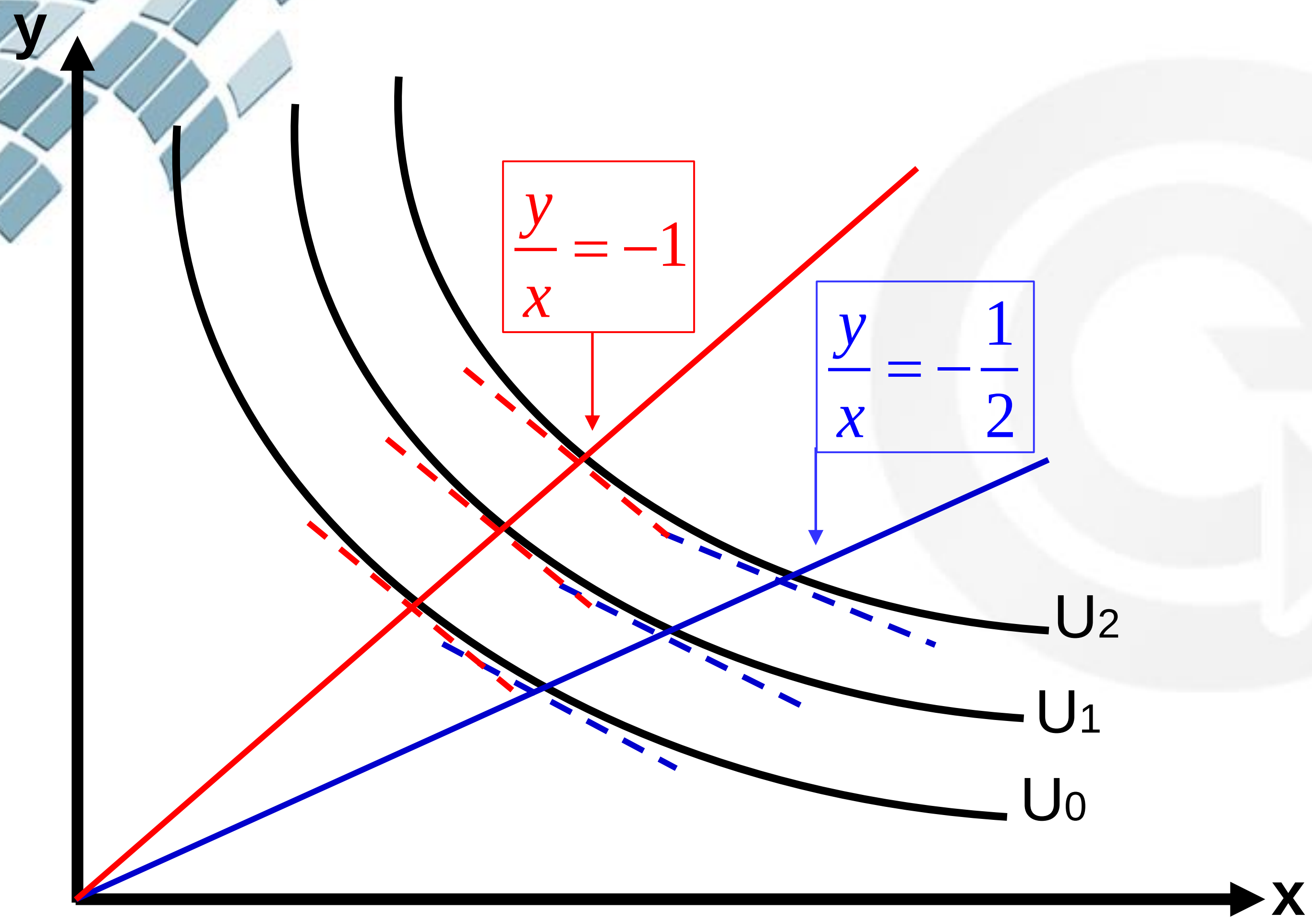
- Por exemplo:

$$\boxed{x^* = \frac{\alpha I}{P_x} \rightarrow x_0^* = \frac{0,5(\$80)}{\$2} = 20 \quad e \quad x_1^* = \frac{0,5(\$160)}{\$4} = 20}$$

Preferências Homotéticas

- Quando a TMgS depende unicamente das proporções das quantidades dos dois bens e não das quantidades totais dos bens, dizemos que as preferências são homotéticas.
- Logo as inclinações das curvas de indiferença dependem apenas de y/x, não importando quão distante a curva esteja da origem.
    - **Logo, se multiplicarmos todos os argumentos dessa função por uma constante positiva a TMgS não se altera.**
- Nesse caso, as curvas de indiferença com utilidades maiores são apenas cópias das curvas com utilidades menores.
- Dessa forma, podemos analisar o comportamento de um agente econômico que possui preferências homotéticas observando apenas uma curva de indiferença, sem o temor que os resultados se alterem drasticamente para diferentes níveis de utilidade.

Preferências Homotéticas



- *TMgS* depende apenas de y/x.
- Sempre podem ser representadas por uma função de utilidade homogênea.

Preferências Homotéticas

- Logo, no caso de uma função utilidade Cobb-Douglas, no caso de bens substitutos perfeitos e complementos perfeitos, as preferências são homotéticas.

- Entretanto, no caso de uma função quase-linear, vimos que:

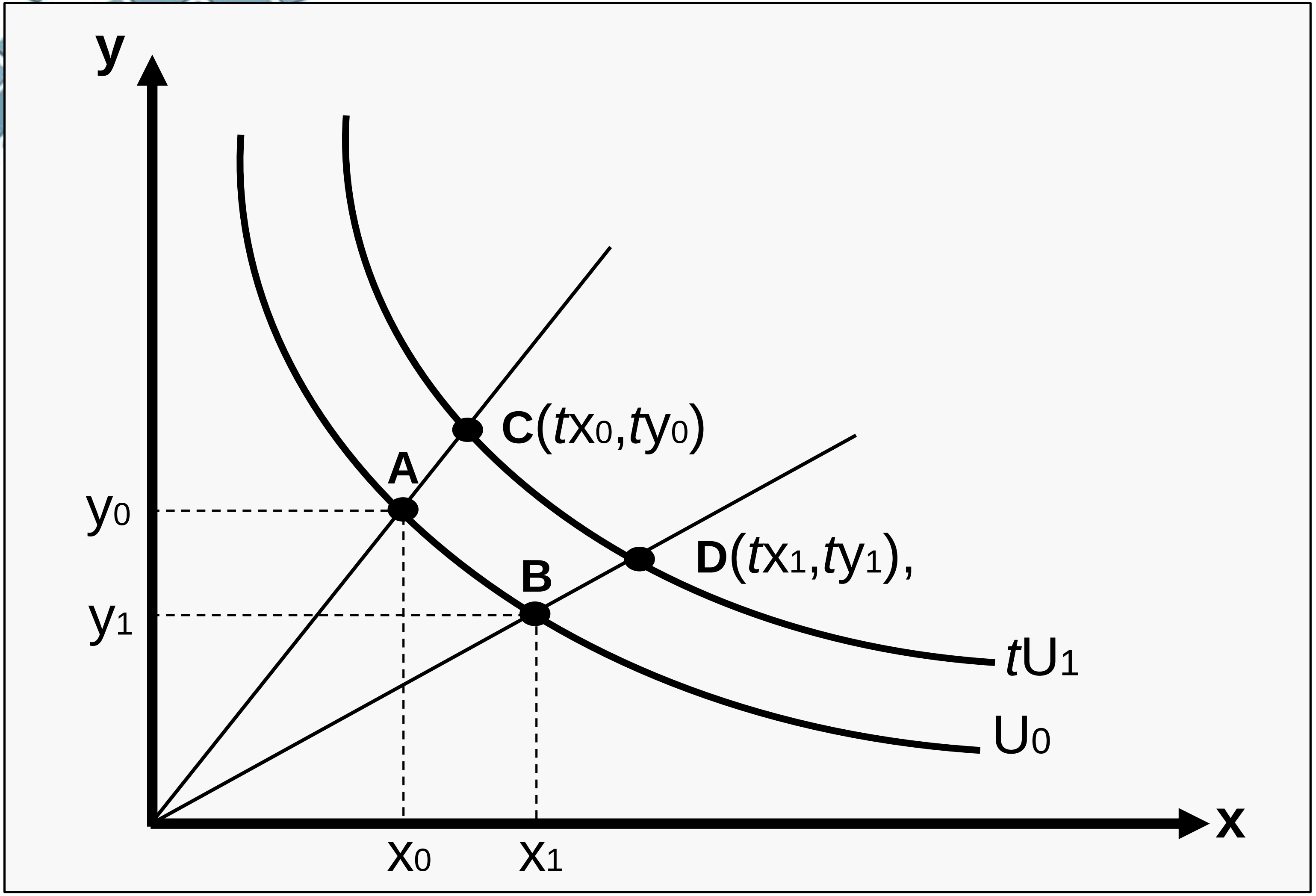
$$\boxed{Se \;\; U_{(x,y)} = x + lny \;\; ,}$$

$$\boxed{TMgs_{(y,x)} = -\frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = -\frac{1}{\frac{1}{y}} = -y}$$

A $TMgS_{(y,x)}$ diminui (em módulo), conforme a quantidade de y aumenta, mas independe da quantidade de x, que possui UMg constante.

ANPEC – 2010 – Questão 1

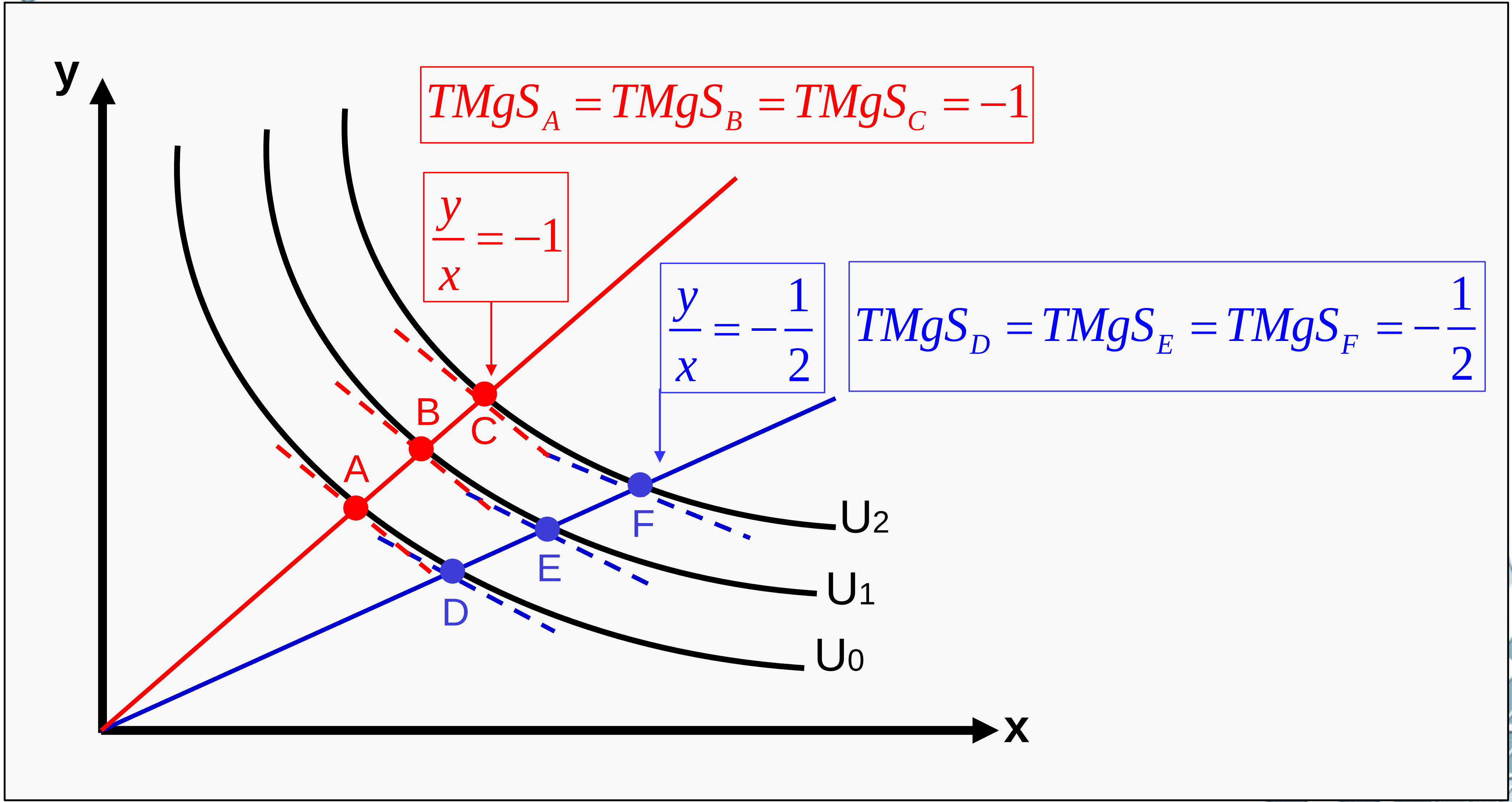
- Com respeito a critérios de decisão, relações de preferência e funções de utilidade, julgue as questões a seguir:
- 0) Seja $u(x, y)$ uma utilidade homotética. Suponha que $U(x_0,y_0) = U(x_1,y_1)$, em que (x_0,y_0) e (x_1,y_1) são duas cestas dadas, e seja $t > 0$ um escalar positivo. Então $U(tx_0,ty_0) = U(tx_1,ty_1)$. **V**
  - Caso uma função utilidade seja estritamente monótona, dizemos que ela é homotética se, e somente se, para qualquer cesta de consumo $U(x_0,y_0) \geq U(x_1,y_1) \leftrightarrow U(tx_0,ty_0) \geq U(tx_1,ty_1)$ para qualquer $t > 0$.
  - Em particular, se (x_0,y_0) e (x_1,y_1) forem cestas que se localizam em uma mesma curva de indiferença, então $U(x_0,y_0) = U(x_1,y_1)$.
    - Logo, como U é uma função utilidade homotética, também será verdade que $U(tx_0,ty_0) = U(tx_1,ty_1)$, para qualquer $t > 0$.



Se a função utilidade é homotética, ao multiplicarmos as quantidades de x e y das cestas A e B (indiferentes) por uma constante, teremos as cestas C e D, onde C ~ D.

- 1) Seja $u(x, y)$ uma utilidade homotética e seja $t > 0$ um escalar positivo. Denote por $TMgS_U(x, y)$ a taxa marginal de substituição da utilidade U na cesta (x, y) . Então $TMgS_U(x, y) = TMgS_U(tx, ty)$. V

- Como vimos, se a utilidade é homotética a TMgS depende unicamente das proporções das quantidades dos dois bens e não das quantidades totais dos bens.
- Logo as inclinações das curvas de indiferença dependem apenas de y/x, não importando quão distante a curva esteja da origem.
  - Dito de outro modo, se uma função é homotética, sua TMgS é uma função homogênea de grau zero.
  - **Logo, se multiplicarmos todos os argumentos dessa função por uma constante positiva a TMgS não se altera.**



y
x
$TMgS_A = TMgS_B = TMgS_C = -1$
$\frac{y}{x} = -1$
$\frac{y}{x} = -\frac{1}{2}$
$TMgS_D = TMgS_E = TMgS_F = -\frac{1}{2}$
A
B
C
D
E
F
U2
U1
U0