Microeconomia

Comportamento do Consumidor

Prof.: Antonio Carlos Assumpção

Tópicos Discutidos

- Preferências do Consumidor
- Restrição Orçamentária
- A Escolha por Parte do Consumidor

Comportamento do Consumidor

- Existem três passos envolvidos no estudo do comportamento do consumidor.

1) **Estudaremos as Preferências do Consumidor.**
   - Descrever como e porque as pessoas preferem um bem a outro.

2) **Estudaremos as restrições orçamentárias.**
   - Agentes econômicos possuem rendas limitadas e os preços dos bens e serviços são positivos.

Comportamento do Consumidor

3) **Finalmente, combinaremos as preferências do consumidor com as restrições orçamentárias para determinar a escolha por parte do consumidor.**

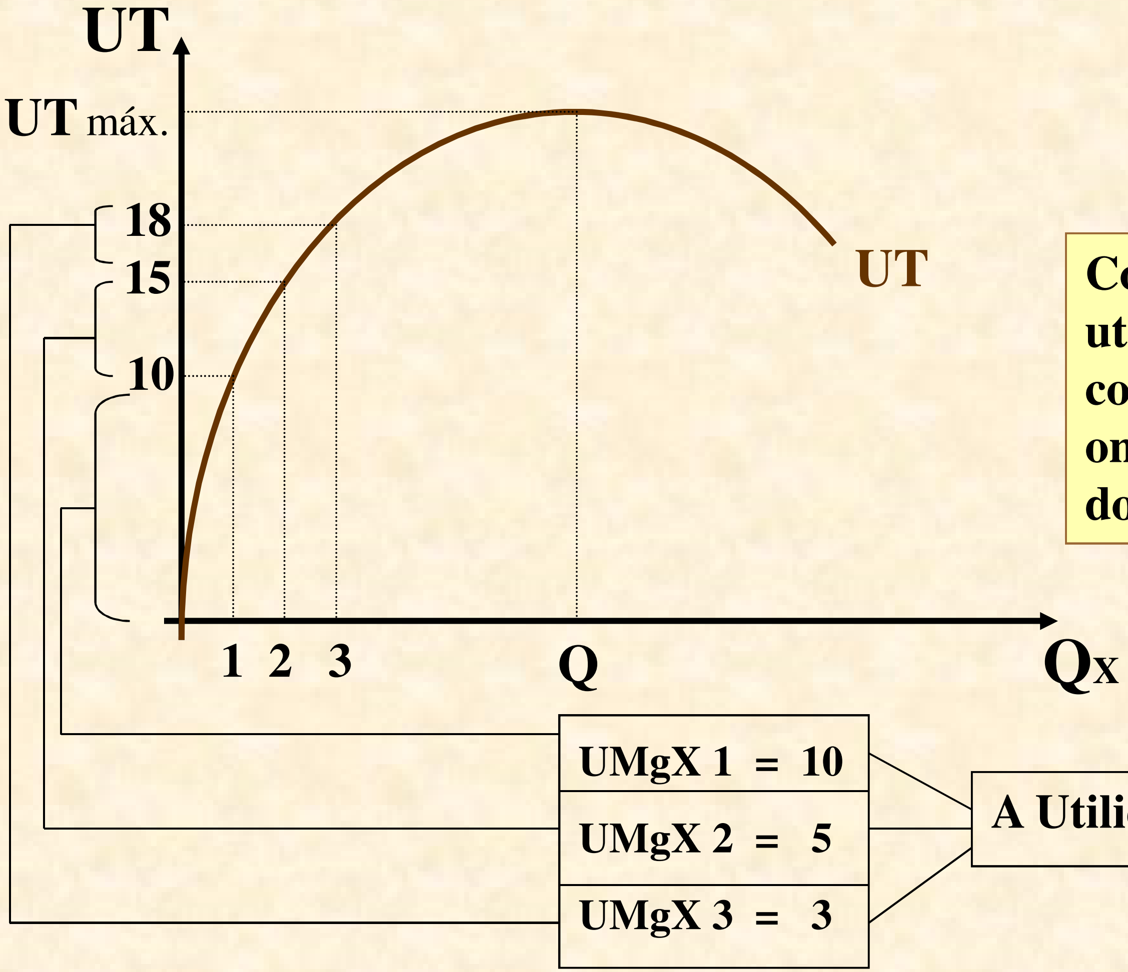
- Qual a combinação de bens os consumidores deverão comprar para maximizar sua utilidade

Utilidade e Preferências: Utilidade Cardinal

- Utilidade é o nível de satisfação que um indivíduo tem ao consumir um bem ou serviço.
- Se pudéssemos quantificar a utilidade, teríamos o que se chama de **utilidade cardinal**.
- Utilidade marginal é o acréscimo (decréscimo) de utilidade que um indivíduo tem ao consumir uma unidade adicional de um bem ou serviço.

$$UMg_X = \frac{\Delta U}{\Delta X} = \frac{dU}{dX}$$

Utilidade e Preferências: Utilidade Cardinal



Como não podemos quantificar a utilidade, trabalharemos com o conceito de utilidade ordinal, onde ordenamos as preferências do consumidor.

A Utilidade Marginal é decrescente

Utilidade e Preferências: Utilidade Ordinal

- Utilidade é a forma como os economistas representam as preferências
  - Entre duas combinações de bens, a que possuir utilidade mais elevada é a preferida
    - Se tiverem a mesma utilidade, então o consumidor é indiferente entre as duas combinações
- A função utilidade ordena as combinações de consumo alternativas
  - A dimensão da diferença não é importante
- Uma transformação monotônica de uma função utilidade é uma função utilidade que representa as mesmas preferências que a função utilidade original

Preferências do Consumidor

Cestas de Mercado

- A **cesta de mercado** é um conjunto com quantidades específicas de uma ou mais mercadorias.

- Uma cesta de mercado pode ser preferida a outra cesta de mercado contendo uma diferente combinação de bens.

Preferências do Consumidor

Cestas de Mercado

- Suposições Básicas

1. As preferências são *completas*.
2. As preferências são reflexivas
3. As preferências são *transitivas.*
4. Os consumidores sempre preferem mais de algum bem do que menos.

Preferências do Consumidor

- As preferências são **completas**, indicando que o consumidor sabe comparar e ordenar todas as cestas de mercado. Portanto, dadas duas cestas, A e B, o consumidor chegará a uma das seguintes conclusões:

Preferência Estrita

$$A \succ B \quad \textbf{ou} \quad B \succ A \quad \textbf{ou} \quad A \sim B$$

Preferível **Indiferente**

  - **Note que as preferências não levam em consideração os preços dos bens.**

Preferências do Consumidor

- As preferências são **reflexivas**, indicando que qualquer cesta é certamente tão boa quanto uma cesta idêntica.

$$\boxed{A \succeq A}$$

- Observe que:

Preferência Estrita: $A \succ B \;\; ; \;\; A \succeq B \; e \; não \; vale \; B \succeq A$

Indiferença: $A \sim B \Rightarrow A \succeq B \; e \; B \succeq A$

Preferências do Consumidor

- As preferências são **transitivas**, assegurando a racionalidade do consumidor. Portanto:

Se $A \succ B$ **e** $B \succ C$**, necessariamente** $A \succ C$

  - **Logo, a transitividade implica que se o consumidor prefere Coca Cola a Pepsi e Pepsi a guaraná, ele prefere Coca Cola a guaraná.**

Preferências do Consumidor

- Os consumidores são **insaciáveis**; preferem quantidades maiores de todas as mercadorias desejáveis. Portanto:

$$A(10;10) \succ B(8;10)$$
$$A(10;10) \succ B(10;8)$$

- Muitas vezes esse axioma é chamado de monotonicidade (**preferências monotônicas**).

Preferências do Consumidor

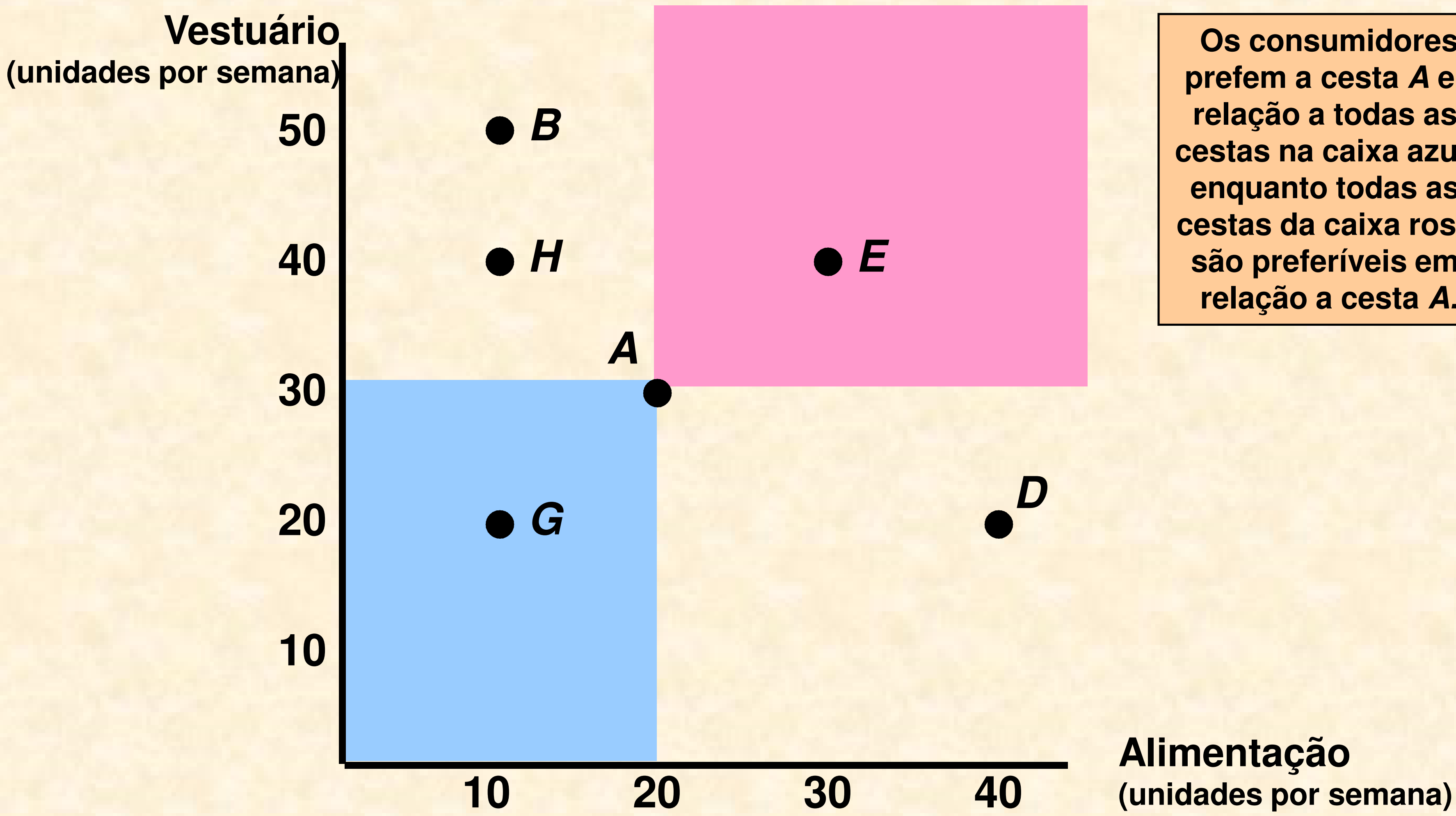
Cestas de Mercado	Unidades de Alimento	Unidades de Vestuário
A	20	30
B	10	50
D	40	20
E	30	40
G	10	20
H	10	40

Preferências do Consumidor

Curvas de Indiferença

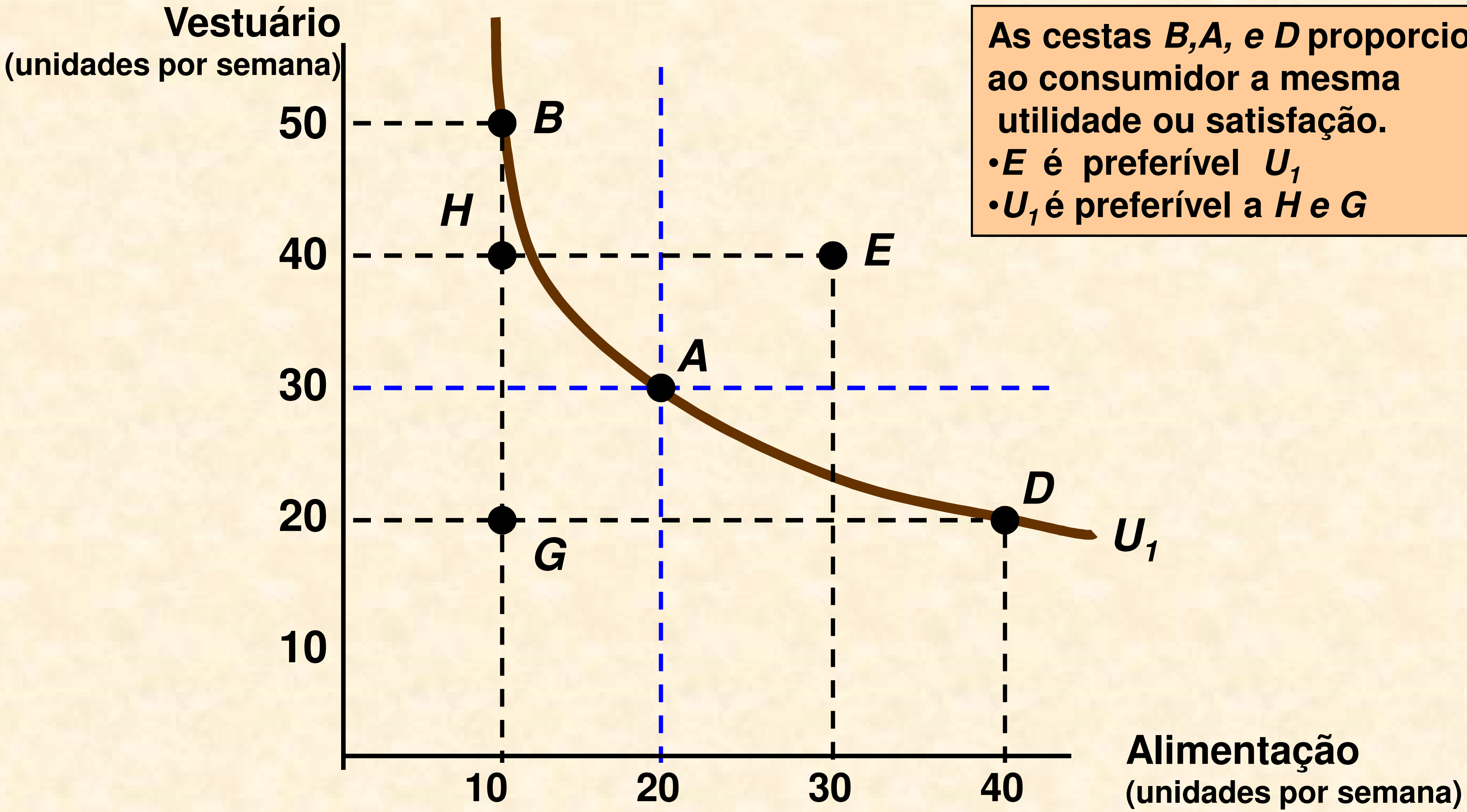
- **Curvas de Indiferença:** Uma curva de indiferença representa todas as combinações de cestas de mercado que geram o mesmo nível de utilidade ou satisfação para um agente econômico.

Preferências do Consumidor



Os consumidores prefem a cesta *A* em relação a todas as cestas na caixa azul, enquanto todas as cestas da caixa rosa são preferíveis em relação a cesta *A.*

Preferências do Consumidor



As cestas *B,A, e D* proporcionam ao consumidor a mesma utilidade ou satisfação.

- *E* é preferível U_1
- U_1 é preferível a *H e G*

Preferências do Consumidor

- **Curvas de Indiferença**
  - **Curvas de Indiferença são negativamente inclinadas.**
    - Se a curva de indiferença se inclinasse para cima isso iria contra a premissa de que uma quantidade maior de qualquer mercadoria é melhor do que uma quantidade menor.
    - A substitutibilidade entre os bens só é possível se a curva de indiferença for negativamente inclinada.

Preferências do Consumidor

- **As curvas de indiferença são, de uma maneira geral, convexas.**
  - O consumidor atribui maior valor às mercadorias que ele tem menos. Logo, ele deve abrir mão de cada vez menos unidades de uma mercadoria em troca de unidades adicionais de outra, pois de outra forma, ele acabaria por se especializar no consumo de um dos bens. Note como uma posição média (diversificação de consumo) tende a proporcionar um maior nível de utilidade ao consumidor.

Preferências do Consumidor

- Dadas duas cestas, A e B:

$$\boxed{\begin{aligned} A &= (V_1 ; A_1) \\ B &= (V_2 ; A_2) \end{aligned}} \quad \text{com} \quad \boxed{A \sim B}$$

- Existe uma cesta $Z = \left[\lambda A + (1-\lambda)B\right]$, onde

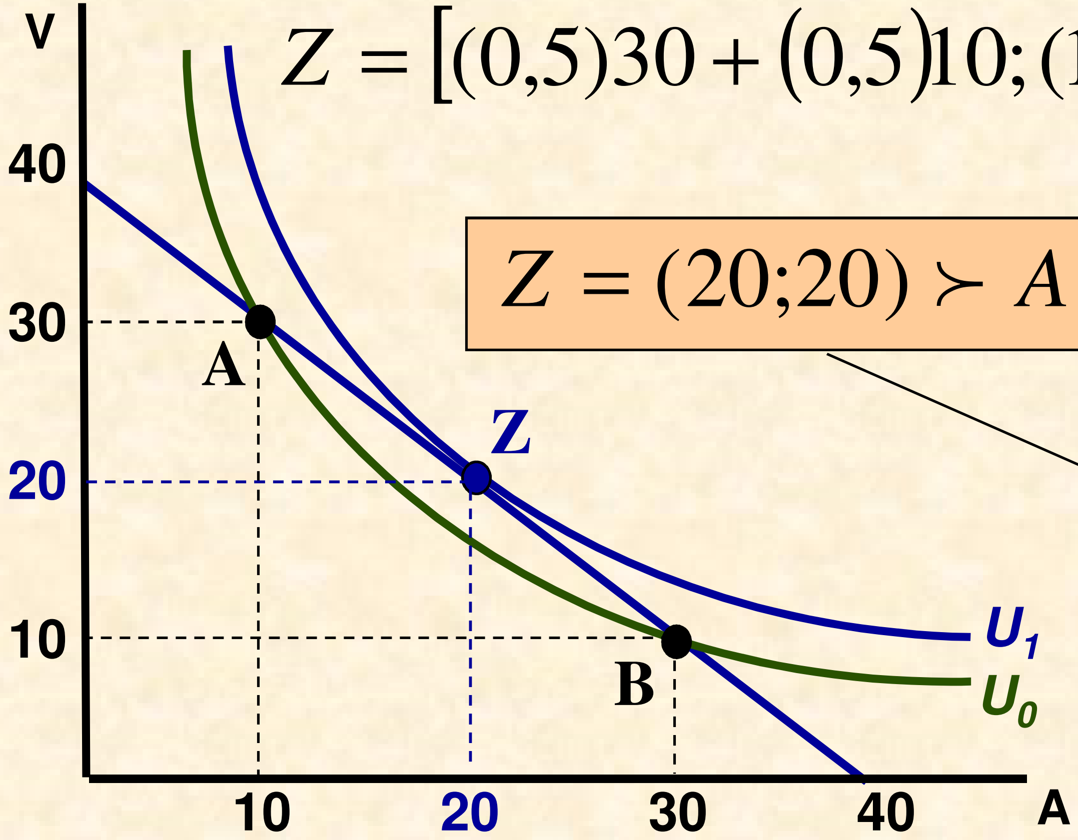
$$Z \succ A \Rightarrow Z \succ B \quad \forall \quad \lambda \quad]0,1[$$

Preferências do Consumidor

$$A = (30;10)$$
$$B = (10;30)$$

Com $\lambda = 0{,}5$, temos

$$Z = [(0{,}5)30 + (0{,}5)10; (1-0{,}5)10 + (1-0{,}5)30]$$



$$Z = (20;20) \succ A \ e \ B$$

Logo, preferências convexas indicam que os indivíduos preferem diversificação de consumo

Preferências do Consumidor

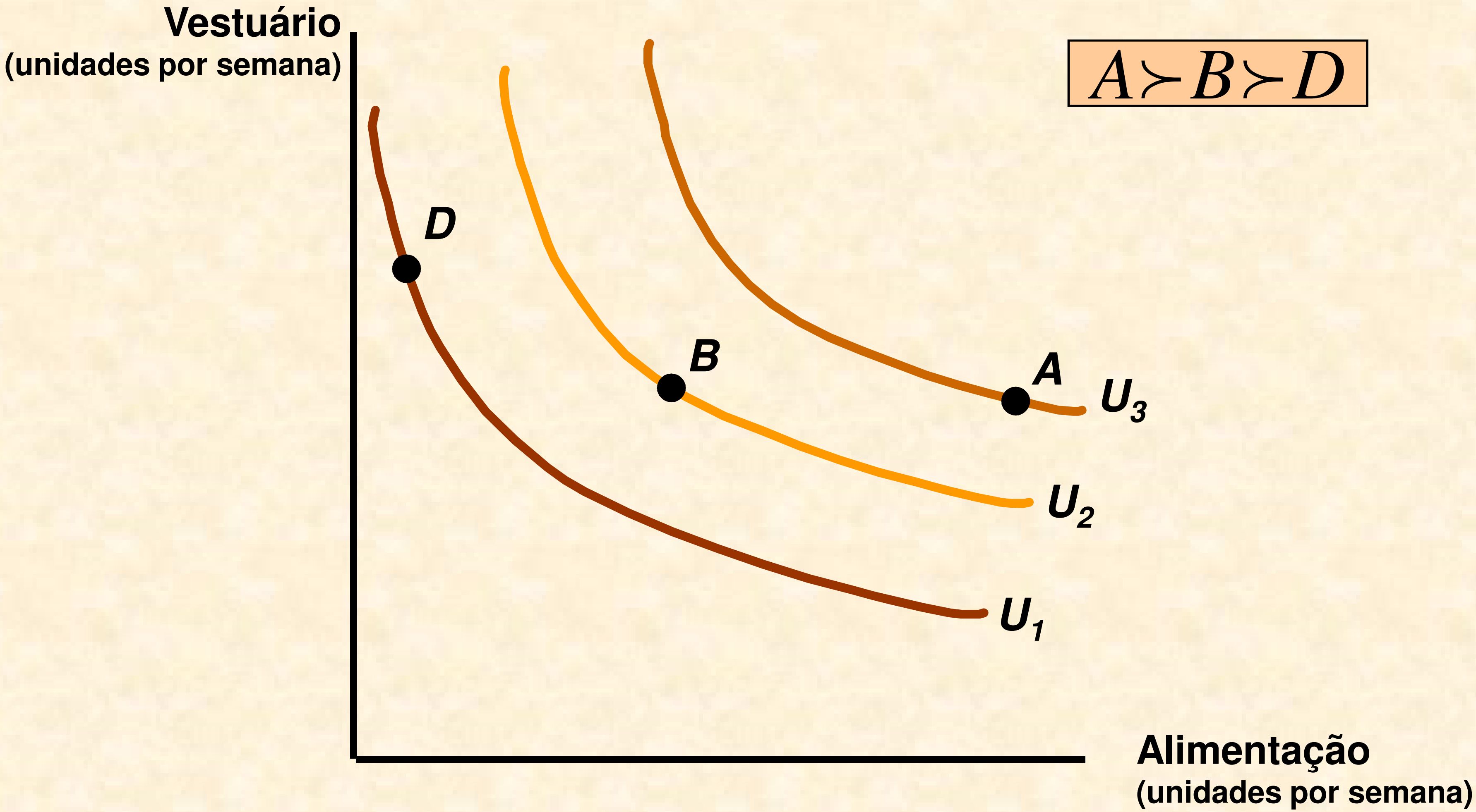
- Curvas de Indiferença
  - Qualquer cesta de mercado que se encontre acima e à direita da curva de indiferença U_1 é preferível a qualquer cesta que se encontre sobre U_1.

Preferências do Consumidor

Mapas de Indiferença

- **Um Mapa de Indiferença é um conjunto de curvas de indiferença que descrevem as preferências de um consumidor.**
  - Existem infinitas curvas de indiferença contidas no que chamaremos de mapa de indiferença, onde, obviamente, as curvas mais distantes da origem são representativas de um maior nível de utilidade. Desta forma, a cesta A é preferível à cesta B e a qualquer cesta sobre a curva de indiferença U_2.

Preferências do Consumidor

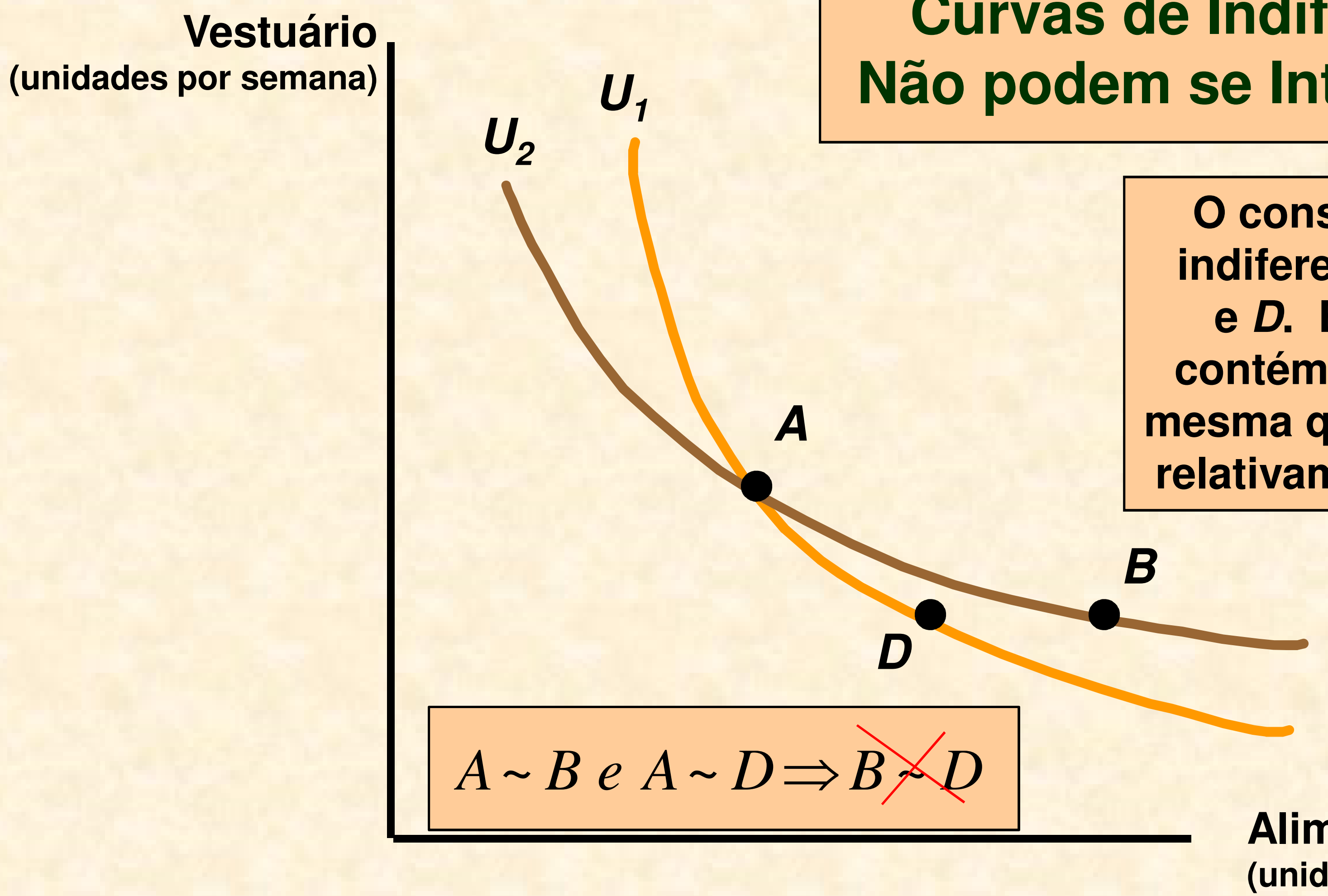


Preferências do Consumidor

- **Curvas de Indiferença**
  - **Finalmente, curvas de indiferença não podem se inteceptar.**
    - Isso violaria o princípio da transitividade.

Preferências do Consumidor

Curvas de Indiferença Não podem se Interceptar



O consumidor seria indiferente entre *A*, *B* e *D*. Entretanto, *B* contém mais A, com a mesma quantidade de V, relativamente a cesta D.

$$A \sim B \text{ e } A \sim D \Rightarrow B \cancel{\sim} D$$

Preferências Bem Comportadas

- Dizemos que as preferências são bem comportadas quando:
  - As preferências são monotônicas
  - As preferências são convexas

Preferências do Consumidor

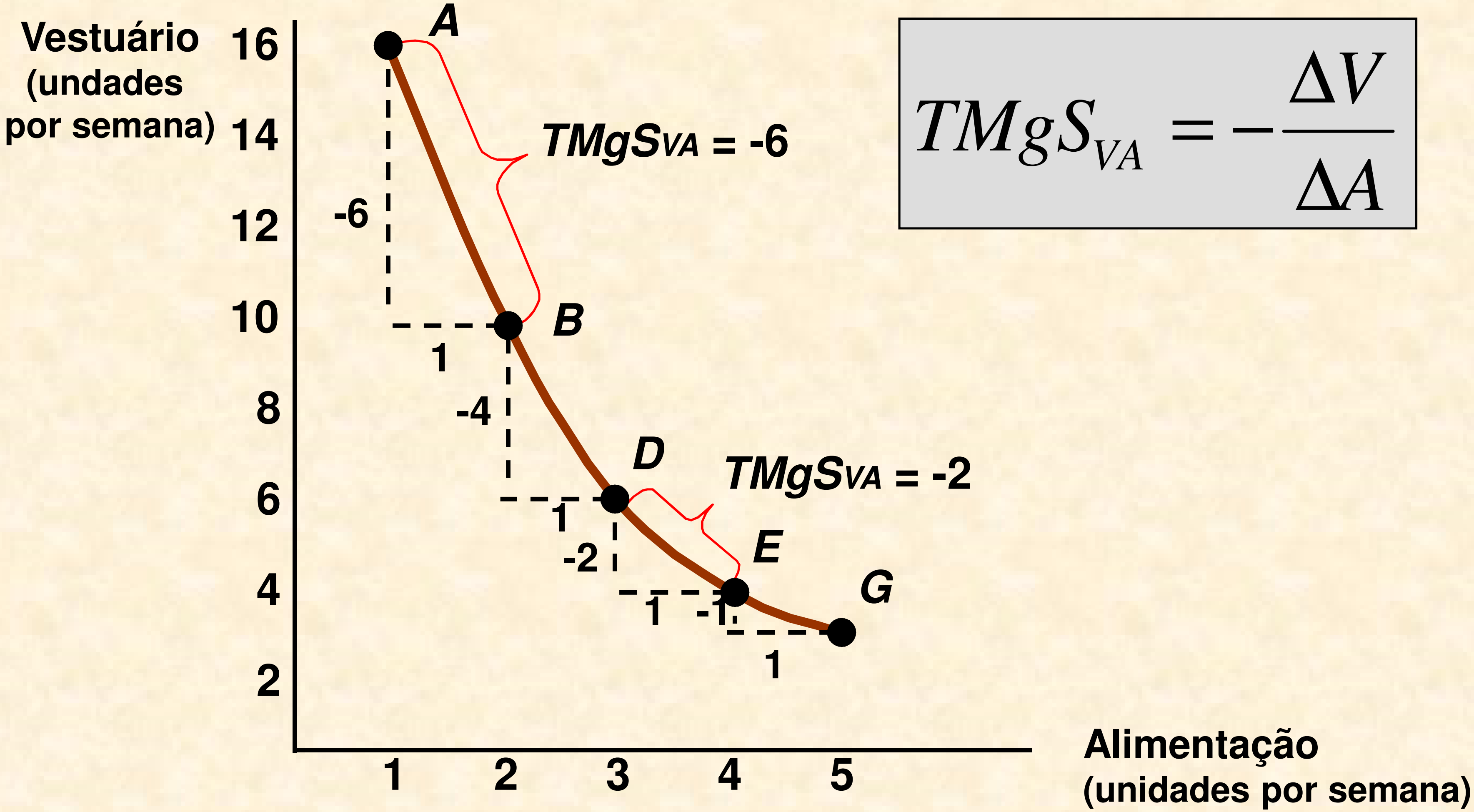
Taxa Marginal de Substituição

- A Taxa Marginal de Substituição (TMgS) nos mostra a taxa a qual o consumidor está disposto a substituir um bem pelo outro, permanecendo com o mesmo nível de utilidade ou satisfação.

- Desta forma, a taxa marginal de substituição. representa a inclinação da curva de indiferença em um ponto.

  - Taxa Marginal de substituição de y por x $\rightarrow TMgS_{(y,x)} = -\frac{dy}{dx}$

Preferências do Consumidor



$$TMgS_{VA} = -\frac{\Delta V}{\Delta A}$$

Preferências do Consumidor

Taxa Marginal de Substituição

- Agora adicionaremos a quarta suposição sobre as preferências do consumidor:
  - Ao longo de uma curva de indiferença existe uma *taxa marginal de substitução* que é decrescente.
    - **A medida em que V é substituído por A, de modo que o consumidor permaneça na mesma curva de indiferença, a $\mathbf{TMgS_{(V,A)}}$ diminui.**

Preferências do Consumidor

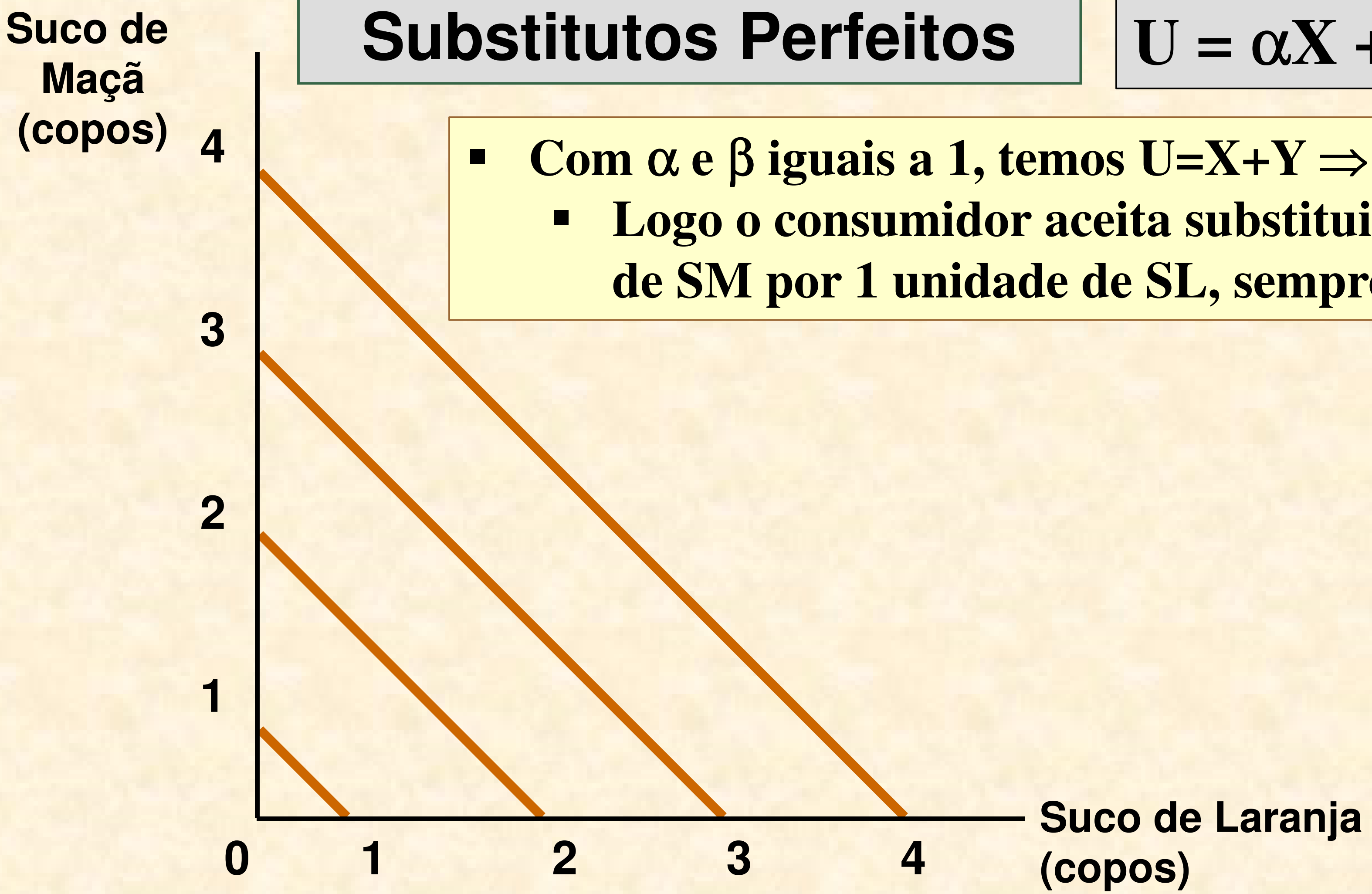
Outras Preferências Representadas

- **Substitutos Perfeitos e Complementares Perfeitos**
  - Dois bens são substitutos perfeitos quando a taxa marginal de substituição de um bem pelo outro for constante.
    - Dois bens são substitutos perfeitos se o consumidor está disposto a substituí-los a uma taxa constante. Se, para um consumidor (10;10) ~ (0;20), o importante é que (x+y) = 20. Note então, que a taxa marginal de substituição é constante quando os bens são substitutos perfeitos (neste caso, igual a -1), sendo a curva de indiferença representada por uma equação de reta.
    - Note então que podemos, de uma maneira geral, representar a função utilidade para substitutos perfeitos como $U = \alpha X + \beta Y$. Note então, que a TMgs é constante, mas não necessariamente igual a -1.

Preferências do Consumidor

Substitutos Perfeitos

$U = \alpha X + \beta Y$



- **Com α e β iguais a 1, temos $U=X+Y \Rightarrow$ TMgs = -1**
  - **Logo o consumidor aceita substituir 1 unidade de SM por 1 unidade de SL, sempre.**

Preferências do Consumidor

- **Substitutos Perfeitos e Complementares Perfeitos**
  - Dois bens são complementares perfeitos quando a taxa marginal de substituição de um bem pelo outro for igual a zero.
    - Complementares perfeitos são bens consumidos sempre juntos, em proporções fixas. No exemplo a seguir, a utilidade do consumidor só aumenta se ele recebe um novo par de sapatos. Neste caso não há substituição de y por x, que implica em uma taxa marginal de substituição igual a zero.

Preferências do Consumidor

- A função utilidade que representa este caso é uma função de proporções fixas (função de Leontief) do tipo:

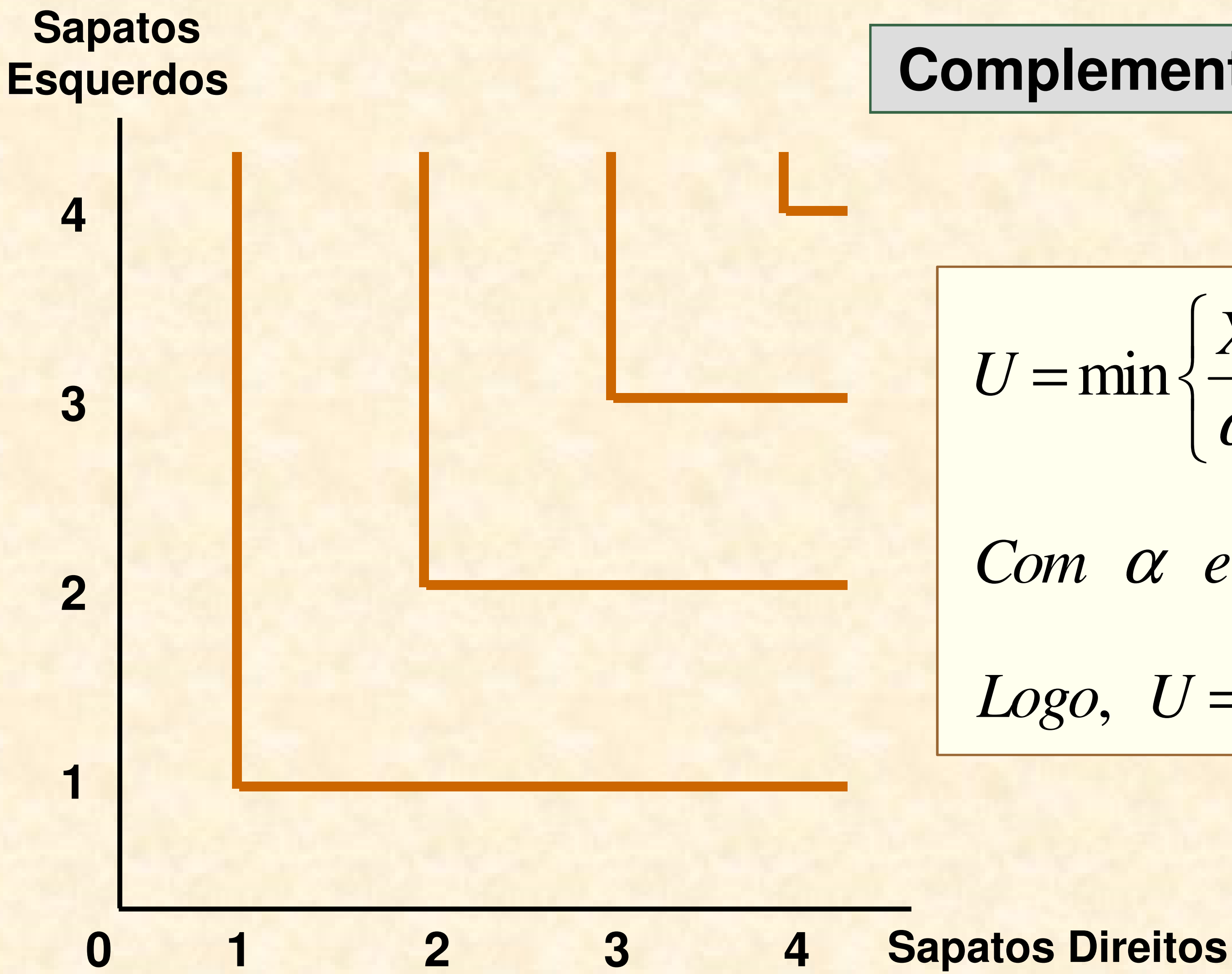
$$U = \min\left\{\frac{X}{\alpha};\frac{Y}{\beta}\right\}$$

  - Ou seja, a utilidade é dada pelo menor valor entre os que se encontram entre os parênteses, sendo alfa e beta as relação de proporcionalidade entre os bens.
  - Observe que, como α e β são parâmetros, poderíamos escrever a função utilidade como:

$$U = \min\{\alpha X;\beta Y\}$$

Preferências do Consumidor

Complementos Perfeitos



$$U = \min\left\{\frac{X}{\alpha};\frac{Y}{\beta}\right\}$$

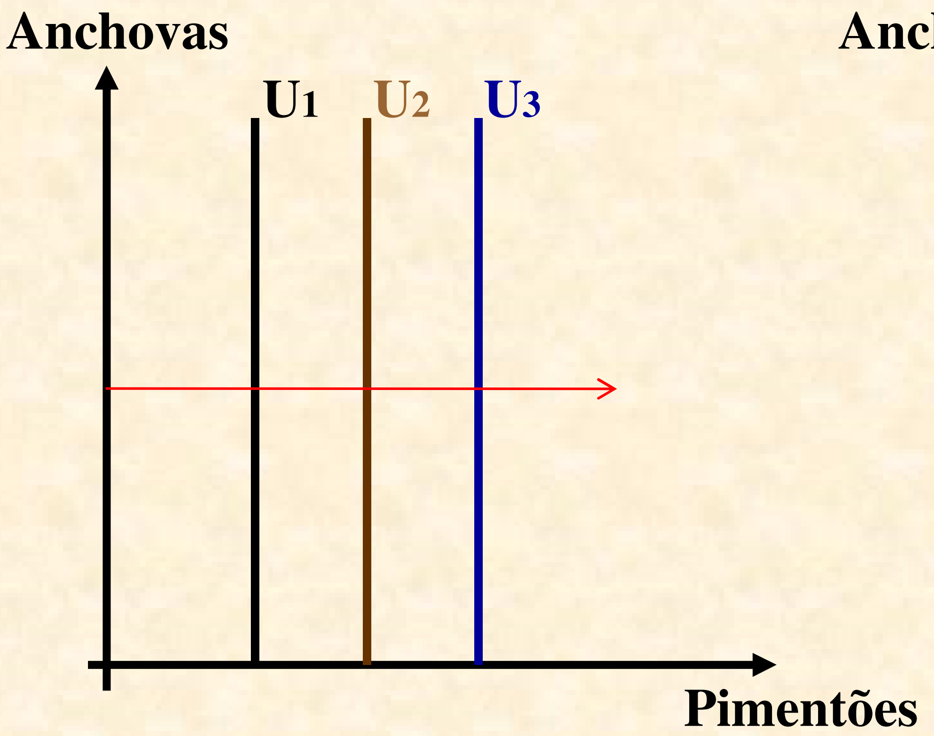
$Com\ \ \alpha\ \ e\ \ \beta\ \ iguais\ \ a\ \ 1.$

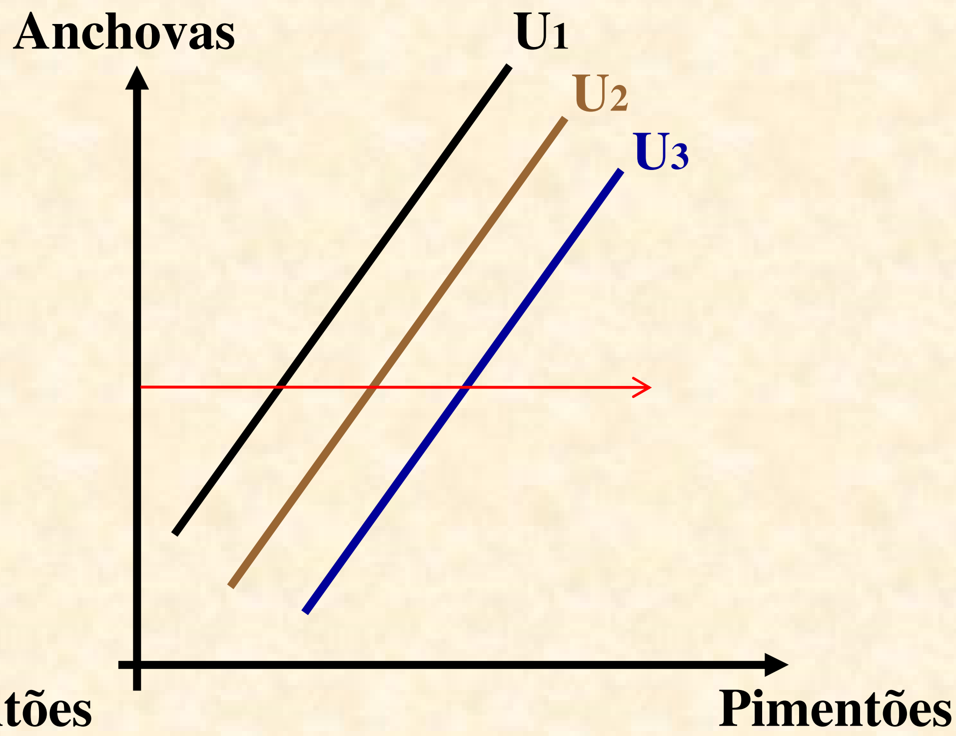
$Logo,\ \ U = \min\{X, Y\}$

Outras Preferências Representadas

- **“Males” e “Neutros” (Bads and Goods)**
  - Se o consumidor não se interessa, de nenhuma forma, por anchovas e adora pimentões, sua utilidade só aumenta caso seu consumo de pimentões aumente. Portanto, para esse consumidor, pimentão é um bem e anchova é um “neutro”.
  - Supondo que o consumidor adore pimentões e deteste anchovas, havendo uma possibilidade de troca de pimentões por anchovas, as curvas de indiferença serão positivamente inclinadas, pois para uma maior quantidade de anchovas o consumidor deve receber, como compensação, uma maior quantidade de pimentões para permanecer na mesma curva de indiferença.

Preferências do Consumidor





Pela direção das curvas de indiferença podemos notar que pimentão é um bem e anchova um neutro (gráfico 1) e um “mal” (gráfico 2).

Restrições Orçamentárias

- **A Linha do Orçamento (Restrição Orçamentária: R.O.)**
  - O consumidor dispõe de uma renda monetária (I) e deve gastá-la, adquirindo quantidades dos bens V, A, Z, ... , aos preços P_V , P_A , P_Z , ... Para podermos representar graficamente tal situação, reduzimos o número de bens adquiridos para apenas dois.
  - Portanto, a Linha do Orçamento indica todas as combinações de duas mercadorias que podem ser adquiridas pelo consumidor de forma que ele gaste toda sua renda.

Restrições Orçamentárias

- A Linha do Orçamento pode então ser representada por:

$$I = \underbrace{P_V V}_{\text{Despesa Monetária Com o Bem V}} + \underbrace{P_A A}_{\text{Despesa Monetária Com o Bem A}}$$

Isolando V →

$$\boxed{V = \frac{I}{P_V} - \frac{P_A}{P_V} A}$$

Restrições Orçamentárias

Cestas de Mercado	Alimentação(A) $P_A = (\$1)$	Vestuário(V) $P_V = (\$2)$	Gasto Total $P_A A + P_V V = I$
A	0	40	\$80
B	20	30	\$80
D	40	20	\$80
E	60	10	\$80
G	80	0	\$80

Restrições Orçamentárias

- Representando graficamente:

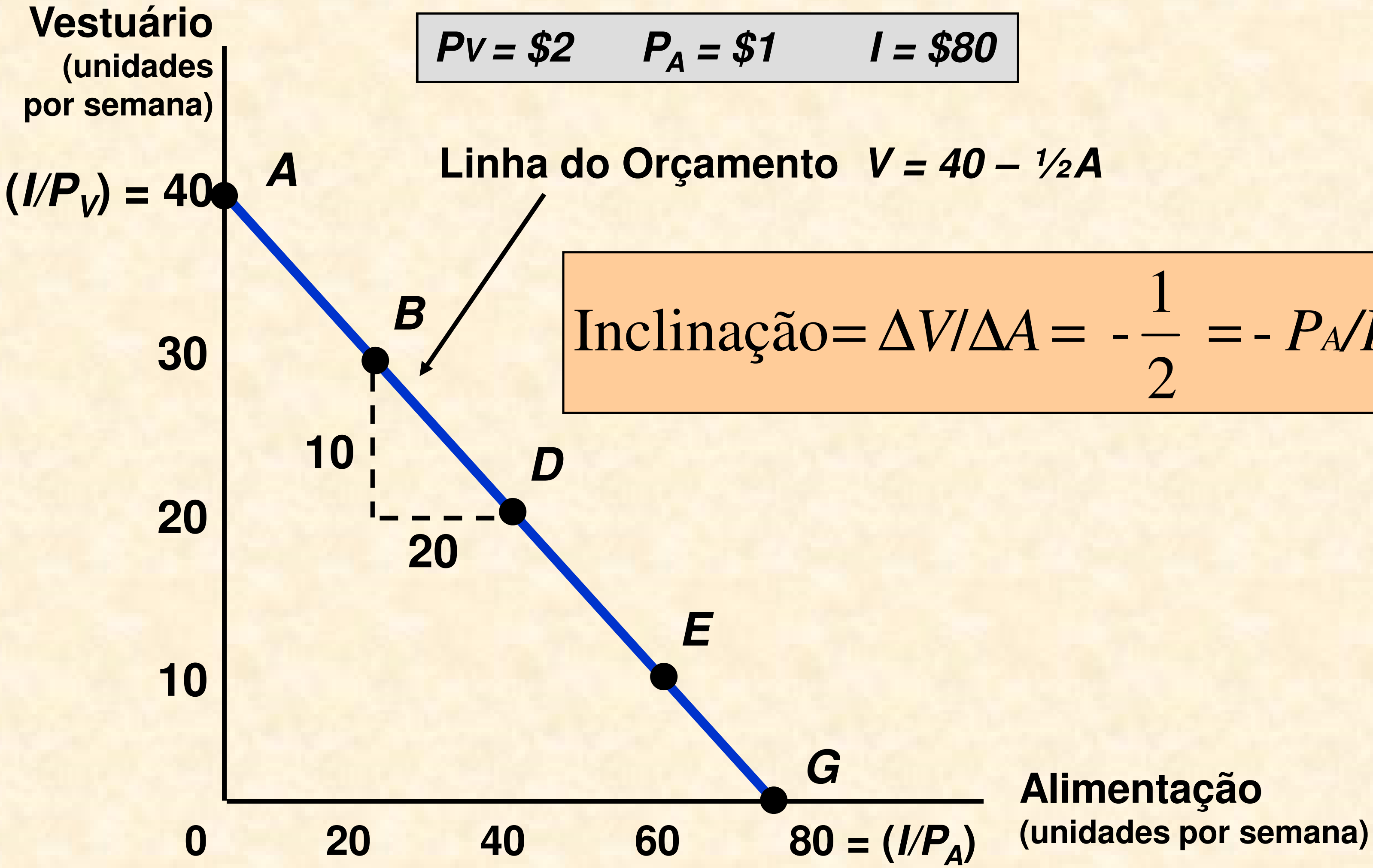
$$I = P_V V + P_A A \Rightarrow V = \frac{I}{P_V} - \frac{P_A}{P_V} A$$

Logo:

$$A = 0 \Rightarrow \boxed{V = \left(\frac{I}{P_V}\right)}$$

$$V = 0 \Rightarrow \left(\frac{P_A}{P_V}\right) A = \left(\frac{I}{P_V}\right) \Rightarrow A = \left(\frac{I \bullet P_V}{P_V \bullet P_A}\right) \Rightarrow \boxed{A = \left(\frac{I}{P_A}\right)}$$

Restrições Orçamentárias



$$\text{Inclinação} = \Delta V/\Delta A = -\frac{1}{2} = -P_A/P_V$$

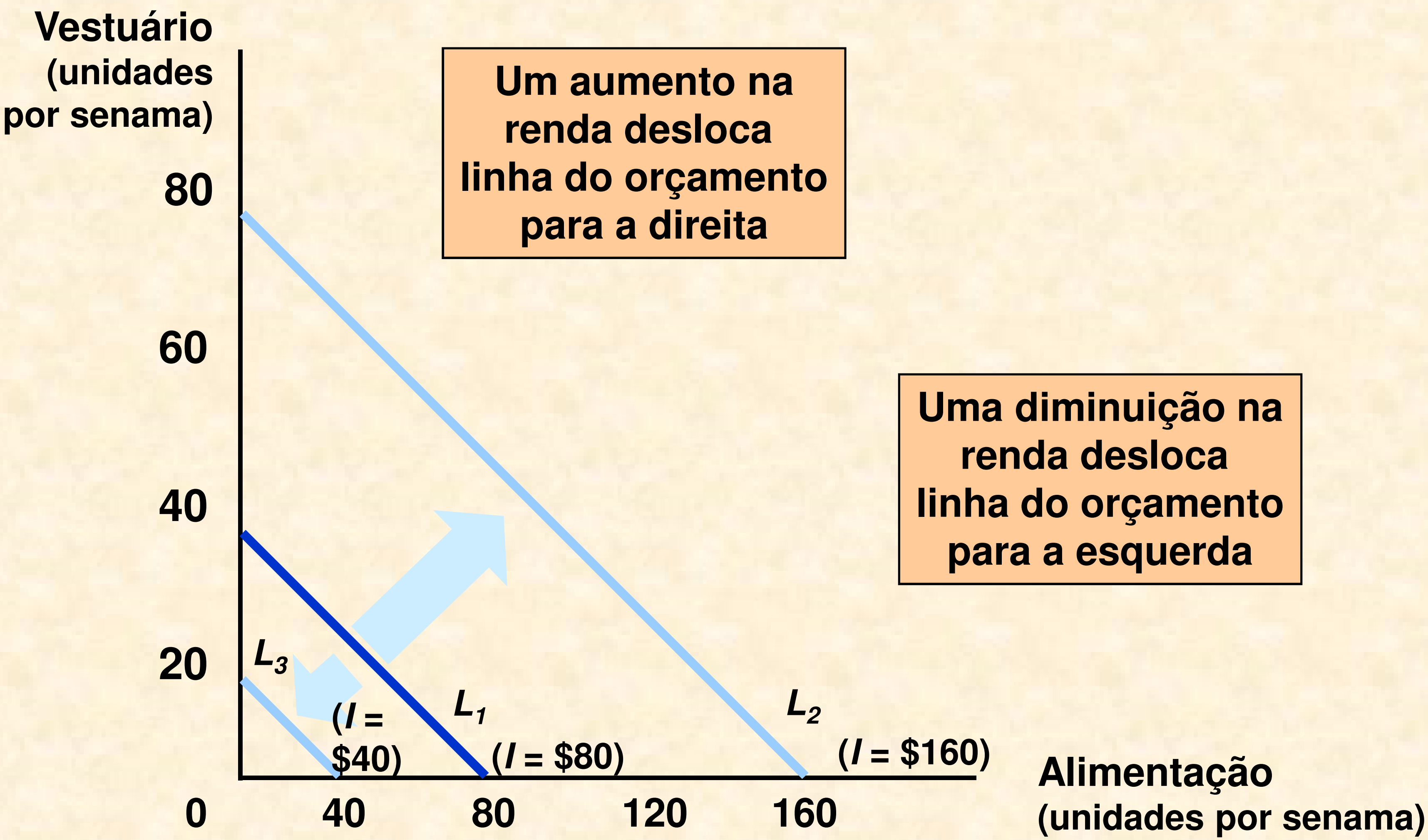
Restrições Orçamentárias

- A Linha do Orçamento
  - A interseção vertical (I/P_V), ilustra o maior consumo de vestuário que pode ser obtido com a renda I, dados os preços P_A e P_V.
  - A interseção horizontal (I/P_A), ilustra o maior consumo de alimentação que pode ser obtido com a renda I, dados os preços P_A e P_V.
  - A inclinação da R.O. é dada pela relação de preços, que mostra quanto o consumidor deve ceder de um bem para adquirir uma unidade do outro bem (custo de oportunidade).

Restrições Orçamentárias

- Os Efeitos das Modificações na Renda e nos Preços
  - Modificações na Renda
    - Um aumento na renda, mantendo os preços constantes, desloca a linha do orçamento paralelamente para a direita, permitindo que o consumidor aumente o consumo de ambos os bens.

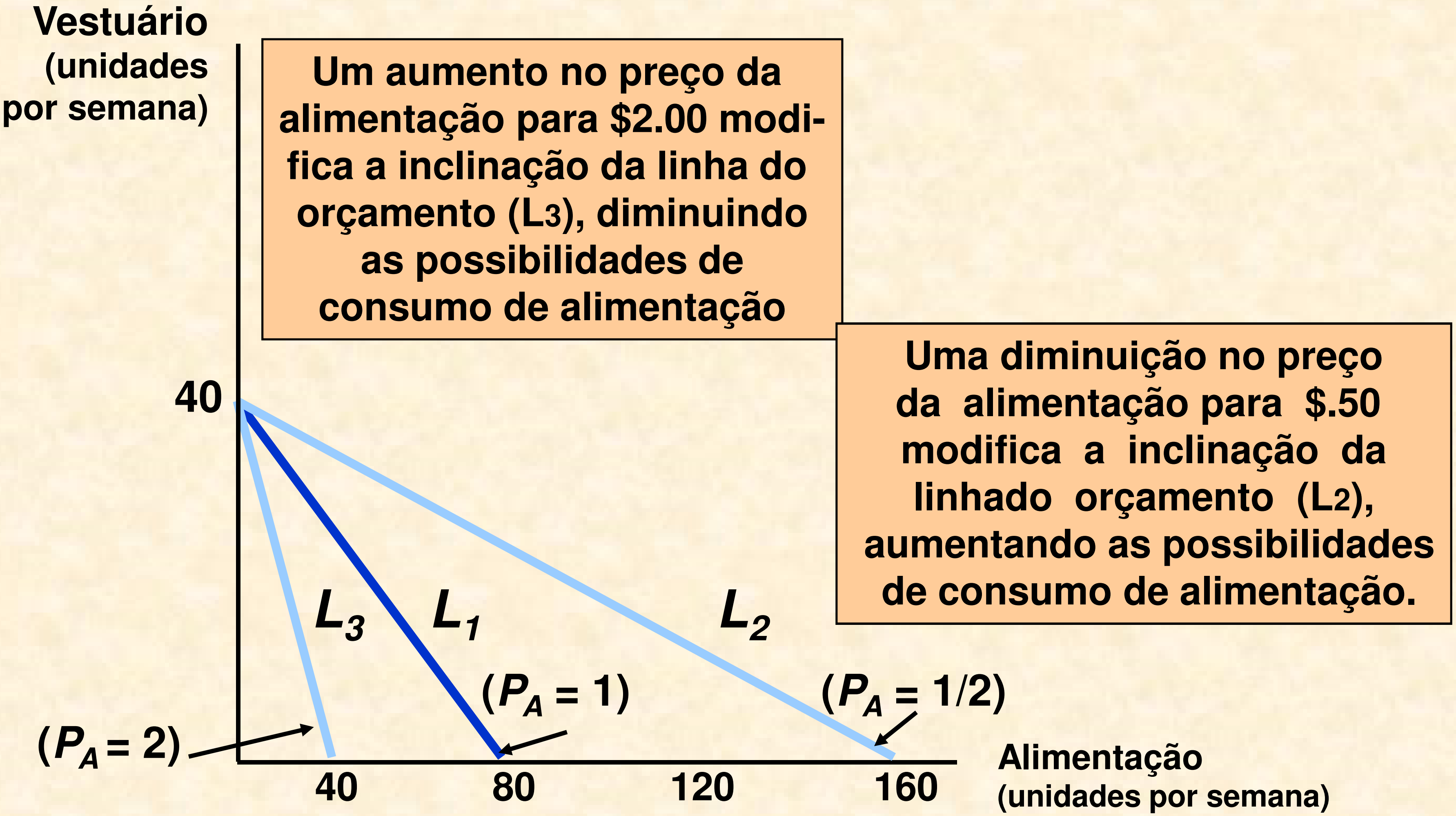
Restrições Orçamentárias



Restrições Orçamentárias

- Os Efeitos das Modificações na Renda e nos Preços
  - Modificações nos Preços
    - A mudança no preço de um dos bens, mantida a renda constante, provoca uma rotação na linha de orçamento em torno da interseção.

Restrições Orçamentárias



Restrições Orçamentárias

- Os Efeitos das Modificações na Renda e nos Preços
  - Modificação nos Preços
    - Um aumento nos preços de ambos os bens, que mantenha a relação de preços inalterada, não altera a inclinação da restrição orçamentária. Entretanto, ela será deslocada para a esquerda, pois agora reduziram-se as possibilidades de consumo de ambos os bens.

Escolha por Parte do Consumidor

- O consumidor escolhe uma combinação de bens (cesta de consumo) que irá maximizar sua utilidade (ou satisfação), que seja compatível com a restrição orçamenmtária com a qual se defronta.

- Logo, a escolha ótima acontece na curva de indiferença mais distante da origem que pertença a restrição orçamentária. Dito de outro modo, quando a curva de indiferença tangencia a restrição orçamentária.

Escolha por Parte do Consumidor

- A cesta de mercado maximizadora de utilidade deverá satisfazer duas condições:

1) Ela deverá estar sobre a linha do orçamento.

2) Ela deverá proporcionar ao consumidor sua combinação preferida de bens e serviços, dados os preços e a renda.

Escolha por Parte do Consumidor

- A inclinação de uma curva de indiferença é a $TMgS_{(V,A)}$, ou seja, taxa à qual o consumidor aceita substituir V por A, permanecendo com o mesmo nível de utilidade.

$$TMgS_{(V,A)} = -\frac{\Delta V}{\Delta A} = -\frac{dV}{dA}$$

Derivando a Condição Anterior

- **Dada uma função utilidade, tal que uma curva de indiferença seja representada por U(X,Y) = C, onde C é uma constante que mede o nível de utilidade, se tomarmos a diferencial total, devemos ter:**

$$\boxed{\frac{\partial U}{\partial X}dX} + \boxed{\frac{\partial U}{\partial Y}dY} = 0$$

Variação na utilidade total proveniente de uma variação na quantidade do bem Y.

Variação na utilidade total proveniente de uma variação na quantidade do bem X.

Derivando a Condição Anterior

- **Resolvendo para para dY / dX, a inclinação da curva de indiferença, temos:**

$$\frac{\partial U}{\partial Y} dY = \frac{\partial U}{\partial X} dX \Rightarrow \frac{dY}{dX} = -\frac{\frac{\partial U}{\partial X}}{\frac{\partial U}{\partial Y}} \Rightarrow \frac{dY}{dX} = -\frac{UMgX}{UMgY} = TMgS_{(Y,X)}$$

- **Logo, a $\mathbf{TMgS_{(Y,X)}}$ é a razão entre as utilidades marginais de X e Y e é dada pela inclinação da curva de indiferença em um ponto.**

Escolha por Parte do Consumidor

- **A inclinação da restrição orçamentária é dada pela relação de preços, que mostra quanto o consumidor deve ceder de um bem para adquirir uma unidade do outro bem.**

$$Inclinação\ da\ R.O. = -\frac{P_A}{P_V}$$

Escolha por Parte do Consumidor

- Portanto, pode ser dito que utilidade é maximizada quando:

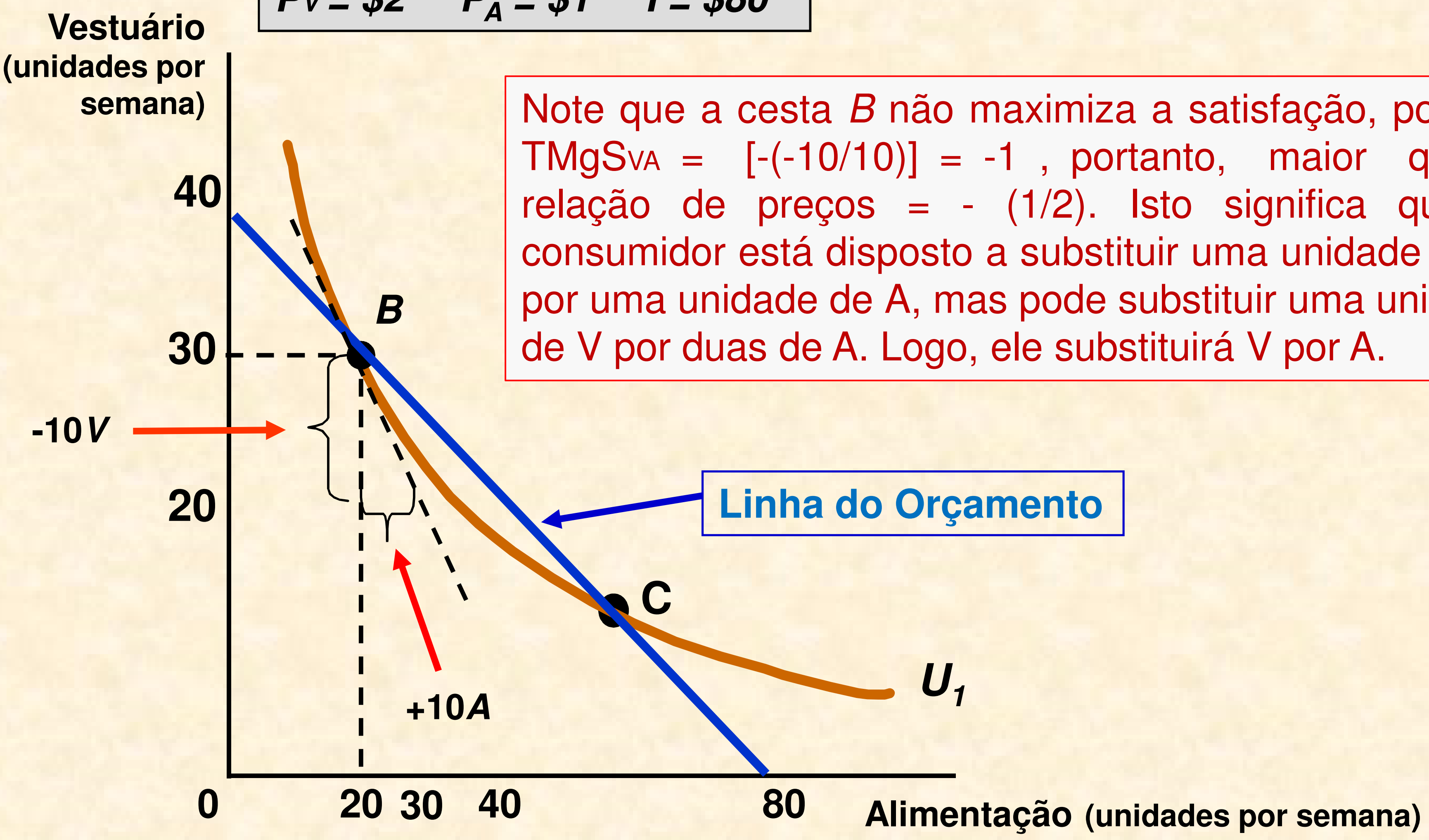
$$TMgS_{(V,A)} = \frac{P_A}{P_V}$$

Note que, tanto a taxa marginal de substituição quanto a inclinação da R.O. são negativas.

- A escolha maximizadora de utilidade ocorre quando a taxa marginal de substituição se iguala a relação de preços, ou seja, quando a inclinação da curva de indiferença é igual a inclinação da restrição orçamentária.

Escolha por Parte do Consumidor

$P_V = \$2 \quad P_A = \$1 \quad I = \$80$

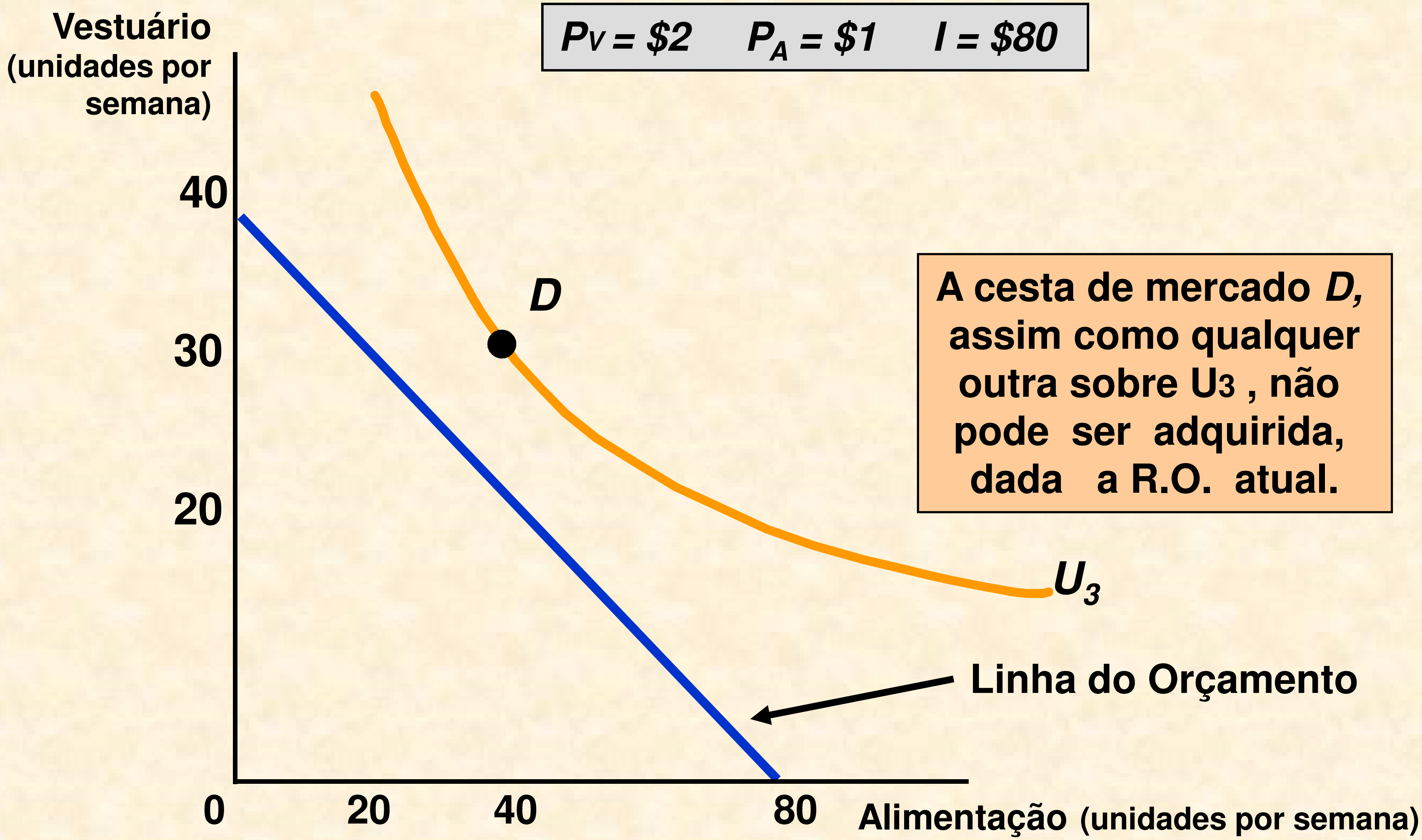


Note que a cesta *B* não maximiza a satisfação, pois a TMgSVA = [-(-10/10)] = -1 , portanto, maior que a relação de preços = - (1/2). Isto significa que o consumidor está disposto a substituir uma unidade de V por uma unidade de A, mas pode substituir uma unidade de V por duas de A. Logo, ele substituirá V por A.

- Se o consumidor escolhe a cesta b ou a cesta C , ele gasta toda a sua renda. Porém, ele poderia atingir um nível de utilidade mais elevado escolhendo uma cesta intermediária entre B e C . Dito de outra forma, a diversificação proporciona, neste caso (preferências convexas), mais utilidade ao consumidor.

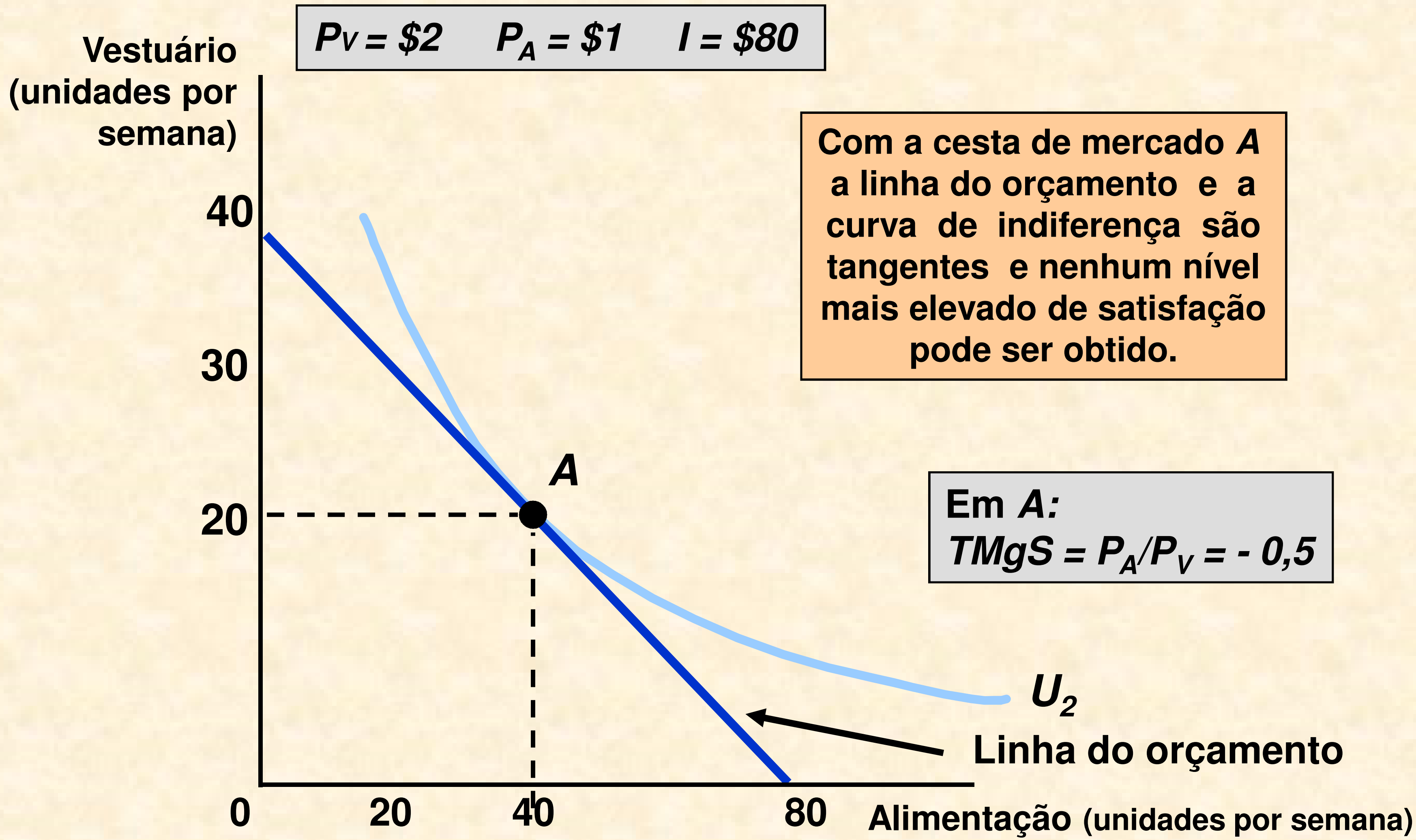
Escolha por Parte do Consumidor

$P_V = \$2 \quad P_A = \$1 \quad I = \$80$



A cesta de mercado *D*, assim como qualquer outra sobre U_3, não pode ser adquirida, dada a R.O. atual.

Escolha por Parte do Consumidor



Com a cesta de mercado *A* a linha do orçamento e a curva de indiferença são tangentes e nenhum nível mais elevado de satisfação pode ser obtido.

Em *A*:
$TMgS = P_A/P_V = -0,5$

Escolha por Parte do Consumidor

- Como o equilíbrio do consumidor ocorre em um ponto onde a curva de indiferença tangencia a restrição orçamentária, podemos encontrar as quantidades ótimas de V e A fazendo:

$$\boxed{\frac{\dfrac{\partial U}{\partial A}}{\dfrac{\partial U}{\partial V}} = \frac{P_A}{P_V}}$$

Relação de Preços

TMgS$_{VA}$

Um Exemplo

- Suponha que a função utilidade de um consumidor possa ser representada por:

$$U_{(V,A)} = V^{0,5} A^{0,5}$$

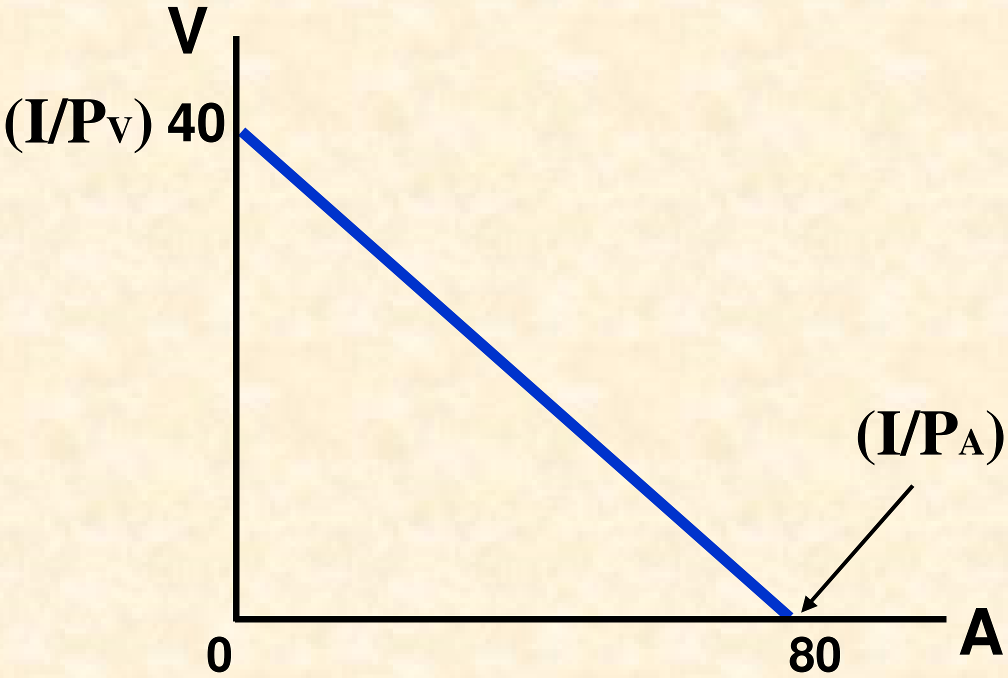
  - Note que a representação acima implica que o consumidor gosta igualmente de ambos os bens (a variação de utilidade proveniente de uma unidade adicional de vestuário é igual a variação de utilidade proveniente de uma unidade adicional de alimentação).

- Sua renda monetária é dada por $I = 80$ e os preços são $P_V = 2$ e $P_A = 1$.

Um Exemplo

- A Restrição Orçamentária

$$I = P_V V + P_A A \Rightarrow V = \frac{I}{P_V} - \frac{P_A}{P_V} \Rightarrow \boxed{V = 40 - \frac{1}{2} A}$$



Um Exemplo

- A Escolha Ótima

$$U_{(V,A)} = V^{0,5}A^{0,5}$$ **Pode ser escrita como:** $$U_{(V,A)} = \sqrt{V}\sqrt{A}$$

$$TMgS_{(V,A)} = -\frac{dV}{dA} = -\frac{\frac{\partial U}{\partial A}}{\frac{\partial U}{\partial V}} = -\frac{\sqrt{V}\,\frac{1}{2\sqrt{A}}}{\sqrt{A}\,\frac{1}{2\sqrt{V}}} = -\frac{\sqrt{V}}{2\sqrt{A}}\,\frac{2\sqrt{V}}{\sqrt{A}} \Rightarrow \boxed{TMgS_{(V,A)} = -\frac{V}{A}}$$

Note que, se $Y = \sqrt{X} \Rightarrow Y' = \dfrac{1}{2\sqrt{X}}$

Um Exemplo

- Igualando a $TMgS_{VA}$ à relação de preços e substituindo o resultado na restrição orçamentária temos:

$$\boxed{-\frac{V}{A}} = \boxed{-\frac{1}{2}} \Rightarrow V = \frac{1}{2}A \Rightarrow \frac{1}{2}A = 40 - \frac{1}{2}A \Rightarrow \boxed{A = 40 \Rightarrow V = 20}$$

$TMgS_{VA}$

Relação de Preços

Quantidades de V e A que maximizam a utilidade do consumidor.

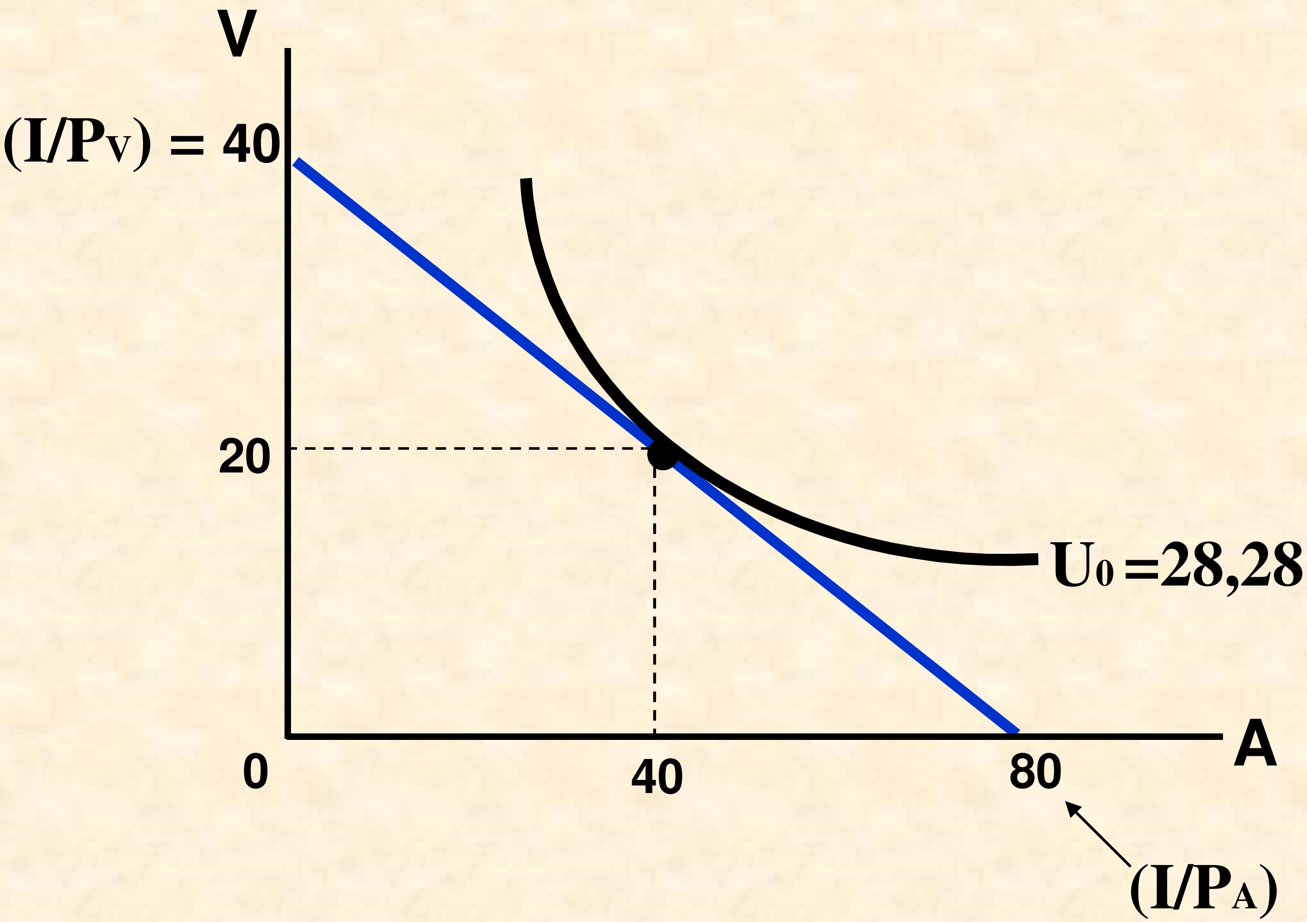
Um Exemplo

- Podemos checar o resultado, calculando a utilidade gerada pelo consumo da cesta (20;40).

$$U_{(20;40)} = 20^{0,5} 40^{0,5} = \boxed{28,28}$$

Não existe qualquer outra cesta que dê ao consumidor uma utilidade maior que esta.

Um Exemplo



Encontrando as Funções de Demanda

- Podemos também calcular as curvas de demanda por A e V
- Em equilíbrio temos:

$$TMs_{(V,A)} = \frac{P_A}{P_V} \Rightarrow \frac{V}{A} = \frac{P_A}{P_V} \Rightarrow P_V V = P_A A$$

$$Substituindo \quad na \quad R.O. \Rightarrow I = P_A A + P_A A$$

$$\boxed{A = \frac{I}{2P_A}}. \quad Ana\log amente \rightarrow \boxed{V = \frac{I}{2P_V}}$$

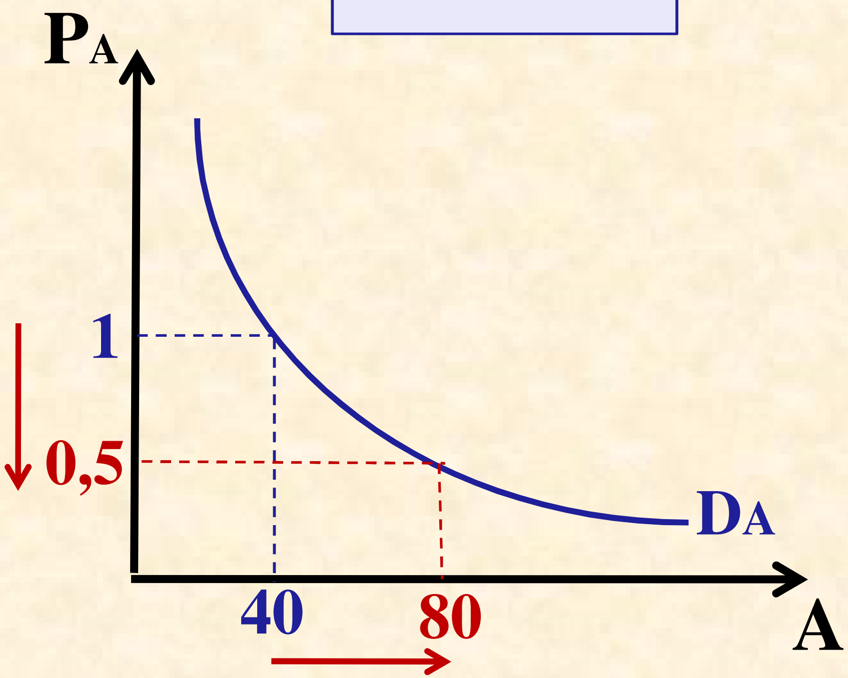
Demanda pelo bem A

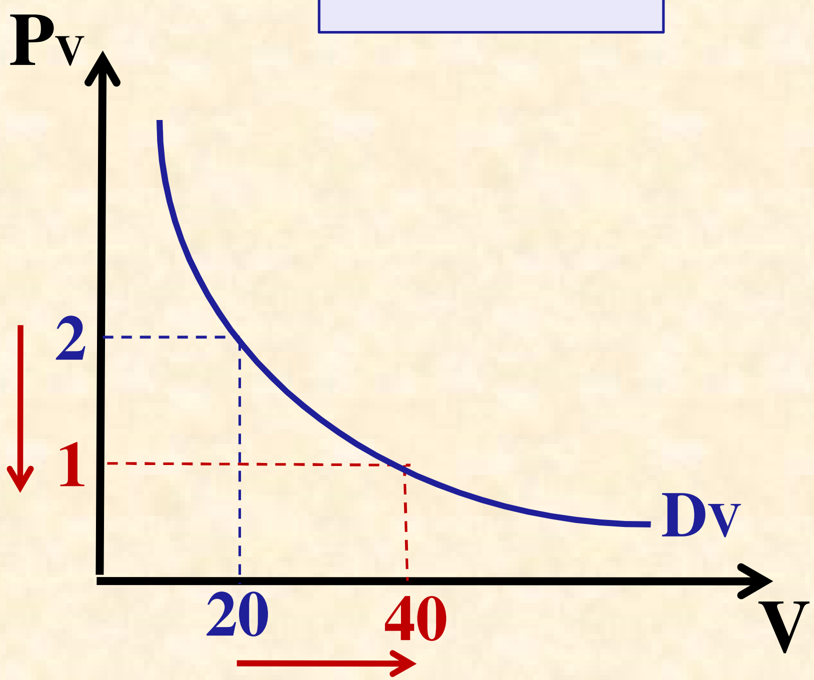
Demanda pelo bem V

Encontrando as Funções de Demanda

$$A = \frac{I}{2P_A}$$

$$V = \frac{I}{2P_V}$$





Encontrando as Funções de Demanda: Método Formal

- Podemos calcular as funções de demanda para todos os tipos de preferências.
- As funções de demanda nos permitem calcular as quantidades de equilíbrio dos bens para qualquer combinação de renda monetária e preços.
- Veremos como calcular as funções de demanda para 4 casos importantes de preferências: Cobb-Douglas, complementos perfeitos, substitutos perfeitos e quase-linear.

Encontrando as Funções de Demanda: Método Formal

- Demandas de Uma Função Cobb-Douglas

$$U(x, y) = x^{\alpha} y^{\beta}$$

$$Logo, \quad o \quad lagrangeano \rightarrow \Im = x^{\alpha} y^{\beta} + \lambda\left(I - P_x x - P_y y\right)$$

$$Cond. \quad de \quad primeira \quad ordem:$$

$$\frac{\partial \Im}{\partial x} = 0 \Rightarrow \alpha x^{\alpha-1} y^{\beta} - \lambda P_x = 0$$

$$\frac{\partial \Im}{\partial y} = 0 \Rightarrow \beta x^{\alpha} y^{\beta-1} - \lambda P_y = 0$$

$$\frac{\partial \Im}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow I - P_x x - P_y y = 0$$

$$Logo: \quad \frac{\alpha y}{\beta x} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow P_y y = \frac{\beta}{\alpha} P_x x$$

Encontrando as Funções de Demanda: Método Formal

$$Logo: \quad \frac{\alpha y}{\beta x} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow P_y y = \frac{\beta}{\alpha} P_x x$$

$$Substituindo \quad na \quad R.O.I.$$

$$I = P_x x + P_y y \Rightarrow P_x x + \frac{\beta}{\alpha} P_x x = I \Rightarrow P_x x \left(1 + \frac{\beta}{\alpha}\right) = I \Rightarrow \frac{I}{P_x x} = 1 + \frac{\beta}{\alpha}$$

$$\frac{I}{P_x x} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha} \Rightarrow P_x x = \frac{I}{\frac{\alpha + \beta}{\alpha}} \Rightarrow \boxed{x^* = \frac{\alpha}{(\alpha + \beta)} \frac{I}{P_x}} \quad e \quad \boxed{y^* = \frac{\beta}{(\alpha + \beta)} \frac{I}{P_y}}$$

$$\boxed{Se \quad (\alpha + \beta) = 1} \Rightarrow \boxed{x^* = \frac{\alpha I}{P_x}}$$

$$\boxed{Se \quad \alpha = \beta = 0,5} \Rightarrow \boxed{x^* = \frac{I}{2P_x}} \quad ; \quad ana\log amente: \boxed{y^* = \frac{I}{2P_y}}.$$

Observação Importante

- Note que as funções de demanda por x e y, derivadas de uma função utilidade Cobb-Douglas, são dadas por

$$U_{(x,y)} = x^{\alpha} y^{\beta} \Rightarrow \boxed{x^* = \frac{\alpha}{(\alpha+\beta)} \frac{I}{P_x}} \; e \; \boxed{y^* = \frac{\beta}{(\alpha+\beta)} \frac{I}{P_y}}$$

- Sendo assim:
  - Proporção da renda gasta com x = $\left[\alpha / (\alpha + \beta)\right]$
  - Proporção da renda gasta com y = $\left[\beta / (\alpha + \beta)\right]$

Exemplo

- Exemplificando:
  - Suponha que $U_{(x,y)} = x^{0,4} y^{0,6}$
    - Logo, 40% da renda será gasta com o bem x e 60% da renda será gasta com o bem y.
  - Suponha que $U_{(x,y)} = x^{3} y^{2}$
    - Logo, 60% da renda será gasta com o bem x e 40% da renda será gasta com o bem y.

Exemplo

$$Como \quad no \quad exemplo \quad anterior \quad U_{(V,A)} = V^{0,5}A^{0,5}:$$

$$\boxed{V^* = \frac{I}{2P_V}.} \quad Ana\log amente: \quad \boxed{A^* = \frac{I}{2P_A}} \rightarrow$$

Demandas
Marshalianas
por Y e X

Note então, que poderíamos calcular as quantidades ótimas escolhidas pelo consumidor, no caso de uma função utilidade Cobb-Douglas fazendo:

$$A^* = \frac{\alpha}{(\alpha+\beta)}\frac{I}{P_A} = \frac{0,5}{(0,5+0,5)}\frac{\$80}{\$1,00} = \frac{1}{2}\frac{\$80}{\$1,00} = 40$$

$$V^* = \frac{\beta}{(\alpha+\beta)}\frac{I}{P_V} = \frac{0,5}{(0,5+0,5)}\frac{\$80}{\$2,00} = \frac{1}{2}\frac{\$80}{\$2,00} = 20$$

Função de Utilidade Indireta

- Agora, podemos obter a função de utilidade indireta (cálculo da utilidade) para o nosso examplo, substituindo x* e y* na função utilidade.

$$v(P_A, P_V, I) = \left(\frac{I}{2P_A}\right)^{0,5} \left(\frac{I}{2P_V}\right)^{0,5} \Rightarrow v(P_A, P_V, I) = \frac{I}{(4P_A P_V)^{0,5}}$$

$$Como \quad P_A = 1, \quad P_V = 2 \quad e \quad I = 80:$$

$$v(P_A, P_V, I) = \frac{80}{(4 \bullet 2 \bullet 1)^{0,5}} \Rightarrow v(P_A, P_V, I) = 28,2843$$

- Onde ν denota a utilidade maximizada.

Exemplo

- **1) Analista - Bacen - 2006 - Prova tipo 001 - 48**
- As preferências de um consumidor que adquire apenas dois bens são representadas pela função utilidade

$$U(x, y) = x^{\left(\frac{2}{3}\right)} y^{\left(\frac{1}{3}\right)}$$

- Caso a renda do consumidor seja 300, o preço do bem X seja 5 e o do bem Y igual a 10, no equilíbrio do consumidor,

Exemplo

a) a quantidade consumida do bem X corresponderá a 40 unidades.

b) a quantidade consumida do bem Y corresponderá a 20 unidades.

c) o dispêndio efetuado pelo consumidor com o bem X será 100.

d) o dispêndio efetuado pelo consumidor com o bem Y será 200.

e) o dispêndio efetuado pelo consumidor com cada um dos dois bens será igual.

Exemplo

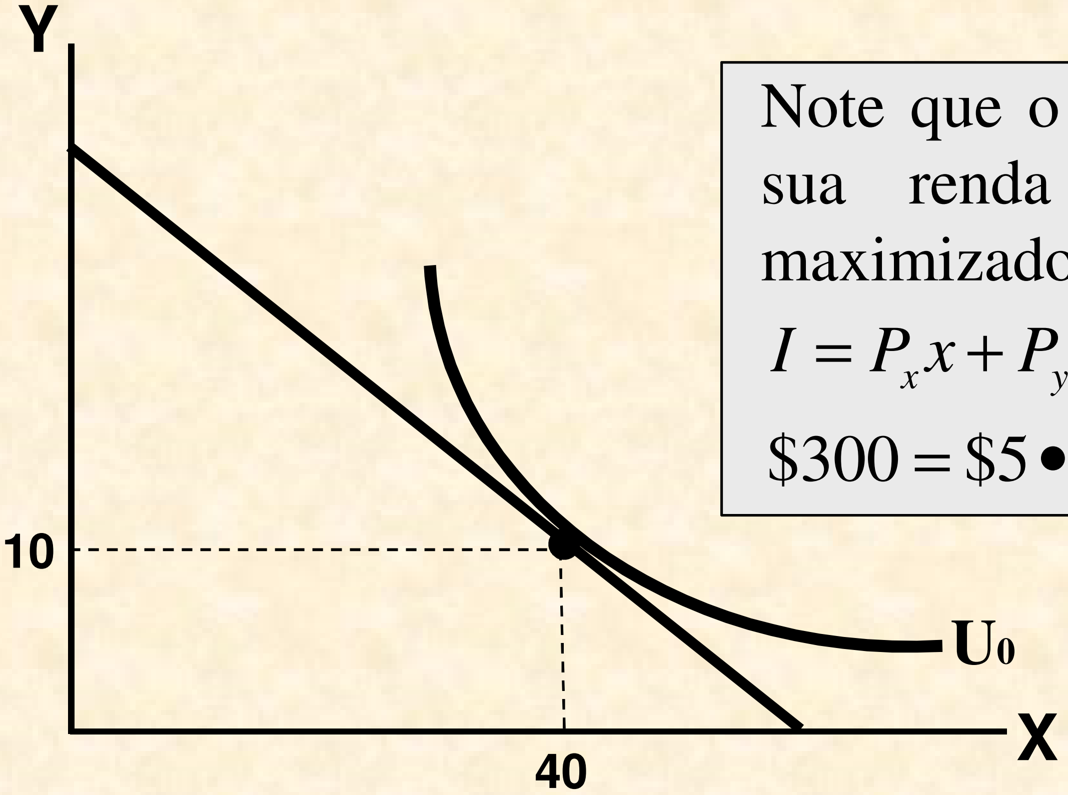
- Note que 2/3 da renda é gasta com x. Como a renda é igual a 300 (gastará 200 com x) e o preço de x é igual a 5, o consumidor comprará 40 unidades de x.
- Note que 1/3 da renda é gasta com y. Como a renda é igual a 300 (gastará 100 com y) e o preço de y é igual a 10, o consumidor comprará 10 unidades de x.
- Utilizando as funções de demanda:

$$x^* = \frac{\alpha}{(\alpha+\beta)}\frac{I}{P_x} = \frac{0,667}{(0,67+0,33)}\frac{\$300}{\$5,00} = 40$$

$$y^* = \frac{\beta}{(\alpha+\beta)}\frac{I}{P_y} = \frac{0,333}{(0,67+0,33)}\frac{\$300}{\$10,00} = 10$$

Exemplo

Logo, que o consumidor maximiza sua utilidade comprando 40 unidades de x e 10 unidades de y.



Note que o consumidor gasta toda a sua renda ao comprar a cesta maximizadora de utilidade.

$$I = P_x x + P_y\, y$$

$$\$300 = \$5 \bullet 40 + \$10 \bullet 10$$

Elasticidades: Cobb-Douglas

- **Elasticidade Preço da Demanda por X**

Demanda por x → $x^{*} = \dfrac{\alpha}{(\alpha+\beta)}\dfrac{I}{P_x} \Rightarrow x^{*} = \dfrac{\alpha}{(\alpha+\beta)} I P_x^{-1}$

$$E_{P_X}^{X} = \frac{\partial X}{\partial P_X} \bullet \frac{P_X}{X} \Rightarrow -\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right) I P_x^{-2} \bullet \left[\frac{P_x}{\left(\dfrac{\alpha}{\alpha+\beta}\right) I P_x^{-1}}\right] \Rightarrow -P_x^{-1} P_x \Rightarrow$$

$E_{P_X}^{X} = -1$ → Logo, para uma função utilidade Cobb-Douglas, preço e quantidade variam na mesma proporção, ou seja, um aumento no preço do bem x de 1% reduz a quantidade demandada em 1%.

OBS. De forma equivalente, poderíamos calcular a elasticidade preço da demanda por y, que também é igual a um (em módulo).

Elasticidades: Cobb-Douglas

- **Elasticidade Renda da Demanda por X**

Demanda por x → $x^* = \frac{\alpha}{(\alpha+\beta)} \frac{I}{P_x}$

$$E_I^X = \frac{\partial X}{\partial I} \bullet \frac{I}{X} \Rightarrow \left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)\frac{1}{P_x} \bullet \frac{I}{\frac{\alpha}{(\alpha+\beta)}\frac{I}{P_x}} \Rightarrow \left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)\frac{I}{P_x} \bullet \frac{(\alpha+\beta)P_x}{\alpha I} \Rightarrow$$

$\boxed{E_I^X = 1}$ → Logo, para uma função utilidade Cobb-Douglas, renda e quantidade variam na mesma proporção, ou seja, um aumento na renda de 1% aumenta a demanda por x em 1%.

OBS. De forma equivalente, poderíamos calcular a elasticidade renda da demanda por y, que também é igual a um.

Elasticidades: Cobb-Douglas

- **Elasticidade Cruzada da Demanda por X**

Demanda por x $\rightarrow$ $x^* = \dfrac{\alpha}{(\alpha+\beta)} \dfrac{I}{P_x}$

$$E^X_{(x,y)} = \frac{\partial X}{\partial P_y} \bullet \frac{P_y}{X} \Rightarrow 0 \bullet \frac{P_y}{X} = 0$$

$E^X_{(x,y)} = 0$ $\rightarrow$ Logo, para uma função utilidade Cobb-Douglas, a variação no preço de y não afeta a quantidade demandada pelo bem x.

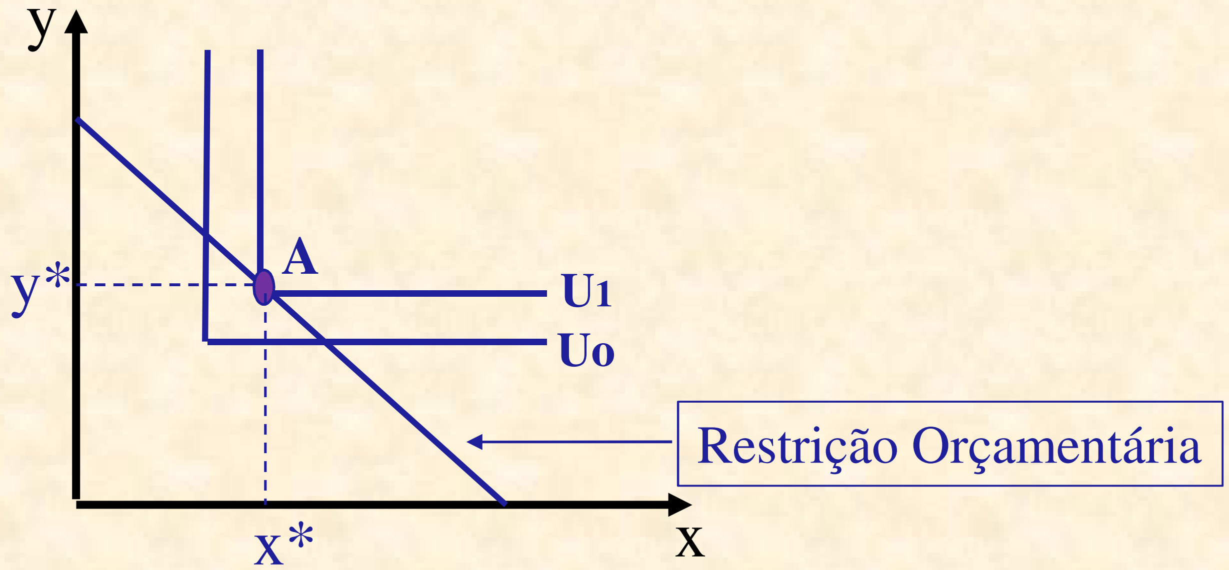
OBS. De forma equivalente, poderíamos calcular a elasticidade cruzada da demanda por y, que também é igual a zero.

Elasticidades: Cobb-Douglas

- Logo, para uma função utilidade Cobb-Douglas, as elasticidades preço e renda são unitárias e as elasticidades cruzadas iguais a zero.

Maximização da Utilidade: Complementos Perfeitos

- O consumidor maximiza a utilidade adquirindo a cesta A: curva de indiferença mais distante da origem que toca a restrição orçamentária (pode ser adquirida dada a renda monetária e os preços de x e y).



- **Problema:** como encontrar a cesta A, já que a função de Leontief não é derivável (note que a TMgS é igual a zero).

Maximização da Utilidade: Modo Informal

No caso de uma função de mínimo ou função de Leontief; vale o menor valor entre os que estão dentro dos colchetes.

Portanto, se $U = \{2X; Y\}$ a utilidade será maximizada com o consumidor consumindo o dobro de unidades de Y em relação a X. Logo, Y = 2X. Sendo I = 400, P_X = 5 e P_Y = 10.

Como $I = P_X X + P_Y Y \Rightarrow Y = \dfrac{I}{P_Y} - \dfrac{P_X}{P_Y} X$

Substituindo os valores:

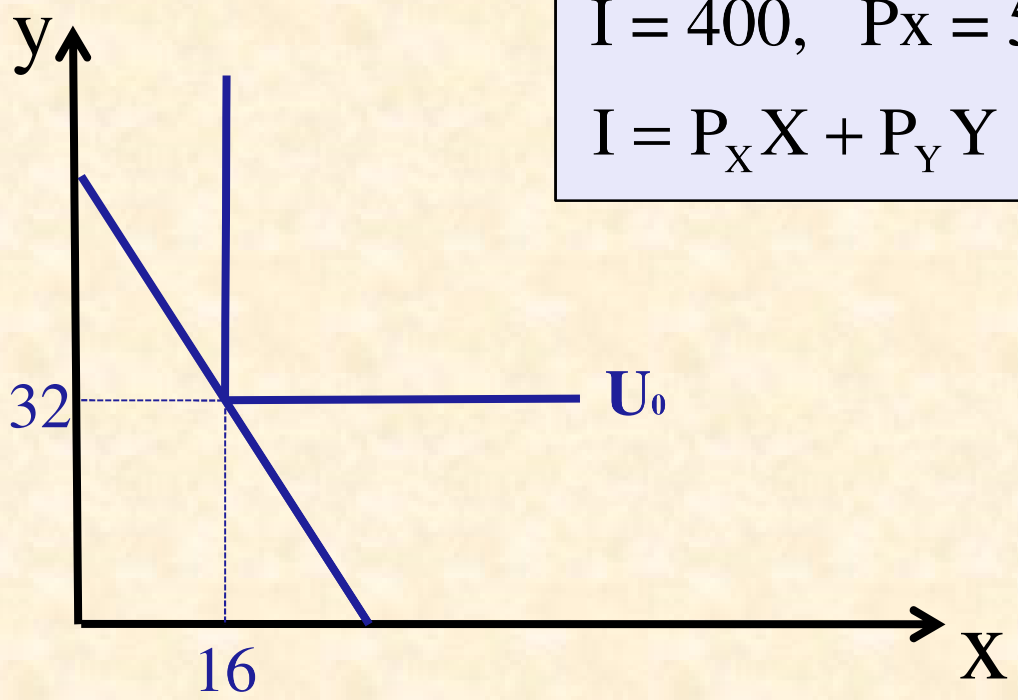
$$2X = \frac{400}{10} - \frac{5}{10} X \Rightarrow 2X = 40 - \frac{1}{2} X \Rightarrow 2,5X = 40 \Rightarrow \boxed{X = 16 \Rightarrow Y = 32}$$

Maximização da Utilidade: Modo Informal

$$U = \{2X; Y\}$$

$I = 400$, $P_X = 5$ e $P_Y = 10$.

$$I = P_X X + P_Y Y \Rightarrow 5 \bullet 16 + 10 \bullet 32 = 400$$



Maximização da Utilidade: Modo Formal

- Demandas de Uma Função de Leontief
  - Complementares Perfeitos

$$U(x,y)=\min(\alpha x,\beta y)\Rightarrow \alpha x=\beta y\Rightarrow x=\frac{\beta}{\alpha}y \quad ou \quad y=\frac{\alpha}{\beta}x$$

$$Substituindo \quad na \quad R.O.\Rightarrow I=P_x x+P_y y\Rightarrow I=P_x\frac{\beta}{\alpha}y+P_y y$$

$$I=\left(P_x\frac{\beta}{\alpha}+P_y\right)\bullet y\Rightarrow \boxed{y^*=\frac{I}{P_x\frac{\beta}{\alpha}+P_y}}$$

$$Substituindo \quad na \quad R.O.\Rightarrow I=P_x x+P_y y\Rightarrow I=P_x x+P_y\frac{\alpha}{\beta}x$$

$$I=\left(P_x+P_y\frac{\alpha}{\beta}\right)\bullet x\Rightarrow \boxed{x^*=\frac{I}{P_x+P_y\frac{\alpha}{\beta}}}$$

Maximização da Utilidade: Modo Formal

- Exemplo:
  - Seja U(x,y)=min{x,4y}, I = 8, P_x=1 e P_y=4.

$$y^* = \frac{I}{P_x \frac{\beta}{\alpha} + P_y} \Rightarrow \boxed{y^* = \frac{8}{4P_x + P_y} \Rightarrow y^* = 1}$$

$$x^* = \frac{I}{P_x + P_y \frac{\alpha}{\beta}} \Rightarrow \boxed{x^* = \frac{8}{P_x + 0,25P_y} \Rightarrow x^* = 4}$$

Equação de Demanda pelo Bem x

Maximização da Utilidade: Substitutos Perfeitos

- Como vimos, no caso de dois bens que sejam substitutos perfeitos, a função utilidade é dada por:

$$\boxed{U_{(y,x)} = \alpha y + \beta x}$$

- Caso α e β sejam iguais a um: $U_{(y,x)} = y + x$.

  - Note que, neste caso, como a TMgS(y,x) é igual a -1; tanto faz possuir 10 unidades de x, 10 de y ou cinco unidades de cada um. Logo, o consumidor gastará toda a sua renda adquirindo o bem cujo preço é menor. Caso os preços sejam iguais, ele poderá adquirir qualquer combinação de x e y que respeite a sua restrição orçamentária

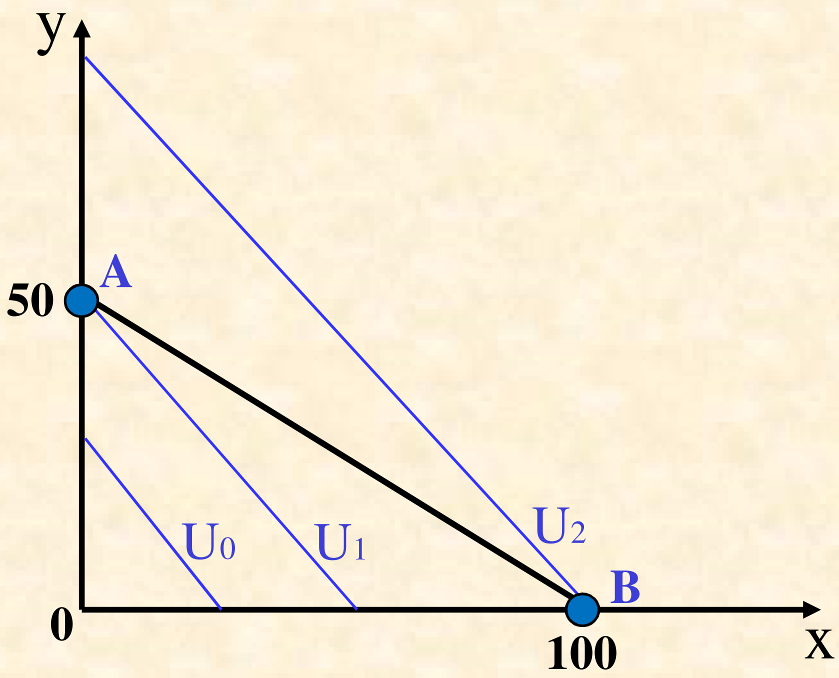
Maximização da Utilidade: Substitutos Perfeitos

- Logo, neste caso, podemos resumir as funções de demanda da seguinte forma:

$$
\begin{cases}
\dfrac{I}{P_x} \quad se \;\; P_x < P_y \\[2ex]
\dfrac{I}{P_y} \quad se \;\; P_x > P_y \\[2ex]
(y, x) \in \;\; R^2 \;\; / \;\; \left(P_x x + P_y y = I\right) \;\; se \;\; P_x = P_y
\end{cases}
$$

Exemplo

- Suponha que: $U = y + x \; , \; I = 100 \; , \; P_x = 1 \; e \; P_y = 2$



$$\text{R.O.} \quad y = \frac{I}{P_y} - \frac{P_x}{P_y} x \Rightarrow y = 50 - \frac{1}{2} x$$

$$TMgS_{(y,x)} = -1$$

- Note que a cesta B(0,100) é preferível à cesta A(50,0)
  - A escolha da cesta B se deve ao fato de que $P_X < P_Y$.
- Qual seria a escolha do consumidor se duas unidades de x fossem equivalentes a uma unidade de y ?

Generalizando o Exemplo Anterior

- Vimos anteriormente que, caso a $TMgS_{(y,x)}$ seja superior (em módulo) à relação de preços (P_x/P_y), o consumidor escolherá somente x.

- Suponha que a função utilidade seja dada por $U_{(y,x)} = \alpha x + \beta y$
  - Neste caso, a escolha depende de α e β, parâmetros que definem a $TMgS_{(y,x)}$.

$$TMgS_{(y,x)} = -\frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = -\frac{\alpha}{\beta}$$

  - Logo,
    - se $|\alpha/\beta| > |P_x/P_y|$, o consumidor escolherá somente x.
    - se $|\alpha/\beta| < |P_x/P_y|$, o consumidor escolherá somente y.
    - se $|\alpha/\beta| < |P_x/P_y|$, o consumidos escolherá qualquer combinação de x e y que respeite a restrição orçamentária

Generalizando o Exemplo Anterior

- Assim, temos:

Demandas por x e y

$$\begin{cases} \dfrac{I}{P_x} & se \ |\alpha/\beta| > |P_x/P_y| \\ \dfrac{I}{P_y} & se \ |\alpha/\beta| < |P_x/P_y| \\ (y,x) \in R^2 \ / \ \left(P_x x + P_y y = I\right) & se \ |\alpha/\beta| = |P_x/P_y| \end{cases}$$

15) AE ES/SEGER ES-Economia-2013

- Com base na teoria clássica do consumidor e considerando que $x1$ e $x2$ representam, respectivamente, os bens 1 e 2, assinale a opção correta.

a) Se a função utilidade for $U(x_1, x_2) = x_1 + 4x_2$, então os bens serão complementares.

b) Se a função utilidade for $U(x_1, x_2) = x_1 + 0{,}25x_2$ e a renda do consumidor for igual a w, com $p_1 = 1$ e $p_2 = 2$, em que p_i é o preço do bem i, então o consumidor irá utilizar toda a sua renda na aquisição do bem com maior utilidade marginal, no caso, na aquisição do bem 2.

c) Se a função utilidade for $U(x_1, x_2) = x_1 + 0{,}25x_2$ e a renda do consumidor for igual a w, com $p_1 = 1$ e $p_2 = 2$, em que p_i é o preço do bem i, então o consumidor irá utilizar toda a sua renda na aquisição do bem com maior utilidade marginal, no caso, na aquisição do bem 1.

d) Se a função utilidade for $U(x_1, x_2) = x_1 + 4x_2$, então a curva de indiferença do consumidor assume um ângulo reto no plano (x_1, x_2).

e) Se a função utilidade for $U(x_1, x_2) = x_1 + 4x_2$, então o consumidor substituirá uma unidade do bem 1 por 4 unidades do bem 2.

Exemplo

- O item a é falso. A função utilidade dada representa bens que são substitutos perfeitos.
- O item b é falso.

$$U_{(x_2,x_1)} = \alpha x_1 + \beta x_2 \Rightarrow TMgS_{(x_2,x_1)} = -\frac{\alpha}{\beta} = \left|\frac{1}{0,25}\right| = |4| \quad e \quad \frac{P_{x_1}}{P_{x_2}} = \left|\frac{1}{2}\right| = |0,5|$$

Como TMgS > relação de preços $\Rightarrow$ x_1 = (I/Px) e x_2 = 0.

- O item c é verdadeiro.

$$U_{(x_2,x_1)} = \alpha x_1 + \beta x_2 \Rightarrow TMgS_{(x_2,x_1)} = -\frac{\alpha}{\beta} = \left|\frac{1}{0,25}\right| = |4| \quad e \quad \frac{P_{x_1}}{P_{x_2}} = \left|\frac{1}{2}\right| = |0,5|$$

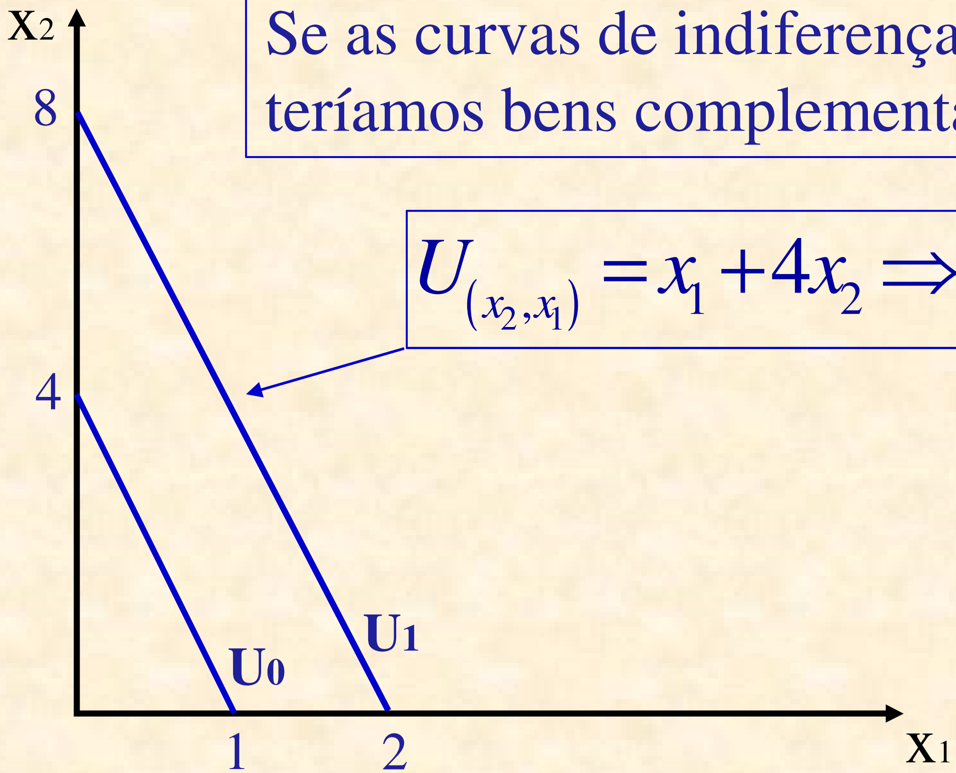
Como TMgS > relação de preços $\Rightarrow$ x_1 = (I/Px) e x_2 = 0.

Exemplo

- Os itens d e e são falsos.

Se as curvas de indiferença formassem ângulos retos, teríamos bens complementares perfeitos.

$$U_{(x_2, x_1)} = x_1 + 4x_2 \Rightarrow x_1 = 4x_2$$

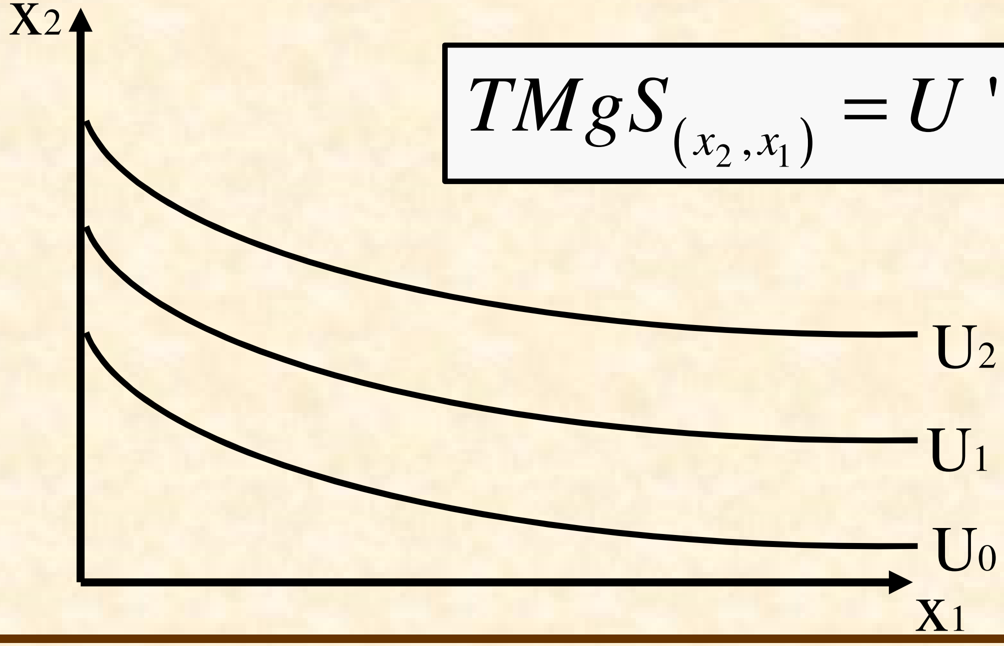


Note que o consumidor aceita substituir quatro unidades de x_2 por uma unidade de x_1.

Utilidade Quase-Linear

- Seja a função utilidade $U(x_1, x_2) = U(x_1) + x_2$.
- Desta forma:
  - Ela é quase-linear em x_2
  - A TMgS(x_2,x_1) depende exclusivamente de x_1

$$\boxed{TMgS_{(x_2,x_1)} = U'(x_1)}$$



Utilidade Quase-Linear

- Suponha que a função utilidade de um consumidor seja dada por $U = \ln x_a + x_m$, com $P_a = 5, P_m = 3$ e $M = 500$.
- Podemos encontrar a escolha ótima do consumidor igualando a TMgS (inclinação da curva de indiferença) à relação de preços (inclinação da restrição orçamentária).
  - **Equação da Curva de Indiferença e a TMgS**

$$\frac{\partial U}{\partial x_m} dx_m + \frac{\partial U}{\partial x_a} dx_a = 0 \Rightarrow TMgs_{(x_m, x_a)} = -\frac{\frac{\partial U}{\partial x_a}}{\frac{\partial U}{\partial x_m}} = -\frac{\frac{1}{x_a}}{1} = -\frac{1}{x_a}$$

  - **Restrição Orçamentária**

$$M = P_a x_a + P_m x_m \Rightarrow x_m = \frac{M}{P_m} - \frac{P_a}{P_m} x_a$$

Utilidade Quase-Linear

- **Equilíbrio Maximizador de Utilidade**

$$\frac{1}{x_a} = \frac{P_a}{P_m} \Rightarrow P_m = P_a x_a$$. Substituindo na restrição orçamentária:

$$M = P_m + P_m x_m \Rightarrow M - P_m = P_m x_m \Rightarrow x_m = \frac{M - P_m}{P_m} \quad ou$$

$$\boxed{x_m = \frac{M}{P_m} - 1} \quad (Demanda \quad Marshaliana \quad por \quad x_m)$$

$$Como \quad P_m x_m = M - P_m \Rightarrow M = P_a x_a + M - P_m$$

$$\boxed{x_a = \frac{P_m}{P_a}} \quad (Demanda \quad Marshaliana \quad por \quad x_a)$$

Utilidade Quase-Linear

- Notar que uma alteração no preço do bem (**a)** altera o consumo do bem **(a)** somente via efeito substituição, ou seja, o efeito renda é igual a zero.

- Substituindo os dados do exemplo anterior, temos:

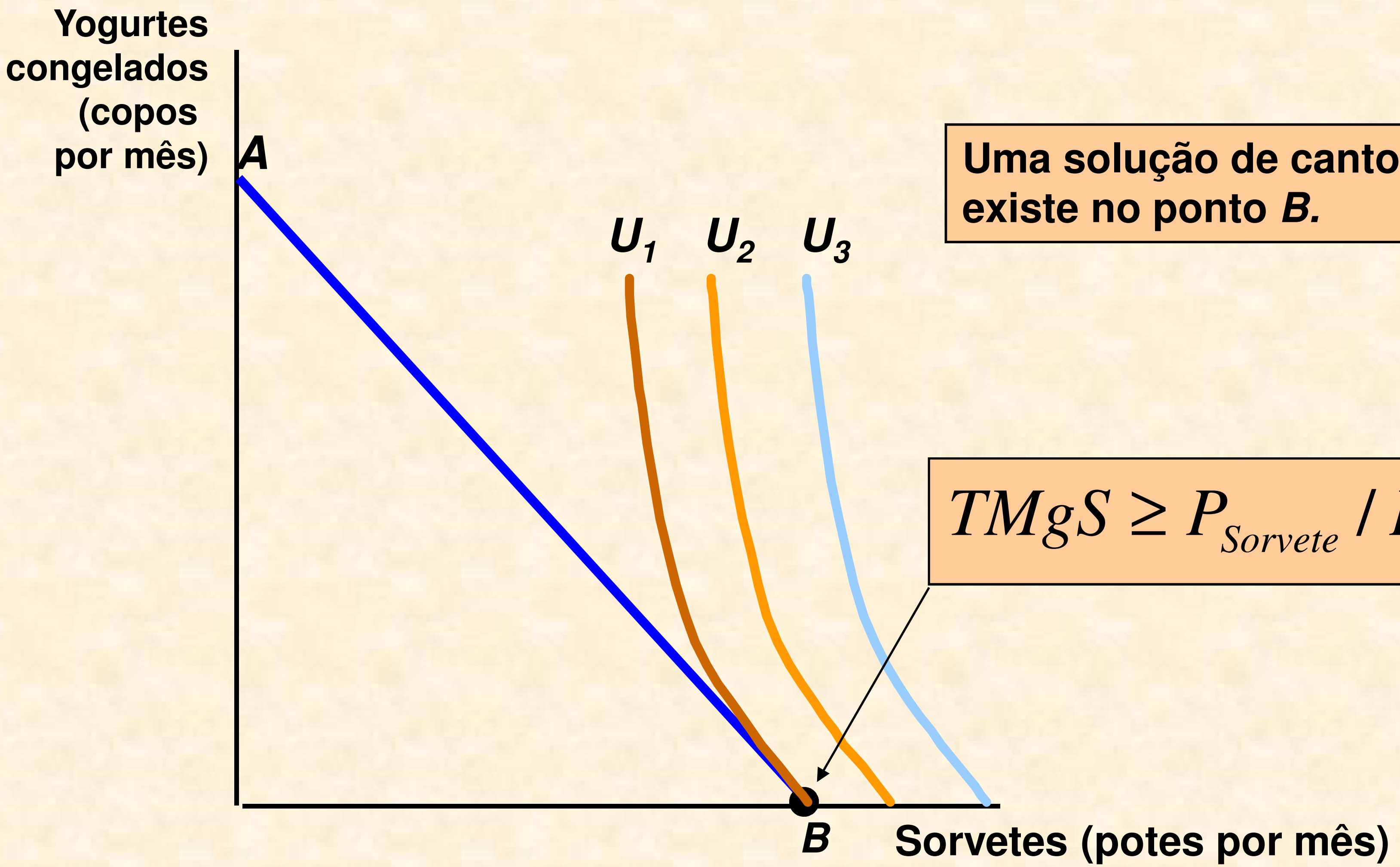
$$\boxed{x_m = \frac{500}{3} - 1 = 165,67}$$

$$\boxed{x_a = \frac{3}{5} = 0,6}$$

Uma Solução de Canto

- Uma solução de canto existe se a taxa marginal de substituição de um consumidor não se iguala à razão de preços em nenhum nível de consumo. Assim, o consumidor maximiza sua utilidade adquirindo apenas um entre dois bens.

Uma Solução de Canto



Uma solução de canto existe no ponto *B.*

$$TMgS \geq P_{Sorvete} / P_{Yogurte}$$