



# Microeconomia - ANPEC

---

## Informação

*Prof.: Antonio Carlos Assumpção*

# Informação Assimétrica

- Em nossas análises anteriores sobre os mercados, não examinamos os problemas provocados por diferenças na informação:
  - Presumia-se que, tanto os compradores quanto os vendedores estavam perfeitamente informados sobre a qualidade dos bens vendidos no mercado.
  - Se os consumidores e os vendedores tiverem a mesma informação sobre a qualidade do bem, uma melhor qualidade seria corretamente informada por um preço mais alto.
  - Mas se um lado do mercado for mais informado do que o outro, os preços não informarão corretamente a qualidade.
- Veremos que essa **assimetria informacional** impede o funcionamento eficiente do mercado.
  - Existem certamente vários mercados no mundo real nos quais pode ser muito caro, ou mesmo impossível, obter informações precisas sobre a qualidade dos bens transacionados.



# Informação Assimétrica

- **“The Market for Lemons\*”: O Mercado de Carros Usados.**
- A falta de informação completa no momento da compra de um automóvel usado aumenta o risco da aquisição e reduz o valor do automóvel.
- Suponha que os vendedores de carros usados conheçam melhor a qualidade do produto que os compradores, ou seja, existe informação assimétrica.
- Com isso, teremos dois mercados e:
  - o mercado não será capaz de proporcionar trocas mutuamente vantajosas;
  - os produtos (automóveis) de baixa qualidade expulsarão os produtos de alta qualidade do mercado;
    - haverá um número excessivo de produtos de baixa qualidade e um número insuficiente de produtos de alta qualidade.

\*Na língua inglesa *lemon* é uma gíria que equivale a “*abacaxi*” em português do Brasil

# Informação Assimétrica

- Suponha que existam 100 vendedores de 100 carros usados e 100 potenciais compradores.
- Todos sabem que 50 carros são de boa qualidade (bons) e 50 são de má qualidade (ruins).
- Apenas os vendedores sabem quais são exatamente os bons e quais são os ruins.
- Quem possui carro ruim quer vender por \$1000 e quem possui carro bom quer vender por \$2000.
- Os preços de reserva dos compradores são maiores: querem pagar até \$1200 por um carro ruim e \$2400 por um carro bom.
- **Logo, se não houvesse informação assimétrica, os carros ruins seriam vendidos por preços entre \$1000 e \$1200 e os carros bons seriam vendidos por preços entre \$2000 e \$2400.**

# Informação Assimétrica

- Mas se os consumidores precisarem “adivinhar” quais os carros são bons ou ruins ? Suponha, por simplicidade, que eles interpretem que as chances sejam iguais.
- Eles então pagariam por um carro de qualidade desconhecida o seu valor esperado de \$1800:

$$VE = \frac{1}{2} \$1200 + \frac{1}{2} \$2400 = \$1800$$

- Mas por \$1800 nenhum vendedor de carro bom quer vender: o preço mínimo para eles é \$2000.
- Neste caso, há uma **externalidade negativa**: as vendas dos carros ruins reduzem o valor médio que os consumidores querem pagar e reduzem as vendas dos carros bons.
  - **Externalidade Negativa**: a venda dos carros ruins afeta a percepção dos compradores sobre a qualidade dos carros bons no mercado, reduzindo assim o seu preço, prejudicando os agentes que desejam vender carros bons.



# Informação Assimétrica

- No exemplo anterior havia um número fixo de unidades do bem (automóvel), de alta e de baixa qualidade.
- Agora, vamos examinar um exemplo onde a qualidade pode ser determinada pelos vendedores.
- Os consumidores querem comprar guarda-chuvas, mas não conhecem sua qualidade.
- O seu preço de reserva é \$14 para os de boa qualidade e \$8 para os de má qualidade.
- Os vendedores, que atuam em concorrência perfeita, têm um custo marginal de \$11,50 para os dois tipos de guarda-chuva.
- Como os consumidores não sabem que fração  $q$  de guarda-chuvas será de boa qualidade, o preço médio que eles gostariam de pagar será dado por:

$$P = \$14q + \$8(1 - q)$$

# Informação Assimétrica

- Os vendedores produzem se esse preço for maior ou igual ao custo marginal de \$11,50:

$$\text{Logo : } P = \$14q + \$8(1 - q) \geq \$11,50$$

- O menor valor de  $q$  que faz com que os consumidores queiram pagar exatamente \$11,50 é:

$$P = \$14q + \$8(1 - q) = \$11,50$$

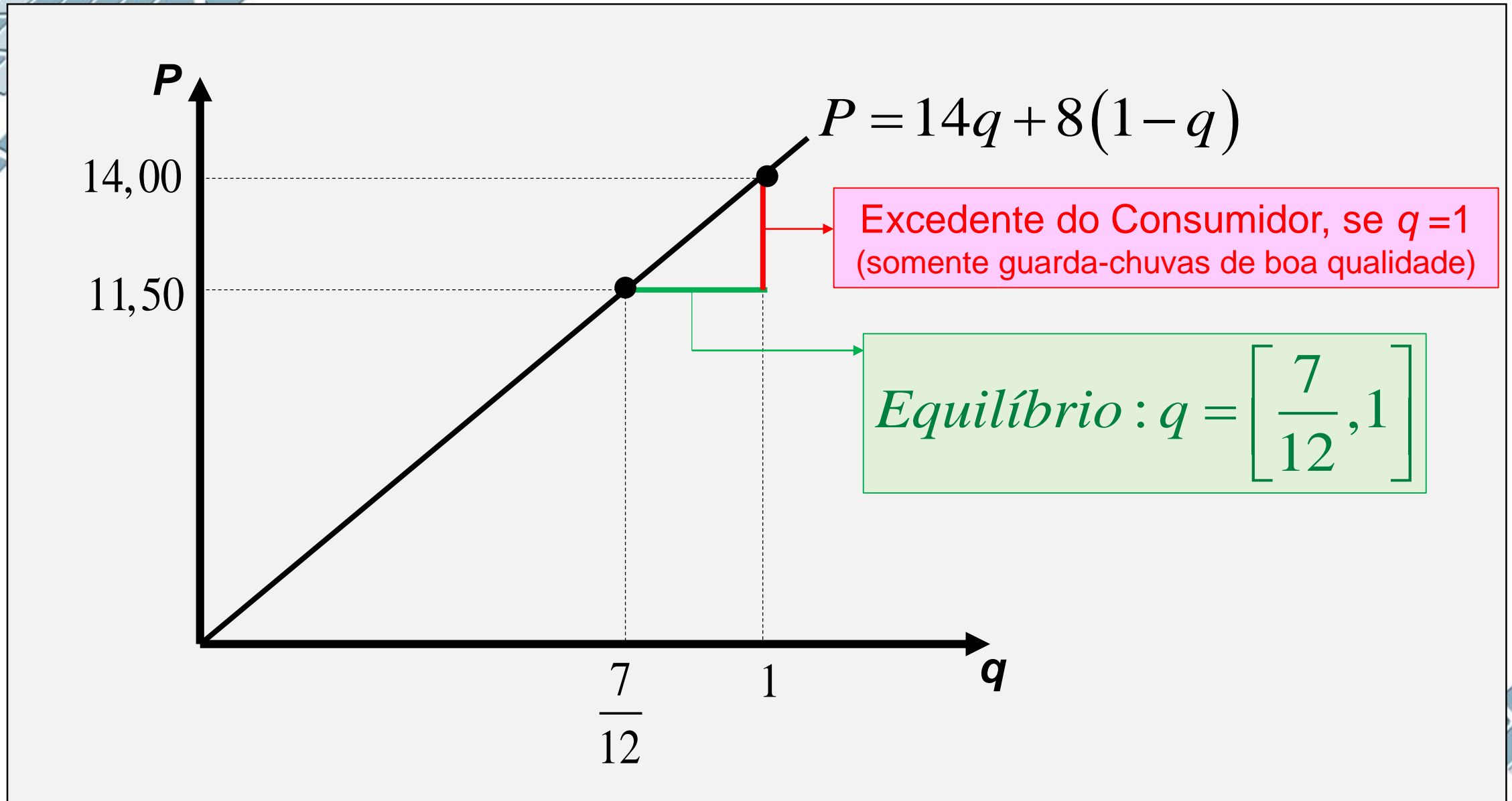
$$14q + 8 - 8q = 11,50 \rightarrow 6q = 3,50 \rightarrow q = \frac{3,50}{6} \rightarrow q = \frac{7}{12} \cong 58,33\%$$

# Informação Assimétrica

- Portanto, se a fração de guarda-chuvas de boa qualidade for  $(7/12)$  , os consumidores estariam dispostos a pagar exatamente  $P = \$11,50$ .
- Como  $\$11,50$  está abaixo do preço de reserva de  $\$14$ , os consumidores aceitariam pagar qualquer valor entre  $\$11,50$  e  $\$14$  para adquirir guarda-chuvas de qualidade igual ou superior a  $(7/12)$  .
- Assim, o equilíbrio ocorrerá no intervalo  $q = \left[ \frac{7}{12}, 1 \right]$ .
- Como, em concorrência perfeita, os vendedores podem apenas vender por  $P = CMg = \$11,50$ , se, por exemplo, somente guarda-chuvas de boa qualidade forem produzidos ( $q = 1$  e  $P = \$11,50$ ), o excedente do consumidor será máximo, e igual a  $\$2,50$  ( $\$14 - \$11,50$ ).



# Informação Assimétrica



# Informação Assimétrica

- Suponha agora que os custos marginais sejam diferentes para a produção de guarda-chuvas de boa e de má qualidade.
- Por exemplo, suponha que:

$$CMg_{(q)} = \$11,50 \text{ e } CMg_{(1-q)} = \$11,00$$

- Um pequeno produtor não consegue afetar nem o preço  $P$  nem a qualidade  $q$ . Assim, ele prefere produzir guarda-chuvas de má qualidade, de custo marginal menor.
- Se todos os outros pequenos produtores raciocinarem da mesma forma, todos produzirão guarda-chuvas de má qualidade ao preço:

$$P = CMg_{(1-q)} = \$11,00$$

- Porém, como os consumidores pagam, no máximo, \$8 por guarda-chuva de má qualidade, nenhum item seria vendido (e, portanto, produzido).
- Há **seleção adversa** porque, na presença de informação assimétrica, o bem de má qualidade expulsa do mercado o bem de boa qualidade.

# Seleção Adversa

- O fenômeno descrito anteriormente é um exemplo de **seleção adversa**, onde os itens de baixa qualidade expulsaram os itens de alta qualidade do mercado, devido ao alto custo.
- **O Mercado de Seguros**
  - Uma companhia de seguros pensa em oferecer seguro contra roubo de bicicletas.
  - Através de uma pesquisa de mercado, ela descobre que a incidência de roubo é alta em uma área e baixa em outra.
  - Se oferecer o seguro com base na taxa média de roubo, a firma fica em situação difícil, porque os compradores do seguro serão os consumidores da área de alta ocorrência de roubo, e estes vão acabar fazendo os pedidos de pagamento do seguro.
  - Baseando-se na **taxa média** de furtos, a companhia não fará uma **seleção imparcial** de clientes. Teremos um problema de **seleção adversa**.



# Seleção Adversa

- Se a companhia oferecer o seguro com base na taxa de roubo da área de maior risco, a situação piora:
  - o preço será muito alto para os consumidores de menor risco, que não comprarão a apólice e sairão do mercado.
- Na **seleção adversa** há uma **externalidade de consumo**, pois as compras dos consumidores de alto risco afetam as compras dos consumidores de menor risco, expulsando estes últimos do mercado.
- Note que temos esse tipo de problema em vários mercados.
  - Por exemplo, no mercado de seguro de saúde e no mercado de crédito.

# Seleção Adversa

## ▪ Resolvendo o Problema no Mercado de Planos de Saúde

### 1) Segmentação de Mercados:

- Se a firma pudesse cobrar preços diferentes de grupos de consumidores diferentes, o problema seria minimizado.

### 2) Paradoxalmente (pois, em geral, mais escolha é melhor), um plano de compra compulsório poderia minimizar esse problema.

- Nesse caso, tanto os indivíduos com elevada probabilidade de adoecerem quanto os indivíduos com baixa probabilidade teriam que comprar o seguro, evitando assim a externalidade existente entre pessoas de alto e baixo risco.
- Como “todos” devem participar, a seleção adversa é eliminada.

# Risco Moral (*Moral Hazard*)

- Se todos tiverem a mesma probabilidade de roubo no mercado de seguros de bicicleta, não surgirá o problema de seleção adversa.
- Mas a própria probabilidade de roubo pode ser afetada pelas ações dos donos das bicicletas:
  - Fazendo o seguro, um consumidor toma menos cuidados do que se não fizesse o seguro.
  - Sem seguro, cada consumidor terá que enfrentar os custos de suas atitudes e vai querer investir em “tomar cuidado” até que o benefício marginal de mais cuidado se iguale ao custo marginal.
  - Com seguro completo, a companhia reembolsa completamente o valor da bicicleta e o consumidor, racionalmente, não terá nenhum incentivo para investir em “tomar cuidado”: ocorrerá o **risco moral**.



# Risco Moral (*Moral Hazard*)

- Em suma, com pouco seguro, os consumidores enfrentam demasiados riscos, mas com muito seguro, tomam pouco cuidado.
- Por essa razão, sem conhecer a quantidade de cuidado que cada consumidor toma, as companhias de seguro não costumam vender o seguro completo.
  - De fato, a maior parte dos seguros inclui uma franquia, onde o segurado incorre em um custo ao solicitar o pagamento do seguro.
- Entretanto, se o consumidor deseja comprar o seguro completo, há uma ineficiência, porque a **propensão marginal a pagar não se iguala à propensão marginal a vender**, ocorrendo assim um **acionamento** nesse mercado.

# Risco Moral e Seleção Adversa

- Enquanto a **seleção adversa** é um problema de **informação oculta (tipo oculto)**, em que um lado do mercado não pode observar a qualidade dos bens, o **risco moral** é um problema de **ação oculta**, onde um lado do mercado não pode observar as ações do outro.
- No caso de risco moral, se o governo não puder monitorar o quanto os consumidores tomam cuidado, ele não poderá melhorar a situação, a não ser que uma determinada quantidade de cuidado seja tornada obrigatória por lei.

# Sinalização

- No mercado de carros usados com informação assimétrica que vimos anteriormente, os vendedores de carros bons podem querer **sinalizar** que seus carros são os bons, e não os ruins, evitando problemas de seleção adversa.
- Um sinal poderia ser a garantia de que eles se comprometem a pagar certa quantia se o carro der defeito.
- Somente donos de carros bons podem se dar ao luxo de oferecer garantias, e os compradores sabem disso.



# Sinalização no Mercado de Trabalho (Michael Spence)

- No mercado de trabalho, o problema da seleção adversa também surge e os trabalhadores mais produtivos podem querer demonstrar que são, de fato, mais produtivos.
- Suponha que a produtividade marginal dos trabalhadores produtivos é  $a_2$  e a dos menos produtivos é  $a_1$ .
- Logo,  $a_2 > a_1 \Rightarrow a_2 - a_1 > 0$ .
- Suponha que uma fração  $b$  dos trabalhadores é mais produtiva e a fração  $1-b$  é menos produtiva, onde o mercado de trabalho é competitivo.
- A função produção é linear, dada por:  $y = a_1 L_1 + a_2 L_2$  :
  - onde  $y$  é a produção total e  $L_i$  é a quantidade de trabalhadores do tipo  $i$ .

*Por exemplo ( $L = 200$  e  $b = 0,5$ ):  $y = 1(100) + 2(100) = 300$*

# Sinalização no Mercado de Trabalho (Michael Spence)

- Se a qualidade dos trabalhadores pudesse ser observada, as empresas pagariam salários iguais às produtividades marginais:

$$w_1 = a_1$$

$$w_2 = a_2$$

- Nesse caso não haveria seleção adversa.
- Porém, se as empresas não puderem observar as produtividades marginais, o melhor que elas podem fazer é pagar o salário médio:

$$w = (1 - b)a_1 + ba_2$$

- Se tanto os trabalhadores mais produtivos como os menos produtivos concordassem em receber esse salário médio ( $w$ ) não haveria problemas de seleção adversa. Mas como  $w_2 > w$ , os trabalhadores mais produtivos podem não concordar com  $w$ . Neste caso, haveria seleção adversa, pois eles sairiam do mercado de trabalho.

# Sinalização no Mercado de Trabalho (Michael Spence)

- Os trabalhadores mais produtivos podem querer sinalizar que são, de fato, mais produtivos (para receber  $w_2$ ) através do sinal de anos de escolaridade.
- Suponha que o nível de escolaridade atingido pelos trabalhadores menos produtivos é  $e_1$  e o dos mais produtivos é  $e_2$ .
- Suponha ainda que o custo de se educar é  $c_1e_1$  para os menos produtivos e  $c_2e_2$  para os mais produtivos.
  - Este custo inclui não apenas o custo de ir para a escola, mas também o custo do esforço e o custo de oportunidade diante de escolhas alternativas.
- Adicionalmente, suponha também que o custo marginal (igual ao custo médio) seja maior para os trabalhadores menos produtivos:  $c_1 > c_2$ .
  - Motivo: trabalhadores do grupo 1 são menos estudiosos ou menos capazes; demoram mais para receber o diploma.



# Sinalização no Mercado de Trabalho (Michael Spence)

- Por simplicidade, nossa última suposição diz respeito ao nível de escolaridade não afetar a produtividade, servindo apenas para **sinalizá-la**.
- Assim, o problema se resume a:
  - os trabalhadores precisam decidir que nível de escolaridade ( $e$ ) desejam;
  - as empresas precisam resolver quanto pagar aos trabalhadores com diferentes níveis de escolaridade ( $e$ ).

# Sinalização no Mercado de Trabalho (Michael Spence)

- Assim, temos:

$$c_1 (a_2 - a_1) > c_2 (a_2 - a_1)$$

- A desigualdade acima diz respeito ao custo do investimento em educação associado ao diferencial de produtividade entre os dois grupos de indivíduos. Nesse caso, maior para os indivíduos menos produtivos.
- Podemos reescrevê-la da seguinte forma:

$$\frac{a_2 - a_1}{c_2} > \frac{a_2 - a_1}{c_1} \quad \text{ou} \quad \frac{a_2 - a_1}{c_1} < \frac{a_2 - a_1}{c_2} \quad (\textit{Equilíbrio})$$

# Sinalização no Mercado de Trabalho (Michael Spence)

- O nível de escolaridade  $e^*$  que precisa satisfazer a desigualdade anterior deve estar no intervalo:

$$\frac{a_2 - a_1}{c_1} < e^* < \frac{a_2 - a_1}{c_2}$$

- Note que  $a_2 - a_1$  fornece o benefício do aumento de salário para os dois tipos de trabalhadores.
- Se o grupo menos produtivo estiver pensando em escolher  $e^*$ , seu custo será  $c_1 e^*$ , e o benefício dessa escolha será maior do que o custo se:

$$a_2 - a_1 > c_1 e^* \rightarrow \frac{a_2 - a_1}{c_1} > e^*, \text{ que contradiz } \frac{a_2 - a_1}{c_1} < e^* < \frac{a_2 - a_1}{c_2}$$

- Então, para o grupo menos produtivo, o custo de escolher  $e^*$  supera o benefício.



# Sinalização no Mercado de Trabalho (Michael Spence)

- Por outro lado, para o grupo mais produtivo, escolher  $e^*$  tem um custo dado por  $c_2 e^*$ .
- O benefício supera o custo se:

$$a_2 - a_1 > c_2 e^* \rightarrow \frac{a_2 - a_1}{c_2} > e^*,$$

*que é validado por*  $\frac{a_2 - a_1}{c_1} < e^* < \frac{a_2 - a_1}{c_2}$

- Assim, apenas os trabalhadores mais produtivos são capazes de escolher  $e^*$ . As empresas então pagam aos trabalhadores com nível de escolaridade  $e^*$  o salário  $w_2$ .

# Sinalização no Mercado de Trabalho (Michael Spence)

- O equilíbrio permite, através da escolha diferente, a separação dos trabalhadores dos dois tipos: **equilíbrio separador** (*separating equilibrium*).
- Como os trabalhadores mais produtivos pagam para sinalizar sua produtividade sem aumentá-la, o mesmo produto anterior é produzido.
- A aquisição de sinal é um desperdício e, assim, o equilíbrio de sinalização separador é socialmente ineficiente.
- A origem dessa ineficiência é uma externalidade negativa.
  - Se os trabalhadores mais produtivos recebessem o salário médio  $w$ , menor do que  $w_2$ , isto ocorreria devido à existência de trabalhadores menos produtivos.
- O investimento em sinalização oferece aos mais produtivos um benefício privado, mas nenhum benefício social:
  - Pode aumentar o salário dos indivíduos que sinalizam uma produtividade maior, mas não aumenta a produção.

# Sinalização no Mercado de Trabalho (Michael Spence)

- Se fizéssemos a hipótese (menos realista) de que  $c_1 < c_2$ , o grupo mais produtivo não escolheria  $e^*$ .
- Nesse caso, não ocorreria a sinalização e ele aceitaria o salário médio  $w$ :
  - os dois grupos fariam a mesma escolha: **equilíbrio agregador** (*pooling equilibrium*).
- Mas se  $c_1 < c_2$  fosse verdade, o grupo 1 é que seria mais produtivo.



# Exemplo

- Suponha a existência de dois grupos de trabalhadores:
  - **Grupo 1** (metade da população): trabalhadores de baixa produtividade, com produto marginal (e médio) = 1.
  - **Grupo 2** (metade da população): trabalhadores de alta produtividade, com produto marginal (e médio) = 2.
    - Logo, a produtividade média de todos os trabalhadores = 1,5.
- Trabalhadores empregados por firmas competitivas, que vendem produtos por \$10000 e esperam que cada trabalhador trabalhe em média 10 anos para elas.

# Exemplo

- Rendimento que as firmas esperam do grupo 1 = \$100000.  
 $\$10000 \times 10 \text{ anos} = \$100000$
- Rendimento que as firmas esperam do grupo 2 = \$200000.  
 $\$20000 \times 10 \text{ anos} = \$200000$
- Se as firmas pudessem identificar um trabalhador pela sua produtividade elas pagariam a ele um salário igual ao produto do rendimento marginal:
  - Salário do grupo 1 = \$10000 por ano.
  - Salário do grupo 2 = \$20000 por ano.

# Exemplo

- Se as firmas não puderem identificar a produtividade de um trabalhador antes de contratá-lo, elas pagarão a produtividade média = \$15000 por ano.
- Grupo 1 receberia mais (\$15000 em vez de \$10000).
- Grupo 2 receberia menos (\$15000 em vez de \$20000).
  - Grupo 1 ganharia mais às custas do grupo 2.



# Exemplo

## ▪ Sinalização Via Educação

- Suponha que o índice  $y$  resume os anos de curso superior.
- Quanto maior for  $y$ , maior também os custos de se educar  $C(y)$ , ou seja,  $y \uparrow, C \uparrow$ .
- O custo de se educar é maior para os trabalhadores de baixa produtividade (Grupo 1).
  - Motivo: trabalhadores do grupo 1 são menos estudiosos; demoram mais para receber o diploma.

# Exemplo

- Suponha que os custos do grupo 1 sejam:

$$C_1(y) = \$40000y$$

- Um ano adicional de ensino universitário custa \$40000

- E os do grupo 2 sejam:

$$C_2(y) = \$20000y$$

- Um ano adicional de ensino universitário custa \$20000

# Exemplo

- Suponha que anos de curso superior tenham apenas a propriedade de sinalizar (e que não aumentem a produtividade).
- Suponha que as empresas utilizem a seguinte regra de decisão para contratar:
  - Um trabalhador com  $y \geq y^*$  é do grupo 2  $\rightarrow$  pagar salário de \$20000. (Onde  $y^*$  representa um certo  $n^o$  de anos de universidade)
  - Um trabalhador com  $y < y^*$  é do grupo 1  $\rightarrow$  pagar salário de \$10000.
- Se as firmas errarem o nível  $y^*$ , não teremos equilíbrio, e elas tentarão de novo até acertar  $y^*$ .



# Exemplo

- Se os trabalhadores estiverem cientes desta regra de contratação das empresas, eles vão decidir quanto tempo ficar no curso superior.
- O benefício da educação  $B(y)$  é o aumento do salário.
  - Sem curso superior  $B(y) = 0$  e o salário em dez anos será de \$100000.
  - Com anos de curso superior abaixo de  $y^* \rightarrow B(y) = 0$ , porque as empresas vão pagar o mesmo salário de \$100000.
  - Com nível educacional igual ou acima de  $y^* \rightarrow B(y) = \mathbf{\$100000}$ , porque as empresas vão pagar \$200000.

# Exemplo

- Portanto, a escolha do trabalhador será entre  $y = 0$  (não fazer curso superior) ou  $y = y^*$ , porque  $0 < y < y^*$  é equivalente a  $y = 0$ , isto é, salário de \$100000.
- Também não há benefício em estudar acima de  $y^*$ , pois  $y > y^*$  é equivalente a  $y = y^*$ , isto é, salário de \$200000.
- O trabalhador vai escolher  $y^*$  se o benefício (aumento de salário) for pelo menos igual ao custo de se educar.
- O benefício é igual para os dois grupos,  $B_1(y) = B_2(y) = \$100000$ , mas  $C_1 \neq C_2$ , ou seja, os custos são diferentes para cada grupo.

# Exemplo

- **Custo-Benefício**

- Grupo 1 não fará curso superior se:

$$B_1(y) < C_1(y) \rightarrow \$100000 < \$40000y^* \rightarrow y^* > 2,5$$

- Grupo 2 procurará o nível de educação  $y^*$  se:

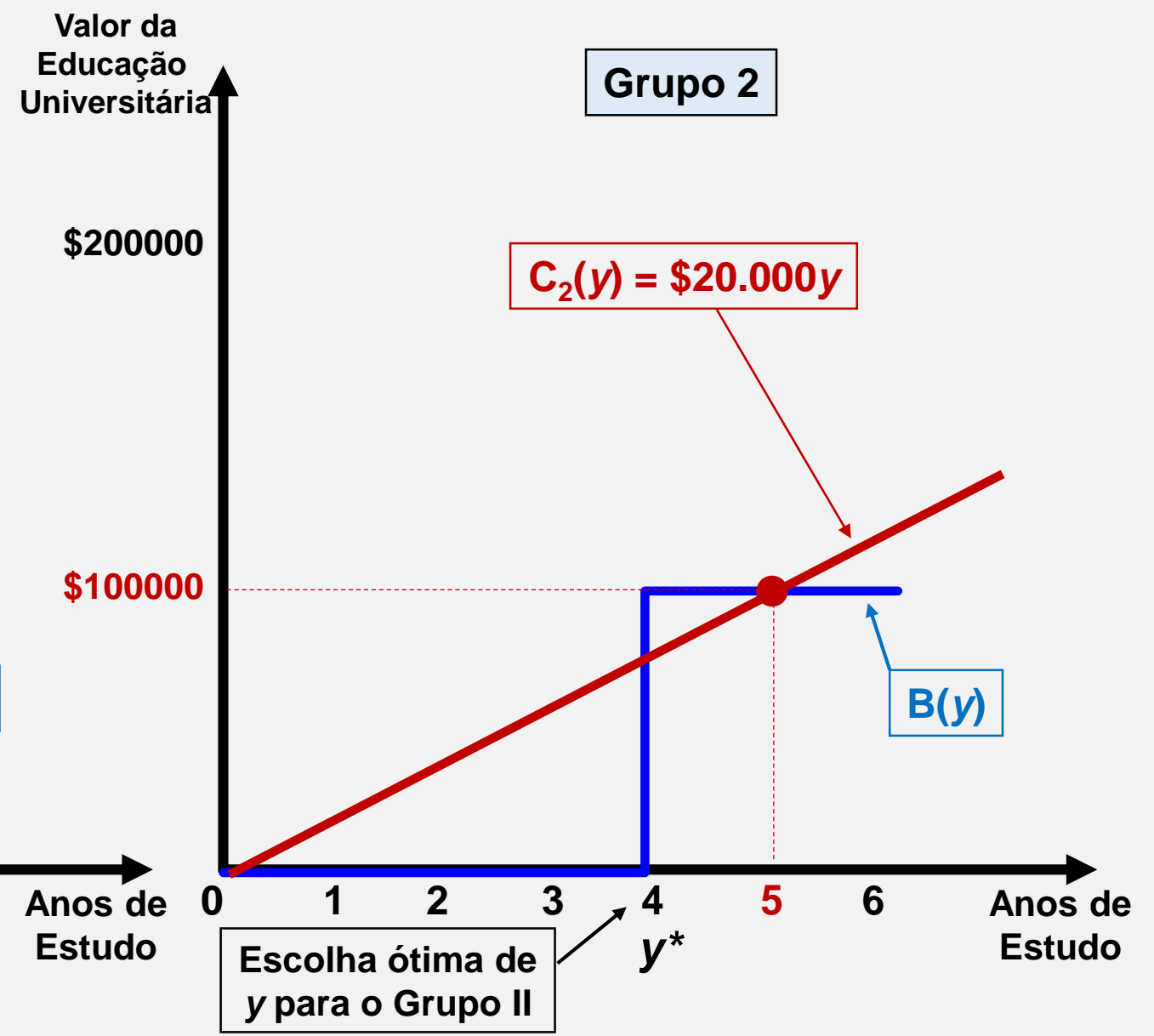
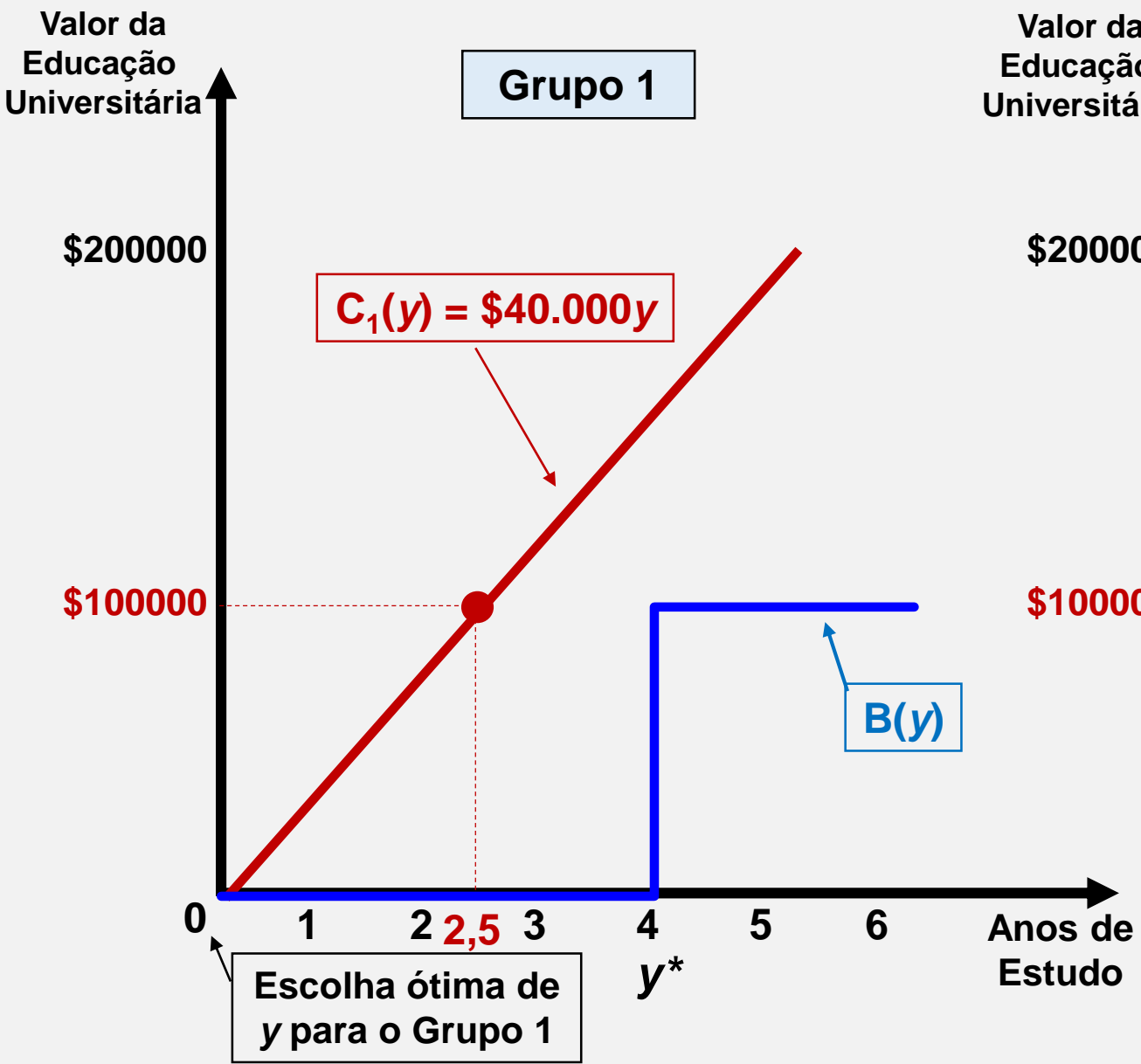
$$B_2(y) > C_2(y) \rightarrow \$100000 > \$20000y^* \rightarrow y^* < 5$$

- Portanto, haverá equilíbrio se  $2,5 < y^* < 5$ .



$B(y)$  = aumento no salário associado a cada nível de educação

A decisão relativa ao nível de educação baseia-se na comparação de custos e benefícios.



# Exemplo

- **Portanto:**

- Para o grupo 2 ,  $y^* = 4$
- Para o grupo 1 ,  $y^* = 0$
- Quando as firmas entrevistam candidatos sem curso superior, elas corretamente inferem que estes são trabalhadores de baixa produtividade (Grupo 1) e pagam salário = \$10000.
- Quando um trabalhador tem quatro anos de curso superior, elas corretamente inferem que ele é do Grupo 2 e pagam salário = \$20000.
- Trabalhadores de alta produtividade fazem curso superior para sinalizar sua alta produtividade e as firmas corretamente interpretam este sinal pagando salários mais altos para eles.

# Utilizando a Estrutura Desenvolvida Anteriormente

$$PMg_{G1} = a_1 = 1$$

$$RMg_{G1}^{Ano} = \$10000 \rightarrow P = \$10000$$

$$RMg_{G1}^{10 Anos} = \$100000$$

$$CMg_{G1} = \$40000$$

$$PMg_{G2} = a_2 = 2$$

$$RMg_{G2}^{Ano} = \$20000 \rightarrow P = \$10000$$

$$RMg_{G2}^{10 Anos} = \$200000$$

$$CMg_{G2} = \$20000$$

*Equilíbrio com  $PMg = RMg$  ( $P = \$1$ )*

$$\frac{a_2 - a_1}{c_2} > \frac{a_2 - a_1}{c_1} \quad \text{ou} \quad \frac{a_2 - a_1}{c_1} < \frac{a_2 - a_1}{c_2}$$

$$\text{Logo: } \frac{a_2 - a_1}{c_1} < y^* < \frac{a_2 - a_1}{c_2}$$



# Utilizando a Estrutura Desenvolvida Anteriormente

*Equilíbrio com  $P = \$10000$  e 10 anos :*

$$\frac{(\$200000) - (\$100000)}{\$40000} < y^* < \frac{(\$200000) - (\$100000)}{\$20000} \rightarrow 2,5 < y^* < 5$$

- Grupo 1 não fará curso superior se:

$$B_1(y) < C_1(y) \rightarrow \$100000 < \$40000y^* \rightarrow y^* > 2,5$$

- Grupo 2 procurará o nível de educação  $y^*$  se:

$$B_2(y) > C_2(y) \rightarrow \$100000 > \$20000y^* \rightarrow y^* < 5$$

- Portanto, haverá equilíbrio se  $2,5 < y^* < 5$  .

# Incentivos: O Problema da Relação Agente-Principal

- Se as informações estivessem amplamente disponíveis e se o monitoramento da produtividade dos trabalhadores não envolvesse custos, os proprietários de uma empresa poderiam estar seguros de que seus administradores e funcionários estariam trabalhando efetivamente.
- Entretanto, na maioria das empresas, os proprietários não têm condições de acompanhar tudo o que seus funcionários fazem; estes estão mais bem informados do que os proprietários.
- Essa assimetria de informações cria o problema conhecido como **Relação Agente-Principal**.

# Incentivos: O Problema da Relação Agente-Principal

- Dizemos que existe uma **relação de agência** sempre que há um arranjo entre pessoas no qual o bem estar de um dos participantes depende daquilo que é feito por outra pessoa, também participante.
- O **Agente** representa a pessoa atuante e o **Principal** a parte que é afetada pela ação do agente.
- O problema da **Relação Agente-Principal** surge quando os agentes perseguem seus próprios objetivos e não os do principal.



# Incentivos: O Problema da Relação Agente-Principal

- **Suponha que:**

- A quantidade produzida da empresa ( $y$ ) depende do esforço ( $x$ ) feito pelo trabalhador:

$$y = f(x)$$

- O preço do bem é igual a 1:  $P = 1$ . Logo, o valor do produto  $(Py) = y$ .
- Se o trabalhador (agente) produzir um valor do produto de  $y$  dólares, o dono da empresa (principal) paga a ele  $s(y)$ .
- O principal maximiza lucro fazendo:

$$\max_s y - s(y)$$

# Incentivos: O Problema da Relação Agente-Principal

- Como  $\max_s y - s(y)$  e  $y = f(x) \rightarrow \max_s f(x) - s(f(x))$ .

- Sendo  $c(x)$  o custo de se esforçar do trabalhador, onde tanto o custo total como o custo marginal aumentam quando o esforço aumenta, a utilidade do trabalhador será dada por:

$$u = s(y) - c(x) \rightarrow u = s(f(x)) - c(x).$$

- O trabalhador também auferir utilidade ( $v$ ) de outras tarefas ou de lazer. Por hipótese,  $v = \bar{u}$ .
- Para que o trabalhador aceite trabalhar em determinada empresa em vez de realizar outras tarefas ou ter lazer, devemos ter:

$$s(f(x)) - c(x) \geq u \quad (\textit{Restrição de Participação})$$

# Incentivos: O Problema da Relação Agente-Principal

- Se ele apenas satisfizer a “restrição de participação”, então:

$$s(f(x)) - c(x) = \bar{u}$$

- Logo, o problema para o principal é dado por:

$$\begin{aligned} \max_s \quad & f(x) - s(f(x)) \\ \text{s.a.} \quad & s(f(x)) - c(x) = \bar{u} \end{aligned}$$

- Como  $s(f(x)) = f(x) \rightarrow f(x) - c(x) = \bar{u}$ .

- Logo, o problema de maximização se resume a:

$$\max_s \quad f(x) - c(x) - \bar{u}$$

# Incentivos: O Problema da Relação Agente-Principal

- Como queremos  $\max_s f(x) - c(x) - \bar{u}$ , devemos fazer:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0 \rightarrow f'_x - c'_x = 0 \rightarrow PMg(x^*) = CMg(x^*)$$

- Logo, a escolha do nível de esforço ótimo depende da comparação do benefício marginal contra o custo marginal.
- Agora que conhecemos o nível de esforço que o proprietário pretende alcançar, temos que perguntar quanto ele terá que pagar ao trabalhador para que seja possível atingi-lo.
  - Qual a função  $s(y)$  que induzirá o trabalhador a alcançar o nível de esforço  $x^*$  ?



# Incentivos: O Problema da Relação Agente-Principal

- Para induzir o trabalhador a fornecer uma quantidade de esforço  $x^*$  é necessário que a utilidade resultante de trabalhar  $x^*$  seja maior que a utilidade resultante de trabalhar qualquer outra quantidade  $x$ .
- Logo, teremos a seguinte restrição:

$$s(f(x^*)) - c(x^*) \geq s(f(x)) - c(x) \quad \forall x$$

# Incentivos: O Problema da Relação Agente-Principal

- Se o produto vier da terra, o proprietário (principal) poderia alugar a terra ao trabalhador (agente) pelo aluguel  $R$ . Um esquema de incentivo útil seria deixar ao trabalhador todo o produto acima do aluguel:

$$s(f(x)) = f(x) - R$$

- Como vimos, o trabalhador se defronta com o seguinte problema:

$$\max_x s(f(x)) - c(x)$$

- Logo, nesse caso temos:

$$\max_x s(f(x)) - c(x) \rightarrow \max_x f(x) - R - c(x)$$

# Incentivos: O Problema da Relação Agente-Principal

- Portanto:

$$\max_x f(x) - R - c(x)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0 \rightarrow f'_x - c'_x = 0 \rightarrow PMg(x^*) = CMg(x^*)$$

- Esta é exatamente a condição que o principal deseja.
- O aluguel a ser cobrado pode ser encontrado de seguinte forma:

$$f(x) - R - c(x) = \bar{u} \rightarrow \text{Para } x^* \rightarrow f(x^*) - R - c(x^*) = \bar{u}$$

$$\text{Logo: } R^* = f(x^*) - c(x^*) - \bar{u}$$

# Incentivos: O Problema da Relação Agente-Principal

- Outro esquema possível seria o proprietário da terra pagar ao trabalhador um salário  $w$ , dependendo do seu esforço  $x$ , juntamente com uma quantia fixa  $K$ :

$$s(f(x)) = wx + K$$

- Na escolha ótima ( $x^*$ ), devemos ter:

$$w = PMg(x^*)$$

- Nesse caso, o trabalhador maximizaria:

$$\max_x s(f(x)) - c(x) \rightarrow \max_x wx + K - c(x)$$



# Incentivos: O Problema da Relação Agente-Principal

- Logo, temos:

$$\max_x wx + K - c(x)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0 \rightarrow w - c'_x = 0 \rightarrow w = CMg(x^*)$$

$$\text{Como } w = PMg(x^*) \rightarrow PMg(x^*) = CMg(x^*)$$

- Portanto, nesse caso, novamente, a escolha ótima do trabalhador coincide com a do proprietário.

# Incentivos: O Problema da Relação Agente-Principal

- Um terceiro esquema de incentivo, conhecido como “pegar ou largar”, consiste em um esquema de pagamento ao trabalhador onde ele receberia  $B^*$  se trabalhasse  $x^*$  e zero caso ele não atinja essa cota.

$$s(f(x)) = \begin{cases} B^* & \text{se } x = x^* \\ 0 & \text{se } x \neq x^* \end{cases}$$

- A quantia  $B^*$  é, novamente, determinada pela restrição de participação:

$$s(f(x)) - c(x) = \bar{u} \rightarrow B^* = \bar{u} + c(x^*) \rightarrow \bar{u} = B^* - c(x^*) , \text{ caso } x = x^*$$

- Caso  $x \neq x^*$ , o trabalhador obterá uma utilidade igual a  $-c(x)$ .
  - Nesse caso, a remuneração será zero, com um esforço igual a  $c(x)$ .
- Logo, nesse caso, a escolha ótima para o trabalhador é fazer com que  $x = x^*$ .

# Incentivos: O Problema da Relação Agente-Principal

- **Vimos Três Esquemas de Incentivo:**

- Aluguel
  - Trabalho Assalariado (com um componente variável)
  - “Pegar ou Largar”
- Cada um deles é equivalente, no sentido de fornecer o mesmo nível de utilidade ao trabalhador, dando a ele o incentivo para produzir a quantidade ótima de  $x^*$ .
  - Entretanto, podemos pensar em esquemas que não sejam ótimos, gerando  $x \neq x^*$ .

# Incentivos: O Problema da Relação Agente-Principal

- Um exemplo de esquema de incentivo não-ótimo seria a **parceria**, onde tanto proprietário como trabalhador ficam com a mesma percentagem fixa do produto.
- A cota do trabalhador seria, por exemplo:

$$s(x) = \alpha f(x) + F, \text{ onde } 0 < \alpha < 1 \text{ e } F \text{ é uma constante.}$$

- Nesse caso, teremos:

$$\max_x \alpha f(x) + F - c(x)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0 \rightarrow \alpha f'_x - c'_x = 0 \rightarrow \alpha PMg(\hat{x}) = CMg(\hat{x})$$

- Que não é a condição de eficiência. Logo, a parceria é um esquema de incentivos que não é ótimo.



# Incentivos: O Problema da Relação Agente-Principal

- Nos três casos em que o esquema de incentivos é ótimo e o esforço é observado pelo proprietário, o trabalhador iguala benefício marginal a custo marginal. O trabalhador escolhe o esforço a fazer dada a produção.
- **O Problema:** com informação assimétrica, o trabalhador pode escolher seu nível de esforço, mas o proprietário não pode observá-lo de maneira perfeita.
  - O proprietário precisa inferir que esforço foi feito a partir da produção observada.

# Incentivos: O Problema da Relação Agente-Principal

- Se a produção tiver um componente aleatório, o proprietário irá repassar todo o risco para o trabalhador.
- Entretanto, caso o trabalhador seja mais avesso ao risco do que o proprietário, possivelmente ele irá abrir mão de ganhos residuais a fim de obter um fluxo de renda menos arriscado.
- Assim, os três esquemas de incentivos apresentados anteriormente se tornam ineficientes, enquanto o esquema de parceria poderia até mesmo vir a ser ótimo.

# ANPEC 2014 - Questão 12

Considere a teoria da informação assimétrica ao indicar quais entre as afirmativas abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

- 0) O problema da seleção adversa é um problema de ação oculta; **F**
- O problema da seleção adversa ocorre quando uma das partes de uma transação não é capaz de identificar o “tipo” de outra parte (ou a qualidade dos bens no outro mercado).
  - Trata-se portanto de um fenômeno ligado a situações em que **há *tipo oculto* ou *informação oculta*** e não ação oculta. **Logo, a afirmação é falsa.**
  - **Exemplo clássico: *lemons market*.**
    - A falta de informação completa no momento da compra de um automóvel usado aumenta o risco da aquisição e reduz o valor do automóvel.
    - Os produtos de baixa qualidade expulsam os produtos de alta qualidade do mercado.
    - O mercado não é capaz de proporcionar trocas mutuamente vantajosas.

1) O perigo moral é um problema de informação oculta; **F**

- Problemas de *moral hazard* ocorrem quando uma das partes não é capaz de observar as ações da outra parte. Tais problemas são relacionados a situações em que há **ação oculta**. Logo, a afirmação é falsa.
- **Moral Hazard** ocorre quando a parte segurada, cujas ações não são observadas, pode afetar a probabilidade ou magnitude do pagamento associado a um evento.
  - Será que o comportamento de um agente econômico após fazer um seguro contra roubo para o seu automóvel será o mesmo que antes de fazê-lo ?



2) Mercados com informação oculta envolvem algum tipo de racionamento; **V**

- Segundo Varian, Hal :
- “O equilíbrio num mercado em que haja ação oculta, tipicamente envolve algum tipo de racionamento:
  - as empresas gostariam de prover mais do que fazem, mas não estão dispostas a fazê-lo porque isso alterará os incentivos de seus clientes”.

3) Em um mercado com assimetrias de informação sobre a qualidade dos produtos a garantia dos produtos oferecida por vendedores é um mecanismo de sinalização; **V**

- O oferecimento de garantias pode ser um sinal escolhido pelos detentores de produtos de boa qualidade caso não valha a pena para os vendedores de produtos de má qualidade oferecerem a mesma garantia, mesmo que com isso consigam um preço mais elevado por seu produto.

4) O investimento em sinais é sempre eficiente do ponto de vista público, mas um desperdício do ponto de vista privado. **F**

- **O investimento em sinais pode gerar ganho privado, sem gerar benefício social algum. Portanto, a afirmação é falsa.**
- Considere por exemplo um mercado de automóveis usados no qual todos os compradores são iguais e, embora haja automóveis de diferentes qualidades, a quantidade de automóveis ruins é pequena o bastante para evitar o fenômeno da seleção adversa.
  - Nesse mercado, o equilíbrio sem sinalização é eficiente.
- A introdução de um mecanismo de sinalização que implique algum custo para os ofertantes dos bons automóveis, pode melhorar o bem-estar destes por viabilizar a venda de seus veículos a um preço mais elevado, mas não produz qualquer valor social.
- Portanto, nesse caso, como o uso do mecanismo de sinalização implica um custo, do ponto de vista social, há perda de bem estar.

# ANPEC 2005 – Questão 9

Com respeito a mercados caracterizados por informação assimétrica, avalie as afirmativas:

0) Uma companhia seguradora deve se preocupar com a possibilidade de um comprador de uma apólice de seguro de vida ser portador de doença grave. Este é um exemplo de **risco moral**. **F**

- Este não é um exemplo de risco moral, mas sim de seleção adversa.
- Trata-se de uma assimetria informacional pré-contratual, em que o principal (agência seguradora) não sabe ao certo qual é o estado de saúde do agente (o comprador da apólice).

1) No mercado de automóveis usados, em que é nítida a assimetria da informação a respeito da qualidade dos veículos à venda, o problema da seleção adversa será evitado caso o preço de oferta seja igual ao valor esperado do automóvel. **F**

- Se o preço de oferta for igual ao valor esperado do automóvel, então pode acontecer de somente os automóveis de qualidade mais baixa serem negociados, que é exatamente o problema da seleção adversa.
- Tal caso ocorre quando o principal desconhece os tipos dos agentes e, por isso, calcula a média que é a ideia do “equilíbrio agregador”.



2) Em situações caracterizadas por informação assimétrica em que haja um equilíbrio separador (sinalização), diferentes agentes farão diferentes escolhas de ações. **V**

- Como vimos, em situações caracterizadas por informação assimétrica do tipo seleção adversa, em que haja um equilíbrio separador (sinalização), diferentes agentes farão diferentes escolhas de ações.
- Nesse caso, haverá  $N$  equilíbrios para os  $N$  diferentes agentes.

3) Os mecanismos de incentivo eficientes que induzem o trabalhador a executar um grau de esforço tal que seu produto marginal iguala-se ao custo marginal daquele esforço não funcionam quando for impossível monitorar-se o esforço do trabalhador. **Anulada**

4) A presença de informações assimétricas nos mercados impõe custos privados aos agentes, porém não provoca desvios de eficiência em relação aos mercados competitivos. **F**

- A presença de assimetria informacional, em geral, impede que se alcance o equilíbrio competitivo.

## ANPEC 2002 – Questão 8

Considere uma economia com dois períodos, na qual existem dois tipos de empresas de tecnologia: 50% são empresas do tipo A e 50% do tipo B, ambas necessitando de financiamento de \$50. Empresas que não obtêm financiamento encerram suas atividades tendo valor zero. As empresas do tipo A, no segundo período, poderão valer \$50 ou \$80 (ambos com a mesma probabilidade), enquanto as empresas do tipo B poderão valer zero ou \$120 (ambos com a mesma probabilidade). Nessa economia existe apenas um banco que capta recursos a uma taxa de 10%. O banco pode emprestar recursos às empresas, cobrando juros que serão pagos apenas no segundo período, se o valor realizado da empresa for suficientemente elevado. No caso de uma empresa do tipo A, por exemplo, ela somente pagará \$50 se esse for seu valor realizado, independentemente da taxa de juros acordada. Já no caso de uma empresa do tipo B, não haverá pagamento algum se o valor realizado for zero. Finalmente, assumamos que uma empresa não tomará um empréstimo que não possa pagar nem mesmo quando seu valor realizado for elevado.

0) Supondo que o banco pode distinguir os dois tipos de empresas, as taxas de juros mínimas que poderia cobrar das empresas do tipo A e B são respectivamente 20% e 120%. **V**

- Temos um problema de Seleção Adversa.
- Supondo que o banco possa distinguir entre os dois tipos de empresa, se ele quiser saber qual é a taxa mínima que pode cobrar de A, terá que calcular o seu lucro esperado e fazê-lo igual a zero (que é o mínimo que ele aceitaria ter de lucro).
- Então, **para a firma A**, o banco sabe que o pagamento esperado de A será:
  - Em  $t = 2$ , caso seu valor seja de \$50, com probabilidade  $1/2$ , a firma somente pagará ao banco \$50 (sem pagar juros, somente o principal).
  - Em  $t = 2$ , caso seu valor seja de \$80, com probabilidade  $1/2$ , a firma pagará ao banco os \$50 (principal) + juros.



- Já o custo do banco é o empréstimo de \$50 feito em  $t = 1$  à firma A, em que ele captou esse dinheiro a uma taxa de 10% no mercado (isto é, o banco tem que pagar em  $t = 2$  esse empréstimo de \$50 ao mercado).
- Assim, o lucro esperado do banco com relação à empresa A será de:

$$E\left(\pi_A^{Banco}\right) = \left[ \frac{1}{2} 50 + \frac{1}{2} 50(1 + r_{\min}) \right] - 50(1 + 10\%)$$

- Como ele quer saber qual é taxa mínima, deve igualar  $E(\pi) = 0$ .
- Logo, a taxa de juros mínima, ( $r_{\min}$ ) que o banco poderá cobrar da empresa A será dada por:

$$E\left(\pi_A^{Banco}\right) = \left[ \frac{1}{2} 50 + \frac{1}{2} 50(1 + r_{\min}) \right] - 50(1 + 10\%) = 0$$

$$25 + 25 + 25r_{\min} - 50 - 5 = 0 \rightarrow 25r_{\min} = 5 \rightarrow 25r_{\min} = 5 \rightarrow$$

$$r_{\min} = 0,2 = 20\%$$

- Do ponto de vista da firma A, para saber se essa é uma taxa que vale a pena a empresa tomar empréstimo em  $t = 1$ , e devolver o dinheiro a taxa de 20%, ela tem que saber se o valor esperado da sua empresa em  $t = 2$  supera o valor que terá de custo com o empréstimo.
- Assim, do ponto de vista de A, ela calcula o seu lucro esperado da seguinte forma:

$$E(\pi_A) = \left[ \frac{1}{2} 50 + \frac{1}{2} 80 \right] - \left[ \frac{1}{2} 50 + \frac{1}{2} 50(1 + 20\%) \right], \text{ assegurando que } E(\pi_A) \geq 0$$

*Realmente* :  $E(\pi_A) = 60 - 55 = 5 \geq 0$ .

- De forma análoga, para a firma B, temos:
  - em  $t = 2$ , caso seu valor seja de \$0, com probabilidade 1/2, a firma não pagara nada;
  - em  $t = 2$ , caso seu valor seja de \$120, com probabilidade 1/2, a firma pagará ao banco os \$50 (principal) + juros.
- O custo do banco é o mesmo que antes. Então, o lucro esperado do banco com relação à empresa B será de:

$$E(\pi_B^{\text{Banco}}) = \left[ \frac{1}{2} 0 + \frac{1}{2} 50(1 + r_{\min}) \right] - 50(1 + 10\%) = 0 \Rightarrow r_{\min}^B = 120\%$$

- Do ponto de vista da firma B, seu lucro esperado pode ser calculado da seguinte forma:

$$E(\pi_B) = \left[ \frac{1}{2} 0 + \frac{1}{2} 120 \right] - \left[ \frac{1}{2} 0 + \frac{1}{2} 50(1 + 120\%) \right], \text{ assegurando que } E(\pi_B) \geq 0.$$

*Realmente:*  $E(\pi_B) = 60 - 55 = 5 \geq 0.$

1) A taxa de juros máxima que uma empresa do tipo A pode aceitar pagar é 80%, enquanto que para empresas do tipo B esse máximo é 120%. **F**

- Para calcular a taxa máxima que cada empresa pode pagar, basta igualar o lucro esperado de cada empresa, derivado no item anterior, e igualá-lo a zero.
- Assim, do ponto de vista de A, tomando a função  $E(\pi_A)$  do item anterior, vemos que  $E(\pi_A) > 0$ , indicando que há uma “gordurinha” que o banco poderia “explorar”.
- Logo, para A ter  $E(\pi_A) = 0$ , fazemos:

$$E(\pi_A) = \left[ \frac{1}{2} 50 + \frac{1}{2} 80 \right] - \left[ \frac{1}{2} 50 + \frac{1}{2} 50 (1 + r_A^{\max}) \right] = 0 \Rightarrow r_A^{\max} = 60\%.$$

- E, para a firma B:

$$E(\pi_B) = \left[ \frac{1}{2} 0 + \frac{1}{2} 120 \right] - \left[ \frac{1}{2} 0 + \frac{1}{2} 50 (1 + r_B^{\max}) \right] = 0 \Rightarrow r_B^{\max} = 140\%.$$



2) Suponha que o banco não possa distinguir entre os dois tipos de empresa e que raciocine da seguinte forma: “Como metade das firmas são do tipo A e metade são do tipo B, vou cobrar, da firma que solicitar empréstimo, uma taxa de juros correspondendo à média das taxas que cobraria de cada empresa se pudesse distingui-las.” Então cobrará juros de 100%. **V**

- Considerando os dados do item (1), e sabendo que metade das firmas é do tipo A e a outra metade é do tipo B, segue-se que, com base no raciocínio do enunciado, o banco poderia cobrar juros que corresponderiam à taxa média, igual a 100%:

$$r_{m\u00e9dia} = \frac{1}{2} 60\% + \frac{1}{2} 140\% = 100\%.$$

- É um equilíbrio, ainda que seja instável. 

- Este é o raciocínio inicial no caso em que o banco desconhece o tipo de cada empresa (problema de seleção adversa).
- No **equilíbrio agregador** (ou *pooling*), **pode-se** cobrar os juros pela taxa média de 100%, que corresponde a menor taxa que poderá ser cobrada pelo banco quando há informação incompleta, **mas não necessariamente esta taxa será cobrada**.
  - De fato, pelo item anterior, a taxa máxima que a empresa A estaria disposta a pegar um financiamento seria de 60%, menos que 100%.
- **Essa é a essência do problema de seleção adversa.**
  - Pela falta de informação o menos arriscado (tipo bom) acaba “saindo”, ficando somente o mais arriscado (tipo ruim).

3) Se o banco não pode distinguir entre os tipos de empresas, uma estratégia ótima para o banco seria cobrar 140% de qualquer empresa de tecnologia que quisesse financiamento. **V**

- Dando continuidade aos comentários do item (2), se o banco não pode distinguir entre os tipos de empresas (assimetria de informação do tipo seleção adversa), a princípio ele poderia pensar em cobrar a taxa média de 100%.
- No entanto, o banco saberá que àquela taxa (100%) somente a empresa mais arriscada tomará empréstimo. Assim, uma estratégia ótima para o banco será cobrar a taxa máxima que a empresa mais arriscada estaria disposta a pagar.
  - No caso, seria a taxa relativa à empresa B, que, como calculada no item (0), é de 140%.

4) Em equilíbrio, firmas de ambos os tipos, A e B, tomam empréstimos do banco. **F**

- Depende.
- Dando continuidade aos comentários do item (3), se o banco não consegue distinguir entre os dois tipos, então, uma estratégia ótima consiste em cobrar a taxa de juros de 140%. Mas, a essa taxa, ele só emprestará dinheiro para as empresas mais arriscadas. Isto é, somente as firmas do tipo B tomarão empréstimos junto a esse banco.
- É um caso típico de seleção adversa, onde os “melhores pagadores” ou “os menos arriscados” ficam fora do mercado!
- Se o banco conseguir distinguir entre os dois tipos, porém então ambas as firmas tomarão empréstimos a taxas distintas, como calculadas nos itens (0) e (1). Haverá uma barganha. No caso da empresa A, a taxa ficara entre 20% e 60%. Já no caso da empresa B, entre 120% e 140%.



# ANPEC 2009 – Questão 15

- O sr. Principal (doravante  $p$ ) possui um pedaço de terra e deseja contratar o sr. Agente (doravante  $a$ ) para plantar batatas em sua propriedade. A produção de batatas é dada pela função  $y = 8\sqrt{x}$ , em que  $x$  é a quantidade de esforço despendida por  $a$  na plantação. Suponha que o preço do produto é igual a 1, de modo que  $y$  também mede o valor do produto. Ao exercer o nível de esforço  $x$ ,  $a$  incorre em um custo dado por  $C(x) = \frac{1}{4}x^2$ . O contrato entre os dois é o de aluguel, ou seja,  $a$  paga a  $p$  uma quantia fixa  $r$  e fica com o excedente  $s = y - r$ . A utilidade de  $a$  é  $u(s, x) = s - c(x)$ . O problema de  $p$  é maximizar seu lucro  $\pi = y - s$ , dadas as restrições de participação e de incentivo de  $a$ . Calcule o valor ótimo do aluguel,  $r^*$ .

- Por se tratar de um contrato de aluguel em que o agente toma todo o risco, o seu esforço será máximo.
- Com isso, o principal não precisa se preocupar em resolver o seu problema considerando as restrições de participação e de incentivos de A, uma vez que em um contrato de aluguel o principal receberá um aluguel R que independe do nível de esforço do agente.
- Portanto, a resolução do problema se restringe à maximização da utilidade do agente, que consiste em determinar o seu nível de esforço ótimo.
- Maximizando a função de utilidade do agente, teremos a seguinte expressão:

$$\max_x u(s, x) = s - C(x) = (y - R) - C(x) \rightarrow \max_x \left\{ \left[ (8\sqrt{x}) - R \right] - \left[ \frac{1}{4} x^2 \right] \right\}$$

- A condição de primeira ordem é dada por:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} 8x^{-\frac{1}{2}} - \frac{2}{4} x = 0 \rightarrow 4x^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} x = 0 \rightarrow x^* = 4$$

- O principal, então, irá estabelecer o valor ótimo do aluguel, que extrairá todo o excedente do agente, e que corresponde ao menor valor para o qual a utilidade do agente iguala a zero.

$$\left[ (8\sqrt{x}) - R \right] - \left[ \frac{1}{4} x^2 \right] \geq 0 \rightarrow \left[ (8\sqrt{4}) - R \right] - \left[ \frac{1}{4} 4^2 \right] \rightarrow R = 16 - 4 \rightarrow$$

$$R^* = 12$$

## ANPEC 2002 – Questão 12

- Nesta questão, assuma que os agentes sejam neutros com relação ao risco (portanto, eles se pautam apenas pelo valor esperado). O nível de produção depende do esforço empreendido pelo trabalhador. Caso este empenhe muito esforço, o nível de produção será de 100 ou 20 unidades, ambos ocorrendo com a mesma probabilidade. Caso empenhe pouco esforço, o nível de produção pode ser de 100 com probabilidade de 20% ou 20 com probabilidade de 80%. O preço do produto é \$1 e não há custos associados a insumos. O trabalhador tem uma desutilidade equivalente a \$48 para despende muito esforço, e \$38 para pouco esforço, e tem utilidade de reserva igual a zero.



- Esta questão é sobre falha na informação com respeito a uma relação pós-contratual, chamada **risco moral**. Isto é, uma vez realizado um contrato, será que o principal (contratante) conseguirá fazer com que o contratado aja como ele (principal) deseja que o agente aja?
- É possível que o agente (contratado) se esforce menos, não levando o principal a atingir suas metas. Por isso, o principal tem alguns modelos de incentivos que pode seguir e que resultarão, de forma geral, em *outputs* diferentes.
- No modelo de incentivos genérico, o problema de otimização é que o principal deseja maximizar a sua produção descontando o salário que terá que pagar ao agente, que é função da produção do agente, que depende do seu esforço.
- Há três restrições, sendo uma a **restrição de participação**, que, grosso modo, requer que o salário que o agente ganhe, menos o seu custo em fazer esforço tenha que ser pelo menos igual ao quanto ele ganharia em outro lugar (utilidade de reserva).

- Da CPO sairá o esforço ótimo que o agente terá que realizar. Dado que este esforço ótimo é de conhecimento de todos, há que saber como concretizá-lo. Daí a necessidade de uma segunda restrição: a de **compatibilidade de incentivos**. A última restrição requer que os salários sejam não negativos.
- Há pelo menos cinco formas de contrato: salário fixo, salário fixo mais variável, aluguel, “pegar ou largar” e parceria na produção.
- Exceto o primeiro e último tipos de contratos, os demais atingem o nível de esforço ótimo, de acordo com o interesse do principal.

0) Nestas condições não interessa ao empresário contratar o trabalhador pagando um salário fixo. **V**

- Um salário fixo ( $F$ ) incentiva o agente a não se esforçar. Consequentemente eleva a probabilidade de o empresário ter um lucro menor.
- No exemplo dado, se o empresário pudesse monitorar o seu lucro esperado na situação de alto e baixo, os esforços do agente seriam:

- $RT_{Alto\ Esforço}$  do principal =  $1 \times (0,5 \times 100 + 0,5 \times 20) = 60$

- $RT_{Baixo\ Esforço}$  do principal =  $1 \times (0,2 \times 100 + 0,8 \times 20) = 36$

- Já o custo do empresário seria o salário que pagaria ao agente. Pela restrição de participação:  $[w(x) - C(x)] = U_0$ . Como  $U_0 = 0$ ,  $C(1) = 48$  e  $C(0) = 38$ , temos que o salário será:

- $w(1) = C(1) + U_0 = 48$

- $w(0) = C(0) + U_0 = 38$

- Assim, o lucro do empresário será de:

- $\pi_{Alto\ Esforço} = 60 - 48 = 12$

- $\pi_{Baixo\ Esforço} = 36 - 38 = -2$

1) Caso o trabalhador alugue o equipamento para trabalhar por conta própria, o valor máximo que se pode cobrar pelo aluguel é \$10. **F**

- Caso o principal alugue ao agente o equipamento e este pague um montante fixo para o principal, o agente, como fica com toda a produção para ele, tem o incentivo de realizar o maior esforço possível.
- Portanto, é o caso em que prevalece o lucro esperado quando ele faz um esforço alto, que é de:  $\pi_{\text{Alto Esforço}} = 60 - 48 = 12$ .
- Assim, o valor máximo que o empresário pode cobrar pelo aluguel é \$12. Caso contrário, o agente não quer alugar.



2) Em caso de parceria (cada parceiro recebe uma proporção fixa do produto), o trabalhador deve receber pelo menos 90% do lucro. **F**

- No caso de parceria (*share cropping* (meação) –  $\alpha$ ), a produção final é compartilhada entre o principal e o agente, e o agente não é incentivado a fazer um esforço alto.
- Da restrição de participação, sabemos que:  $[\alpha f(x) - C(x) = U_0]$ . Ou seja, a utilidade esperada do agente será dada pela parcela da receita que ele recebe com a produção menos o seu custo com o esforço (desutilidade). Assim, a parcela mínima do lucro que o agente deve receber é:
  - $\alpha(0,2 \times 100 + 0,8 \times 20) - 38 = 0 \rightarrow \alpha = 105,6\%$ .
- Portanto, para os dados deste problema, o agente não deve aceitar um acordo de parceria, nem se ele ganhasse 100% da produção.
  - Aceitaria, talvez, se o seu custo com baixo esforço fosse menor.
  - Para ele aceitar um  $\alpha = 90\%$ , a sua desutilidade deveria ser 32,4.

3) Um salário fixo de \$18 mais uma bonificação de 50% da produção são aceitáveis tanto para o trabalhador quanto para o empresário. **V**

- Para analisar se esse contrato é factível, temos que avaliar se o lucro esperado de cada um é não negativo. Se for, o acordo ocorre. Se não, o acordo não ocorre. Como será visto, o acordo ocorrerá.
- De fato, nesse caso, o agente tende a fazer um alto esforço. Com isso e com os dados do problema, o lucro esperado do agente será de:
  - $RT = \text{salário fixo} + 50\% (\text{RT da produção com alto esforço});$
  - $CT = \text{desutilidade em se esforçar}.$
  - *Agente:*  $\pi_{\text{Alto Esforço}} = 18 + 0,5 (0,5 \times 100 + 0,5 \times 20) - 48 = 0$
  - *Principal:*  $\pi_{\text{Alto Esforço}} = 0,5 (0,5 \times 100 + 0,5 \times 20) - 18 = 12$

4) Caso o trabalhador seja avesso ao risco, o lucro esperado do empresário será menor que \$12, independentemente de qual seja o arranjo institucional. **V**

- No caso de neutralidade ao risco, um contrato possível seria o agente ganhar um salário de  $18 + 50\%$  de bonificação sobre a receita e o empresário ter um lucro esperado de 12.
- No caso do agente ser **avesso ao risco**, seu salário terá que ter um prêmio, tornando-o maior que 18. Neste caso, o empresário não conseguirá alcançar um lucro de 12.
  - Portanto, sem fazer qualquer cálculo, é possível dizer que, necessariamente, o lucro do empresário será menor que 12, quando o agente é avesso ao risco.

# ANPEC 2003 – Questão 9

- Considere um modelo de sinalização do tipo Spence, no qual os trabalhadores escolhem um nível de educação. Há uma grande quantidade de firmas e de trabalhadores. Os trabalhadores hábeis têm a função de utilidade  $U_H = w - \frac{3}{8}E^2$ , e os trabalhadores pouco hábeis têm a função de utilidade  $U_{PH} = w - \frac{1}{2}E^2$ , em que  $w$  representa o nível salarial e  $E$  o nível educacional. Um trabalhador hábil com nível de educação  $E_H$  vale  $1,5E_H$  para a firma, enquanto um trabalhador pouco hábil com nível de educação  $E_{PH}$  vale  $1E_{PH}$ . Metade dos trabalhadores é hábil. Julgue as seguintes proposições:



0) A solução eficiente (com informação completa) é  $\hat{E}_{PH} = 1$  e  $\hat{E}_H = 2$ . **v**

- Segundo o enunciado, um trabalhador hábil, com nível de educação  $E_H$  vale  $1,5E_H$ , e um trabalhador pouco hábil com nível de educação  $E_{PH}$  vale  $1E_{PH}$ .
- Caso a firma possua informação completa, os salários refletirão as respectivas PMgs. Portanto, teremos:
  - $w_H = 1,5E_H$  e  $w_{PH} = 1,0E_{PH}$ .
- Substituindo os salários nas funções utilidade de cada tipo de indivíduo:

▪ **Trabalhadores Hábeis:**

$$U_H = w - \frac{3}{8}E^2 \Rightarrow \max \left[ 1,5E_H - \frac{3}{8}E_H^2 \right]$$

$$C.P.O. \Rightarrow \frac{\partial U_H}{\partial E_H} = 0 \rightarrow 1,5 - \frac{6}{8}E_H = 0 \rightarrow \hat{E}_H = \frac{1,5}{0,75} \rightarrow \hat{E}_H = 2$$

▪ **Trabalhadores Pouco Hábeis:**

$$U_{PH} = w - \frac{1}{2} E^2 \Rightarrow \max \left[ 1,0 E_{PH} - \frac{1}{2} E_{PH}^2 \right]$$

$$C.P.O. \Rightarrow \frac{\partial U_{PH}}{\partial E_{PH}} = 0 \rightarrow 1,0 - E_{PH} = 0 \rightarrow \hat{E}_{PH} = 1$$

1) Caso exista um equilíbrio agregador, este não pode ser eficiente. **V**

- O equilíbrio agregador (ou *pooling*) ocorre quando a firma não é capaz de distinguir os trabalhadores.
- Nesse caso, a firma pagará o mesmo salário para ambos os tipos de trabalhadores, baseado na habilidade média. Logo, teremos:

$$w_{\text{médio}} = \frac{(1,0E + 1,5E)}{2} \rightarrow w_{\text{médio}} = 1,25E$$

- Como vimos, este salário não pode ser eficiente, pois os trabalhadores pouco hábeis ganhariam mais do que sua PMg e, portanto, teriam incentivos a trabalhar menos. Por outro lado, os trabalhadores mais hábeis receberiam menos do que sua PMg, não tendo incentivo a trabalhar.
- Dado que somente os trabalhadores poucos hábeis terão incentivos a trabalhar, o salário relativo ao equilíbrio agregador não deverá ser o salário médio, mas o salário referente à PMg do trabalhador pouco hábil.

- É exatamente este ponto que caracteriza o problema de seleção adversa:
  - os trabalhadores mais hábeis são “expulsos” do mercado pelos trabalhadores menos hábeis.
- Vale observar que podem existir vários equilíbrios agregadores, desde que pertençam ao intervalo: (“salário médio para os dois”, “salário referente ao menos hábil só para os menos hábeis”).
- De qualquer forma, independentemente de qual seja esse salário, ele jamais será eficiente.



2) Caso haja um equilíbrio separador, este será eficiente. **F**

- A solução eficiente ocorre, somente, quando a informação é completa, isto é, quando o principal reconhece perfeitamente o tipo de cada agente.
- Sob informação incompleta, **como é o caso**, salários distintos (equilíbrio separador) não implicam em solução eficiente.
- Isso ocorre porque, no modelo de Spence, a educação é um **sinalizador** de produtividade, **representando um custo social**, pois em nada colabora para o aumento da produtividade.
- Segundo o modelo, educar só é uma opção para aquele que é do “tipo bom” e quer sinalizar ao mercado que ele é desse tipo, garantindo assim um salário melhor para ele (ganho privado).
- Dito de outro modo, o intuito de quem escolhe educação é apenas se diferenciar do “tipo ruim”. Mas, independentemente da educação que terá, sua produtividade continuará a mesma.

3) Em nenhum equilíbrio  $U_H$  pode ser menor que  $1/2$ . **V**

- Caso o principal não consiga distinguir os trabalhadores, ele escolheria pagar o salário médio ( $1,25E$ ). Nesse caso, as utilidades seriam (lembre-se que em equilíbrio  $E_H = 2$  e  $E_{PH} = 1$ ):

$$U_H = w - \frac{3}{8}E^2 \rightarrow U_H = 1,25E - \frac{3}{8}E^2 \rightarrow U_H = 1,25(2) - \frac{3}{8}(2)^2 \rightarrow U_H = 1$$

$$U_{PH} = w - \frac{1}{2}E^2 \rightarrow U_{PH} = 1,25E - \frac{1}{2}E^2 \rightarrow U_{PH} = 1,25(1) - \frac{1}{2}(1)^2 \rightarrow U_{PH} = 0,75$$

- Repare que a utilidade do pouco hábil aumentou (de  $0,5$  para  $0,75$ ) e a do hábil caiu (de  $1,5$  para  $1$ ).

- Se o trabalhador hábil decidisse ter educação  $E = 1$ , então a sua utilidade diminuiria para:

$$U_H = 1,25(1) - \frac{3}{8}(1)^2 \rightarrow U_H = 0,875$$

- Logo, para o trabalhador hábil, isso não vale a pena.
- Imaginando que o principal decidisse pagar a todos o salário do pouco hábil =  $1E$ , por achar que o trabalhador hábil não ficaria no mercado por um salário abaixo do que ele “deveria ganhar” (salário de  $1,5E$  em vez de  $1,25E$ ), a utilidade de ambos diminuiria para:

$$U_H = 1,0(1) - \frac{3}{8}(1)^2 \rightarrow U_H = 0,625$$

$$U_{PH} = 1,0(1) - \frac{1}{2}(1)^2 \rightarrow U_{PH} = 0,5$$

- Mas esse é o problema de seleção adversa sem a possibilidade de sinalização.
- Se o trabalhador hábil resolvesse mostrar que é bom (sinalizar), ele poderia escolher  $E = 2$  e passar a ter  $U = 1,5$ , que, como é a utilidade mais elevada, é o que ele deve fazer, ainda que o salário seja o “salário médio”.
- Repare que o trabalhador hábil poderia escolher não estudar ( $E = 0$ ), obtendo  $U_H = 0$ . Mas não haveria razão para ele fazer esta escolha, se a utilidade dele escolhendo  $E = 1$  ou  $E = 2$  é maior.



4) Caso haja um equilíbrio separador nele, ter-se-á **V**

$$\hat{E}_H^* > E_H^* > \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \text{ ou } \hat{E}_H^* < E_H^* < \frac{3 - \sqrt{5}}{2}.$$

- Esse item nós não resolveremos, pois ele foge bastante do conteúdo existente na bibliografia da ANPEC.
- O modelo deste exercício é diferente da ideia original de Spence, pois aqui, mesmo com informação completa, os trabalhadores escolhem algum nível de educação, o que não ocorre no modelo original de Spence, pois educar é custoso e não resulta em qualquer benefício.