



**Universidade Estadual do Rio de Janeiro**



**Faculdade de Ciências Econômicas**

**Desenvolvimento Socioeconômico I – Exercícios – 16-03-2022**

*Prof.: Antonio Carlos Assumpção*

*Doutor em Economia – UFF*

*Site: [acjassumpcao.com](http://acjassumpcao.com)*

## 1) Assinale V ou F, justificando a sua resposta:

- a) Uma característica indesejável no modelo de Solow com progresso técnico é que ele não é capaz de gerar crescimento da renda *per capita* no estado estacionário. **F**
- No modelo de Solow com progresso técnico a taxa de crescimento do PIB *per capita* no estado estacionário é  $g_A$ .
  - **A característica indesejável:** a taxa de crescimento da renda per capita no estado estacionário depende das variações tecnológicas “aumentadoras de trabalho”, tratadas como exógenas.
    - Dito de outro modo, não existe qualquer explicação referente aos determinantes de  $g_A$ .

b) No modelo de Solow com progresso técnico, tecnologia é um recurso comum. **F**

- A tecnologia no modelo de Solow um **Bem Público** (não rival e não excludente):
  - Não Rival: o uso por parte de um agente econômico não impede o uso por parte de outro agente econômico.
  - Não Excludente: os agentes econômicos não podem ser impedidos de utilizar o bem.
- Qual o incentivo para uma firma investir em tecnologia?
- Ela possui recursos para isso?
- Qual a solução para esse problema?

c) Num modelo de Solow com função de produção  $Y(t) = K(t)^{1-\alpha} [A(t)L(t)]^\alpha$ , a taxa de poupança sob a regra de ouro é  $1 - \alpha$ . **V**

- Conforme vimos, a taxa de poupança que resulta em um estoque de capital *per capita* em estado estacionário maximizador de consumo é dada pela elasticidade do produto em relação ao estoque de capital, nesse caso,  $1 - \alpha$ .
- **Encontrando o Nível Ótimo Definido Pela Regra de Ouro (suponha, por simplicidade,  $n = 0$  e  $g_A = 0$ )**
  - Temos que  $y = c + i \Rightarrow c = y - i$
  - Como  $y = f(k)$  e, em qualquer estado estacionário  $i = \delta k$ , temos:  $c^* = f(k^*) - \delta k^*$

## A Regra de Ouro (*Golden Rule*)

- Com o consumo escrito em função do estoque de capital, podemos maximizar  $c^*$  relativamente a  $k^*$ . Dito de outro modo, podemos escolher o estoque de capital *per capita* (estado estacionário) maximizador do consumo.

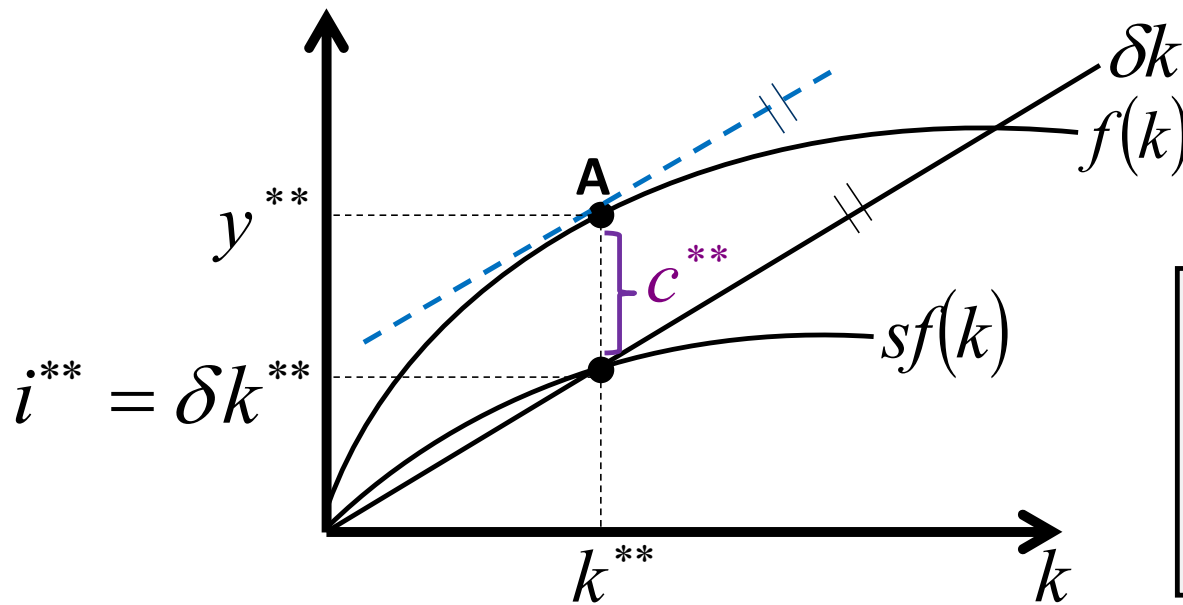
Como, no estado estacionário  $c^* = f(k^*) - \delta k^*$ :  $i^* = \delta k^*$

Maximizando o consumo  $\rightarrow \frac{\partial c^*}{\partial k^*} = 0 \Rightarrow f'(k^*) - \delta = 0$ .

- Logo, para maximizarmos o consumo no estado estacionário devemos ter:

$$k^{**} \Rightarrow PMgk = \delta \Rightarrow S^{**} = 1 - \alpha$$

## A Regra de Ouro (*Golden Rule*)



Se  $k \uparrow$  → Produto Aumenta  
Se  $k \uparrow$  → Depreciação Aumenta

Note que o consumo será o maior possível quando a inclinação da função de produção (PMgk), medida pela inclinação da reta tangente que passa pelo ponto A, for igual a inclinação da curva de depreciação ( $\delta$ ).

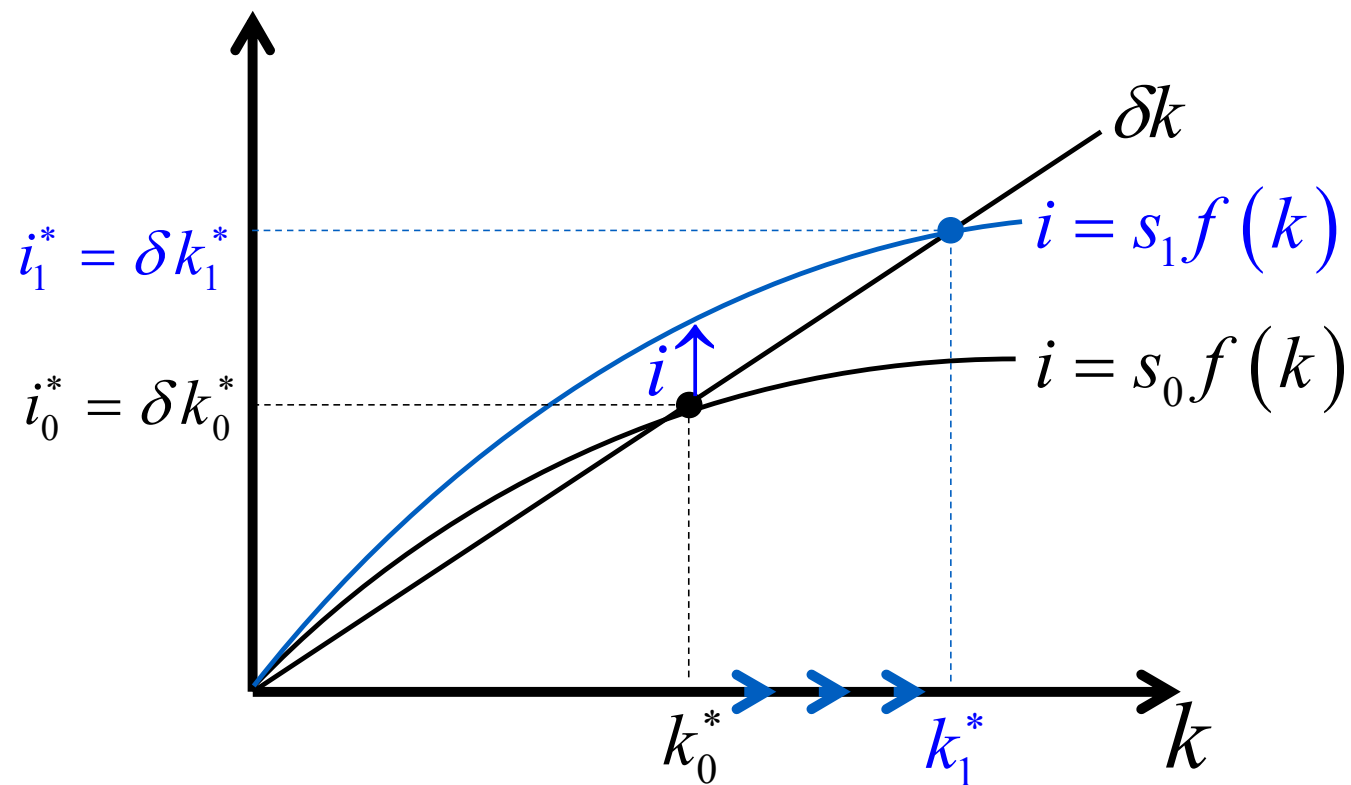
- Se  $k < k^{**}$  → o produto cresce mais que a depreciação ( $PMgk > \delta$ ) →  $c^{**} \uparrow$ .
- Se  $k > k^{**}$  → o produto cresce menos que a depreciação ( $PMgk < \delta$ ) →  $c^{**} \downarrow$ .
- Se  $k = k^{**}$  → a inclinação da FDP é igual a inclinação da reta de depreciação. Logo, temos que a  $PMgk = \delta$  → o consumo é maximizado ( $c^{**}$ ).

- d) Quando a economia está no estado estacionário, o produto por trabalhador cresce à taxa do progresso tecnológico. **V**
- Conforme vimos no item a.
- e) Sem progresso tecnológico, a economia converge para uma taxa de crescimento estável, em que é zero o crescimento da renda *per capita*. **V**
- Como vimos, a economia converge para um estado estacionário onde a taxa de crescimento do estoque de capital *per capita* é zero. Logo, o produto *per capita* também se mantém constante, caso  $g_A = 0$ .
  - Mas por qual razão a economia convergir para um estado estacionário?
  - Seria razoável supor uma PMgK crescente ou constante para as firmas?
- f) O progresso tecnológico no modelo de Solow depende da taxa de crescimento populacional. **V (Trata-se de uma variável exógena)**

g) As economias com maiores taxas de poupança terão maiores taxas de crescimento econômico em estado estacionário. **F**

- Um aumento da taxa de poupança aumenta o estoque de capital *per capita* no estado estacionário e, conseqüentemente, o produto *per capita* no estado estacionário.
- Logo, quanto maior a taxa de poupança, maiores serão  $k^*$  e  $y^*$ , mas a taxa de crescimento em qualquer estado estacionário é igual a zero.
- Dito de outro modo, um aumento da taxa de poupança não afeta a taxa de crescimento de forma permanente, provocando apenas uma mudança de nível ( $k^*$  e  $y^*$  maiores).
- A conclusão importante sobre a poupança no modelo de Solow é que, apesar de indispensável para o **nível do PIB *per capita***, ela **não garante o crescimento continuado**, a não ser no caso em que ela é sempre crescente, o que, obviamente, não é possível.





Um aumento da taxa de poupança aumenta o investimento. Com isso, inicialmente, teremos  $i > \delta k$ , o que faz com que o estoque de capital *per capita* aumente. Entretanto, como a  $PMgk$  é decrescente e a depreciação cresce a uma taxa constante, a economia convergirá para um novo estado estacionário.

**2)** Considere um modelo de crescimento de Solow com progresso tecnológico em que os mercados de fatores são perfeitamente competitivos. A função de produção é dada por  $Y = (AL)^{0,5} K^{0,5}$ , em que  $Y$  é o produto,  $A$  é o índice de eficiência do trabalho,  $L$  é o número de trabalhadores,  $K$  é o estoque de capital e  $AL$  é o estoque de trabalhadores efetivos. Dado que a taxa de poupança é de 30%, a taxa de depreciação do capital é de 4% ao ano, o número de trabalhadores cresce à taxa de 2% ao ano e o progresso tecnológico (taxa de crescimento de  $A$ ) é de 4% ao ano, calcule o estoque de capital em unidades de trabalho efetivo em estado estacionário. **Resposta: 9**

- A questão trata do modelo de Solow, incorporando, de forma exógena, a tecnologia “aumentadora de trabalho”.

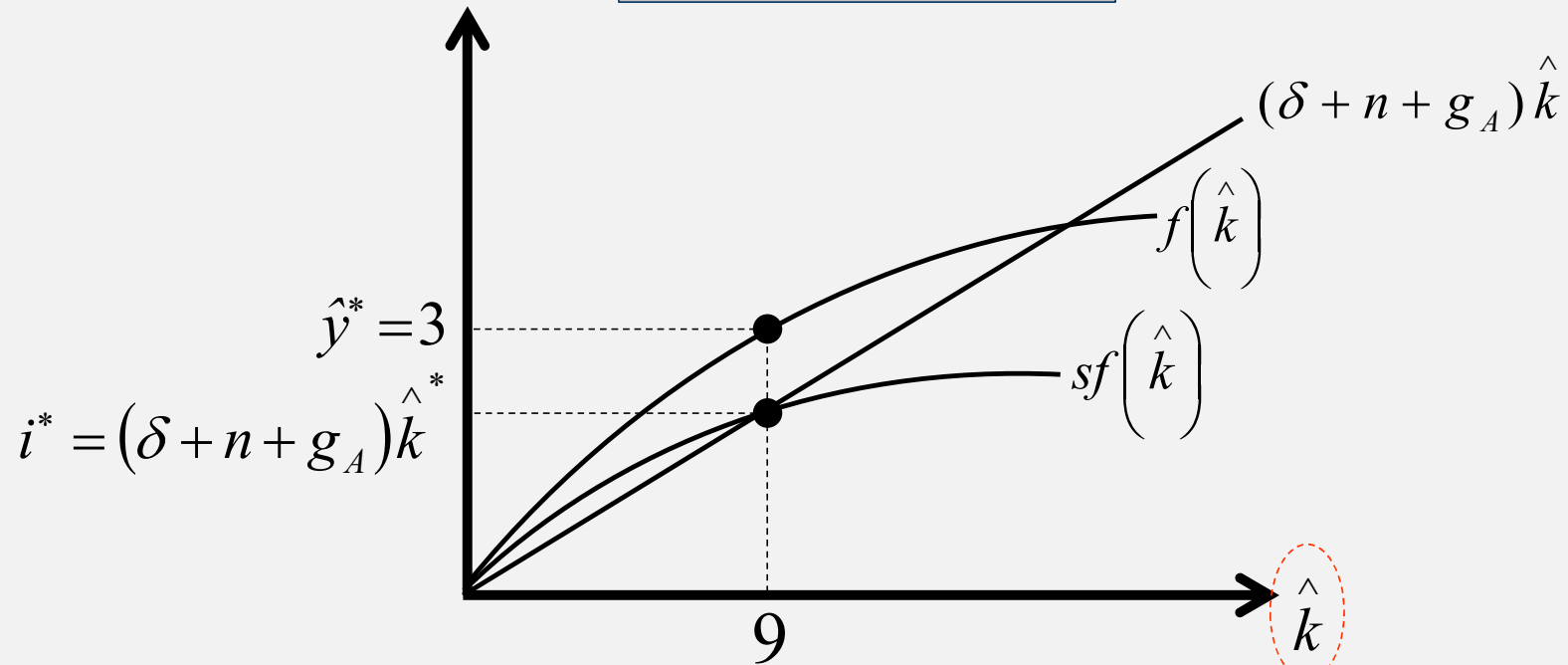
- Conforme vimos, podemos calcular o estoque de capital efetivo no estado estacionário, da seguinte forma:

$$\hat{k}^* = \left( \frac{s}{\delta + n + g_A} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \rightarrow \hat{k}^* = \left( \frac{0,3}{0,04 + 0,02 + 0,04} \right)^{\frac{1}{1-0,5}} \rightarrow \hat{k}^* = 9$$

- Se fosse necessário, também poderíamos calcular o produto efetivo no estado estacionário.

$$\text{Como } \hat{y}^* = \hat{k}^{\alpha} \rightarrow \hat{y}^* = \left( \frac{s}{\delta + n + g_A} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \rightarrow \hat{y}^* = \left( \frac{0,3}{0,04 + 0,02 + 0,04} \right)^{\frac{0,5}{1-0,5}} \rightarrow \hat{y}^* = 3$$

## Graficamente



$$\hat{k}^* = \left( \frac{s}{\delta + n + g_A} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$