ANPEC Express - 2020
Microeconomia

Prof. Antonio Carlos Assumpção

Aula 1

Prof. Antonio Carlos Assumpção

- **Teremos 4 aulas de Microeconomia.**
  - Resolveremos as questões “importantes” das últimas provas.
  - As aulas serão organizadas de acordo com tópicos da matéria.
  - É importante observar a incidência das questões nas últimas provas.

ANPEC - Microeconomia - 2018 - 2020				
Assunto	**2018**	**2019**	**2020**	**Total**
Teoria do Consumidor	3	3	4	**10**
Incerteza	1	0	2	**3**
Teoria da Firma (Produção e Custos)	2	1	3	**6**
Mercados (C. Perfeita, Monopólio, Oligopólio, C. Monopólica...)	4	4	4	**12**
Teoria dos Jogos	2	2	1	**5**
Equilíbrio Geral e Bem Estar	2	2	0	**4**
Falhas de Mercado (Externalidades, Bens Públicos, Informação)	1	3	1	**5**

- **Claro: a)** em cada um dos tópicos o nível de dificuldade é diferente, **b)** essa classificação é, sempre, complicada; e **c)** a incidência muda ao longo do tempo.
- **Faremos a seguinte separação:**

1) Começarei com os exercícios de **Teoria do Consumidor**, **Teoria da Firma** e **Mercados** → 62,22% das últimas três provas.
   - Utilizaremos **duas aulas** para isso.
   - Começaremos com os exercícios mais fáceis (primeira aula) e depois passaremos aos mais difíceis (ou mais trabalhosos).
2) Na **terceira aula** trataremos dos exercícios sobre Incerteza e Teoria dos Jogos.
3) Na **quarta aula** faremos os exercícios de Equilíbrio Geral e Falhas de Mercado.
4) Se não for possível cumprir o cronograma da aula 1, farei os exercícios restantes na aula 2.

- **Vamos começar pela questão 01 de 2018, pois trata-se de uma questão exemplar.**
  - Ela aborda a escolha ótima do consumidor, considerando preferências do tipo **Cobb-Douglas**, bens **Complementares Perfeitos** e Preferências **Quase Lineares**.
- É importante considerar também o caso em que os bens são **substitutos perfeitos**.
  - Também, na prova de 2014, ver como tratar o caso em que existem quantidades mínimas que devem ser consumidas **(F.U. Stone Geary).**
  - Vejam também a questão **02 da prova de 2018**,em que as preferências são convexas, mas temos uma solução de canto, com ***U = xy + 10x***.
- Na próxima aula daremos mais atenção a outros tópicos de teoria do consumidor, como ER e ES e a diferença entre VC, VE e EC.

1) QUESTÃO 01 - 2018

Com relação às preferências do consumidor, é correto afirmar que:

0) A função $u(x_1 x_2) = \min\{2x_1, x_2\}$ descreve as mesmas preferências que $u(x_1 x_2) = \min\{x_1, \tfrac{1}{2} x_2\}$; **V**

- Devemos checar se a segunda função utilidade fornecida é uma transformação monotônica da primeira. Veremos que sim, ou seja, ambas ordenam as cestas de consumo da mesma forma.
- Na teoria do consumidor só o que interessa é a ordenação das cestas de consumo (a dimensão não importa); maior ou menor utilidade.
- Uma função utilidade é um modo de atribuir um número real a cada possível cesta de consumo, de modo que se atribuam números maiores às cestas de consumo preferíveis, isto é, teremos $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ se e somente se $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$.

- Note então que podemos ter diversas funções utilidade que representem as mesmas preferências, ou seja, diversas funções utilidade que apresentem números reais diferentes para as mesmas cestas de consumo, mas **com a ordenação sendo preservada**. Nesse caso, dizemos que uma função utilidade é uma **transformação monotônica da outra**.

- Podemos obter transformações monotônicas de funções utilidade de diversas formas. Por exemplo:
  - Multiplicação por um número positivo → $f(u) = 2u$;
  - Adição de um número qualquer → $f(u) = u + 10$;
  - Elevação de u a uma determinada potência → $f(u) = u^2$;

- Observe que $u(x_1x_2) = \min\left\{x_1, \tfrac{1}{2}x_2\right\} = \left[u(x_1x_2) = \min\{2x_1, x_2\}\right] \div 2.$ Logo, uma função é uma transformação monotônica da outra e, portanto, ambas representam as mesmas preferências, ou seja, ordenam as cestas de consumo da mesma forma.

- **Exemplificando em termos de escolha ótima:** será que um consumidor representado por qualquer uma das duas funções utilidade realizaria a mesma escolha ? Claro que sim. (Entretanto, note que, como as funções utilidade são diferentes, o valor resultante da utilidade será diferente).
- Suponha que a renda monetária do consumidor seja *m* = \$15, e os preços dos dois bens, x_1 e x_2 sejam unitários.
- Nesse caso a restrição orçamentária é dada por:

$$m = p_{x_1}x_1 + p_{x_2}x_2 \rightarrow x_2 = \frac{m}{p_{x_2}} - \frac{p_{x_1}}{p_{x_2}}x_1 \rightarrow \boxed{x_2 = 15 - x_1}$$

- Maximizando a utilidade, nos dois casos, temos:

$$\boxed{u(x_1x_2) = \min\{2x_1, x_2\}}$$

$$u_{máx} \Rightarrow 2x_1 = x_2 \rightarrow R.O.$$

$$2x_1 = 15 - x_1 \rightarrow \boxed{x_1^* = 5 \rightarrow x_2^* = 10}$$

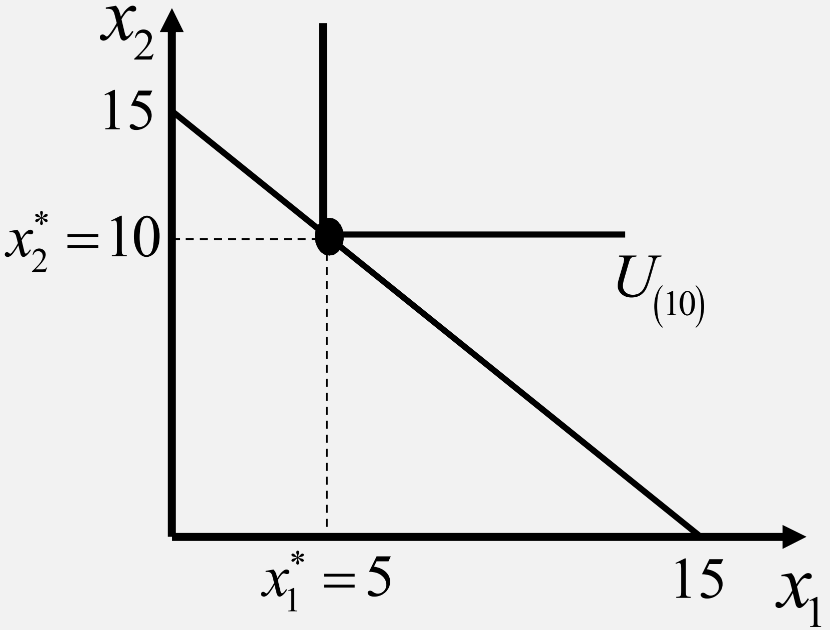
$$\boxed{u(x_1x_2) = \min\{x_1, \tfrac{1}{2}x_2\}}$$

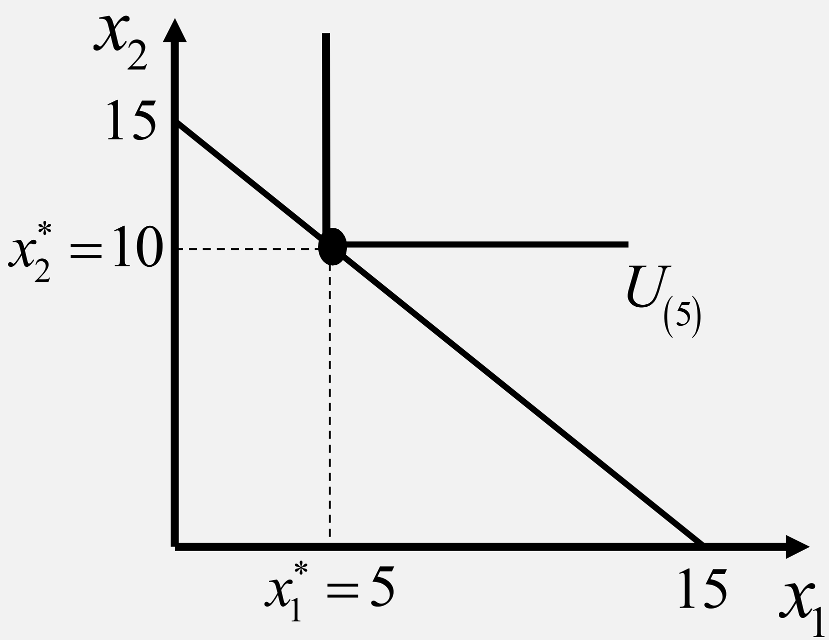
$$u_{máx} \Rightarrow x_1 = (1/2)x_2 \rightarrow R.O.$$

$$2x_1 = 15 - x_1 \rightarrow \boxed{x_1^* = 5 \rightarrow x_2^* = 10}$$

$$u(x_1 x_2) = \min\{2x_1, x_2\}$$

$$u(x_1 x_2) = \min\left\{x_1, \tfrac{1}{2} x_2\right\}$$





$$u(x_1 x_2) = \min\{2(5), 10\} \rightarrow u(x_1 x_2) = 10$$

$$u(x_1 x_2) = \min\left\{5, \tfrac{1}{2}(10)\right\} \rightarrow u(x_1 x_2) = 5$$

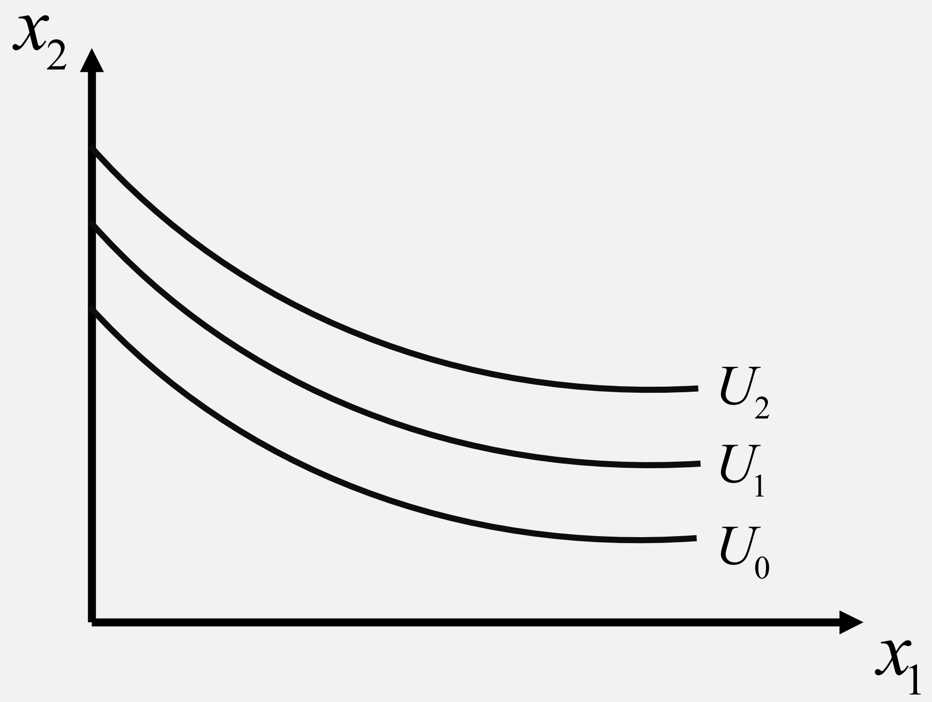
- A utilidade assume valores diferentes, mas a ordenação será a mesma.

1) Curvas de indiferença dadas por $x_2 = k - u(x_1)$, em que *k* é uma constante estritamente positiva para cada curva de indiferença, indicam que x_1 e x_2 são complementares perfeitos; **F**

- Observe que a função utilidade é dada por $u(x_1, x_2) = k = u(x_1) + x_2$, onde *k* denota o nível de utilidade para cada curva de indiferença.
  - Trata-se de uma função utilidade quase-linear (nesse caso, quase-linear em x_2).
- Nesse caso, cada uma das curvas de indiferença é uma versão "deslocada" de uma outra curva de indiferença; cada uma corresponde ao deslocamento vertical de uma única curva de indiferença, onde esse deslocamento depende do valor de *k*.
- Tais funções de utilidade possuem várias propriedades importantes (que devem ser vistas no curso teórico) e, geralmente, são representadas por :

$$u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2 \quad ou \quad u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2.$$

Preferências Quase-Lineares



- **Observação:**
- Quais as curvas de demanda marshalianas pelos bens x1 e x2 quando as preferências são dadas por $u\left(x_1, x_2\right) = \ln x_1 + x_2$?

$$TMgs_{(x_2,x_1)} = -\frac{\dfrac{\partial U}{\partial x_1}}{\dfrac{\partial U}{\partial x_2}} = -\frac{\dfrac{1}{x_1}}{1} = -\frac{1}{x_1} \rightarrow Equilíbrio \rightarrow \frac{1}{x_1} = \frac{P_{x_1}}{P_{x_2}} \rightarrow R.O.$$

$$P_{x_2} = P_{x_1} x_1 \rightarrow R.\text{O}. \rightarrow I = P_{x_2} x_2 + P_{x_2} \rightarrow I - P_{x_2} = P_{x_2} x_2 \rightarrow x_2 = \frac{I - P_{x_2}}{P_{x_2}} \rightarrow \boxed{x_2^* = \frac{I}{P_{x_2}} - 1}$$

$$Como\ I - P_{x_2} = P_{x_2} x_2 \rightarrow I = I - P_{x_2} + P_{x_1} x_1 \rightarrow P_{x_2} = P_{x_1} x_1 \rightarrow \boxed{x_1^* = \frac{P_{x_2}}{P_{x_1}}}$$

2) As funções do tipo Cobb-Douglas não geram preferências bem-comportadas; **F**

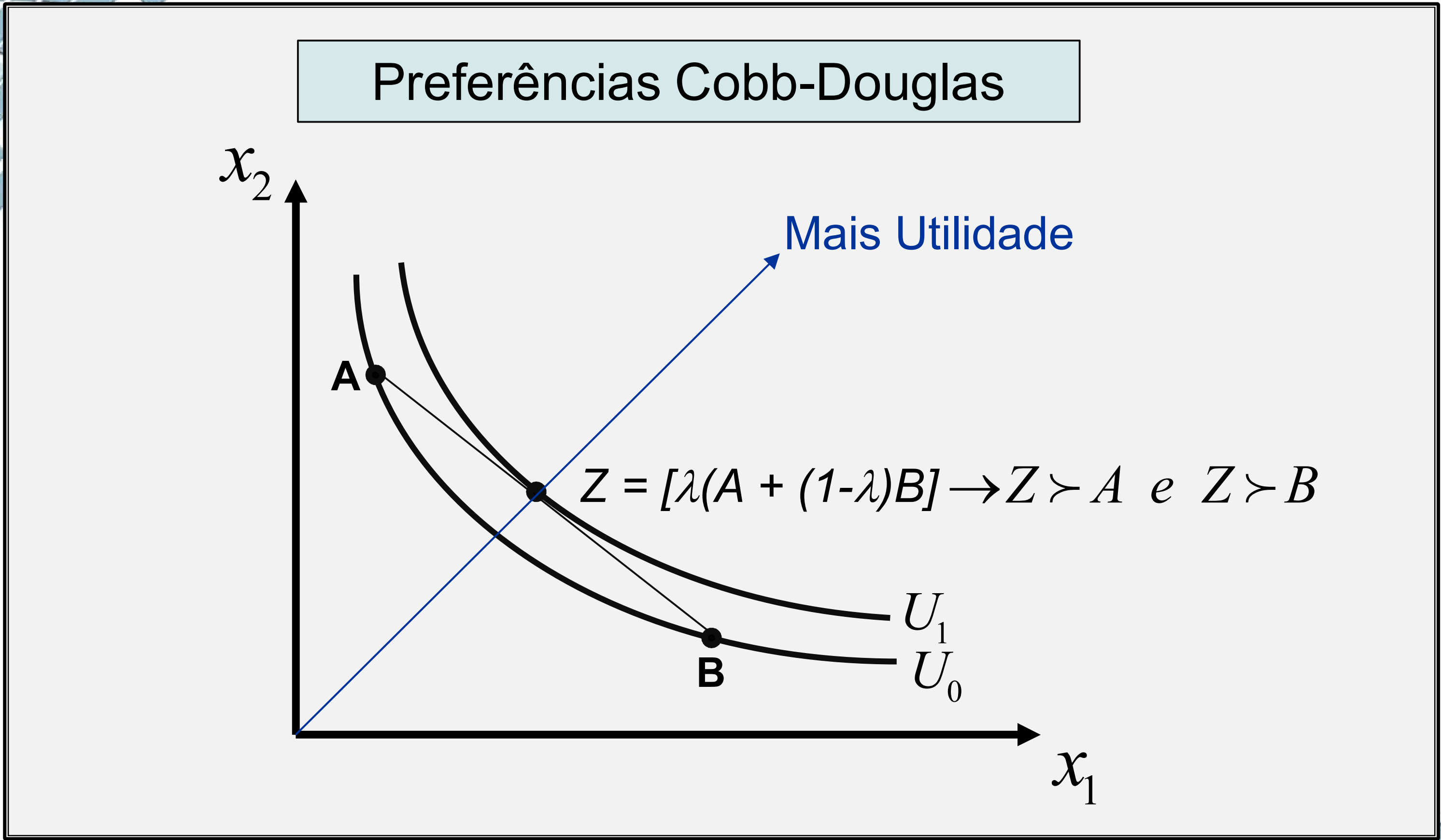
- Dizemos que as preferências são bem-comportadas quando temos:

a) **Preferências Monótonas (Não Saciedade)**
   - Mais de qualquer um dos bens é melhor do que menos. Logo, nesse caso, exclui-se a possibilidade da existência de um ponto de saciedade.

b) **Preferências Diferenciáveis (Contínuas)**
   - Os bens são divisíveis, o que exclui a possibilidade de preferências lexicográficas.

c) **Preferências Convexas (Convexidade Estrita)**
   - Isso indica que a TMgS é decrescente e que o agente econômico é avesso à especialização, ou seja, uma cesta balanceada aumenta a utilidade (qualquer cesta que seja uma combinação linear de outras duas, em cima de uma curva de indiferença, permite um nível de utilidade maior).

- Logo, a afirmação é falsa, pois preferências do tipo Cobb-Douglas possuem essas três propriedades.



3) A função $u(x_1 x_2) = \alpha \ln x_1 + \beta \ln x_2$ apresenta curvas de indiferença com o mesmo formato da função $u(x_1 x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{\beta}$; **V**

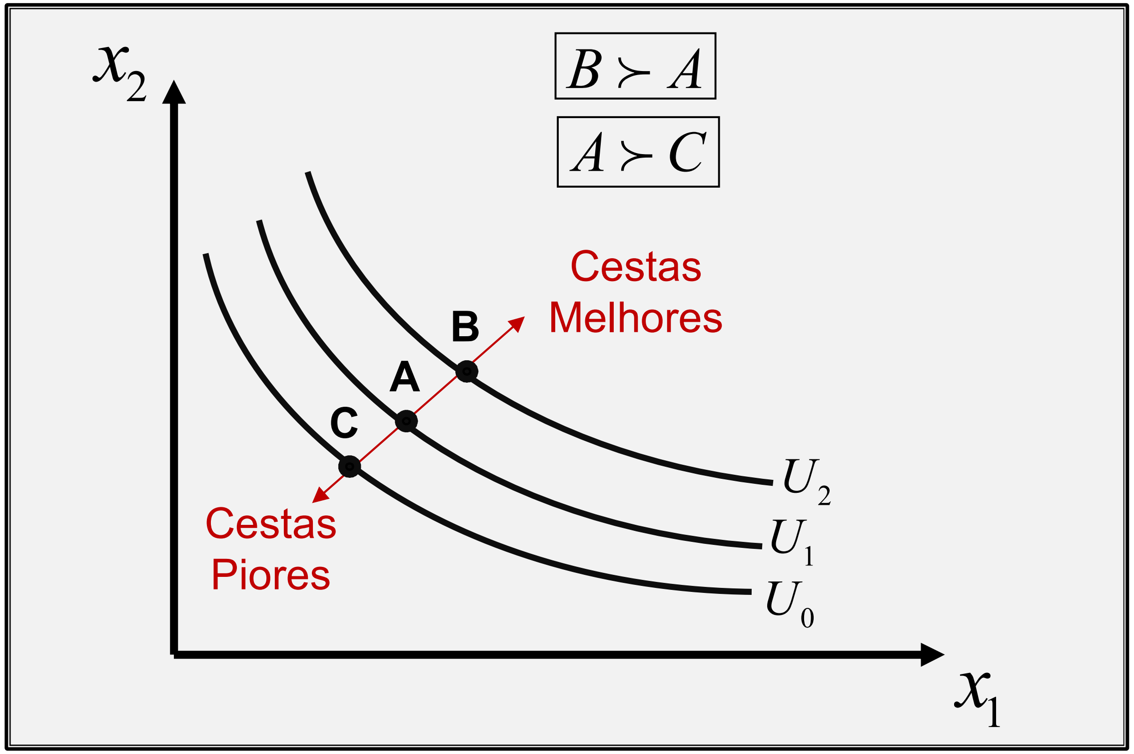
- A primeira função utilidade é uma transformação monotônica da segunda (basta aplicar log na segunda função utilidade). Portanto, ambas possuem as mesmas características. Fundamentalmente, por se tratar de uma Cobb-Douglas, temos preferências bem-comportadas.
- Observe, por exemplo, que a TMgS é a mesma para as duas funções.

$$\boxed{u(x_1 x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{\beta}} \rightarrow TMgS(x_2, x_1) = -\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\dfrac{\partial u}{\partial x_1}}{\dfrac{\partial u}{\partial x_2}} = -\frac{\alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{\beta}}{\beta x_1^{\alpha} x_2^{\beta-1}} = \boxed{-\frac{\alpha x_2}{\beta x_1}}$$

$$\boxed{u(x_1 x_2) = \alpha \ln x_1 + \beta \ln x_2} \rightarrow TMgS(x_2, x_1) = -\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\dfrac{\partial u}{\partial x_1}}{\dfrac{\partial u}{\partial x_2}} = -\frac{\dfrac{\alpha}{x_1}}{\dfrac{\beta}{x_2}} = \boxed{-\frac{\alpha x_2}{\beta x_1}}$$

4) Se as preferências forem monotônicas, uma diagonal que parta da origem intercepta cada curva de indiferença apenas uma vez. **V**

- Como vimos no item (2), a monotonicidade implica que mais de qualquer um dos bens é melhor do que menos. Nesse caso, temos:



2) QUESTÃO 01 - 2019

Com relação às preferências do consumidor, indique quais das afirmações a seguir são verdadeiras e quais são falsas:

0) Sendo U(x, y) a função de utilidade em dois bens x e y, U(x, y) = lnx.lny representa uma função de utilidade quase linear. **F**

- Uma função utilidade quase linear é linear em um dos seus argumentos: *U (x, y) = x + f (y)* *ou* *U (x, y) = f (x) + y*.

- Funções quase lineares bastante comuns são:
  - $U = \sqrt{x} + y \quad e \quad U = \ln x + y$

- Vejam as características das funções utilidades quase lineares no material teórico.

1) Podemos sempre extrair a transformação monotônica da função de utilidade do tipo Cobb-Douglas. **V**

- Se *f (U)* for tal que *f ' (U)* > 0 então dizemos que *f (U)* é uma transformação monotônica de *U*.
  - Tal é verdadeiro para qualquer função utilidade, em particular para uma função Cobb-Douglas.

- Por exemplo, $U = x^{0,5} y^{0,5}$ é uma transformação monotônica da função utilidade $U = xy$.
  - Considerando qualquer uma das funções acima, o consumidor ordenará as cestas de consumo da mesma forma.

2) Uma função de utilidade do tipo U(x, y) = $(x + y)^{0,5}$ implica que x e y são bens substitutos perfeitos. **V**

- Observe que a $TMgS_{(y,x)} = -1$. Logo, como a $TMgS_{(y,x)}$ é constante, trata-se de uma função utilidade com dois bens substitutos perfeitos.

$$TMgS_{(y,x)} = -\frac{UMg_x}{UMg_y} = -\frac{0,5(x+y)^{-0,5} \bullet 1}{0,5(x+y)^{-0,5} \bullet 1} \rightarrow TMgS_{(y,x)} = -1$$

3) Uma função de utilidade do tipo U(x, y) = x + y implica que x e y são bens complementares perfeitos. **F**

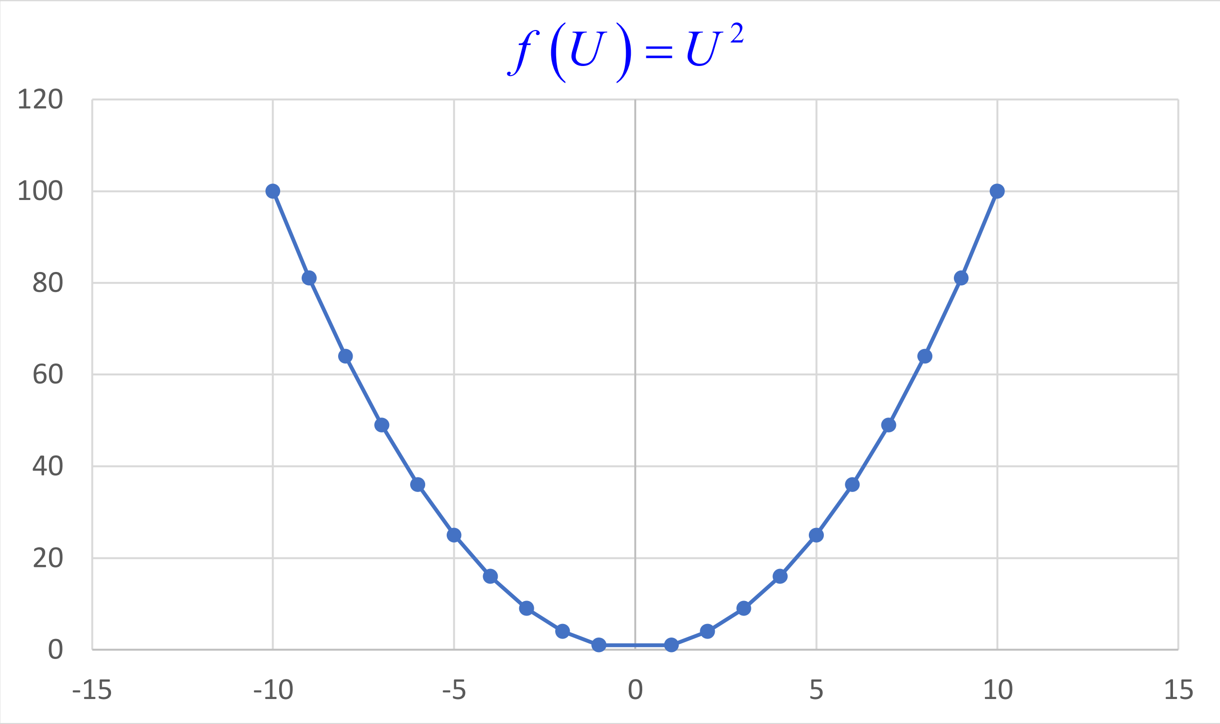
- Observe que a $TMgS_{(y,x)}$ = -1. Logo, como a $TMgS_{(y,x)}$ é constante, trata-se de uma função utilidade com dois bens substitutos perfeitos, como no item (2).

$$TMgS_{(y,x)} = -\frac{UMg_x}{UMg_y} = -1$$

- O consumidor aceita trocar (sempre) uma unidade de y por uma unidade de x, permanecendo assim com o mesmo nível de utilidade.

4) $f(U) = U^2$ é uma transformação monotônica apenas para U positivo. **V**

- $f(U) = U^2$ é uma transformação monotônica apenas para U positivo.
  - Note que $f'(U) = 2U < 0$ quando $U < 0$.



3) Questão 02 - 2020

- Suponha um consumidor racional que consome toda a sua renda com dois bens, X e Y. O preço de X é $ 10 por unidade, enquanto que o preço de Y é $ 2 por unidade. Quando a renda do consumidor é de $ 100, ele compra 5 unidades de Y e 9 unidades de X. Quando sua renda aumenta para $ 120, ele compra 10 unidades de Y e 10 unidades de X. Neste caso, indique quais das afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

(0) X é um bem normal e Y é um bem inferior. **F**

(1) X é um bem de luxo. **F**

(2) Y é um bem de luxo. **V**

(3) A Curva de Engel para X possui inclinação negativa no intervalo de Renda considerado. **F**

(4) A Curva de Engel para Y possui inclinação positiva no intervalo de renda considerado. **V**

- $P_X^0 = \$10 \quad , \quad P_Y^0 = \$2 \quad , \quad I = \$100 \quad , \quad Q_X^0 = 9 \quad e \quad Q_Y^0 = 5.$
  - $Sabemos\ que: P_X^0 X + P_Y^0 Y = I = 100$
  - $Gasto\ com\ X \rightarrow P_X^0 X \rightarrow \$90$
  - $Gasto\ com\ Y \rightarrow P_Y^0 Y \rightarrow \$10$
- $Se\ I_1 = \$120 \rightarrow Aumento\ de\ 20\% \begin{cases} Q_X^1 = 10 \rightarrow Aumento\ de\ 11{,}11\% \\ Q_Y^1 = 10 \rightarrow Aumento\ de\ 100\% \end{cases}$
- Logo, um aumento de 20% na renda aumentou o consumo de X em 11,11% e o consumo de Y em 100%.
  - X é um bem normal, pois a elasticidade-renda é positiva e menor que um.
  - Y é um supérfluo (bem de luxo), pois a elasticidade-renda é positiva e maior que um.
- **Então, o item (0) é falso, o item (1) é falso e o item (2) é verdadeiro.**

- Com relação aos itens (3) e (4), devemos lembrar que a Curva de Engel mostra a relação entre o consumo de um bem a renda.
- Nos dois casos, o aumento da renda está associado a um aumento no consumo. Logo, as curvas de Engel são positivamente inclinadas para os dois bens.
- **Portanto, temos: (3) é falso e (4) é verdadeiro.**

- **Lembranças importantes:**
  - Elasticidade-Preço
  - Elasticidade-Renda
  - Elasticidade-Cruzada
- **Curva de Preço-Consumo** → Ume todos os pontos de equilíbrio do consumidor após alterações no preço de um bem, tudo o mais constante.
- **Curva de Renda Consumo** → Ume todos os pontos de equilíbrio do consumidor após alterações na renda monetária, tudo o mais constante.

4) Questão 03 - 2020

- Uma firma possui função de produção $f(K,L) = K^{1/4}L^{1/4}$, em que K é a quantidade de capital por unidade de tempo e L a quantidade de trabalho por unidade de tempo. Se q é a quantidade a ser produzida, então $q = f(K, L)$. Do ponto de vista da firma, a melhor alternativa para o capital é investir cada \$ 1 em um ativo com taxa de retorno de r = 10% por unidade de tempo. O custo de oportunidade de cada unidade de trabalho por cada unidade de tempo é w = \$10. Julgue os itens a seguir:

(0) A função de produção não é homotética. **F**

- A FDP Cobb-Douglas é homotética, pois a TMgS depende da proporção dos fatores de produção e não das quantidades absolutas. Com isso, temos uma isolinha linear. Nesse caso, *K = 100L*.

(1) A demanda fatorial por capital e trabalho é $\left(K^*, L^*\right) = \left(\frac{5}{4}q^2, \frac{3}{4}q^2\right)$. **F**

$$\left(K^C, L^C\right) = \left(10Q^2; 0{,}1Q^2\right)$$

(2) A função de custo médio é $CMe(q) = q$, em que q é a quantidade a ser produzida por unidade de tempo. **F - Cme = 2Q**

(3) Suponha que, no curto prazo, o capital está fixo em $\bar{K} = 1$. Então a função custo de curto-prazo é $C_{CP(q)} = \frac{1}{10} + 10q^4$. **V**

(4) Em um mercado competitivo, sem custos fixos, se p é o preço do bem e q a quantidade (por unidade de tempo), então a oferta da firma será $p = 4q$. **V**

$$\boxed{Q = AK^{\alpha}L^{\beta}}$$

- A escolha ótima de K e L por parte da firma exige que:

$$\boxed{TMgS_{(K,L)} = \frac{w}{r} \rightarrow \frac{PMg_L}{PMg_K} = \frac{w}{r}}$$

- No caso de uma Cobb-Douglas, temos: $\boxed{\dfrac{\beta K}{\alpha L} = \dfrac{w}{r}}$

$$Logo: \beta K = \frac{w}{r}\alpha L \rightarrow \boxed{K = \frac{w}{r}\frac{\alpha}{\beta}L} \rightarrow K = \frac{10}{0{,}1}\frac{0{,}25}{0{,}25}L \rightarrow \boxed{K = 100L}$$

Isolinha (Caminho de Expansão) → A firma deverá utilizar 100 unidades de capital para cada unidade de trabalho.

- Substituindo K na FDP podemos calcular a demanda condicional por L de forma a minimizar o custo de produção para produzir determinada quantidade.

$$Q = A\left(\frac{w}{r}\frac{\alpha}{\beta}L\right)^{\alpha} L^{\beta} \rightarrow Q = A\left(\frac{w}{r}\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\alpha} L^{\alpha+\beta} \rightarrow L^{\alpha+\beta} = \frac{Q}{A\left(\frac{w}{r}\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\alpha}} \rightarrow$$

$$L^{C} = \left(\frac{Q}{A\left(\frac{w}{r}\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\alpha}}\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \rightarrow \boxed{L^{C} = \left(\frac{Q}{A}\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \left(\frac{r}{w}\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}}$$

- Substituindo L na FDP podemos calcular a demanda condicional por K de forma a minimizar o custo de produção para produzir determinada quantidade.

$$Q = AK^{\alpha}\left(\frac{\beta}{\alpha}\frac{r}{w}K\right)^{\beta} \rightarrow Q = A\left(\frac{\beta}{\alpha}\frac{r}{w}\right)^{\beta} K^{\alpha+\beta} \rightarrow K^{\alpha+\beta} = \left[\frac{Q}{A\left(\frac{\beta}{\alpha}\frac{r}{w}\right)^{\beta}}\right]$$

$$K^{\alpha+\beta} = \left(\frac{\alpha w}{\beta r}\right)^{\beta}\frac{Q}{A} \rightarrow \boxed{K^{C} = \left(\frac{Q}{A}\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}}\left(\frac{\alpha w}{\beta r}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}}$$

- As Demandas Condicionais por K e L:

$$K^C = \left(\frac{Q}{A}\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \left(\frac{\alpha w}{\beta r}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \rightarrow K^C = \left(\frac{Q}{1}\right)^{\frac{1}{0,5}} \left(\frac{0,25 \bullet 10}{0,25 \bullet 0,1}\right)^{\frac{0,25}{0,5}} \rightarrow K^C = 10Q^2$$

$$L^C = \left(\frac{Q}{A}\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \left(\frac{r}{w}\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \rightarrow L^C = \left(\frac{Q}{1}\right)^{\frac{1}{0,5}} \left(\frac{0,25 \bullet 0,1}{0,25 \bullet 10}\right)^{\frac{0,25}{0,5}} \rightarrow L^C = 0,1Q^2$$

- As Demandas Condicionais por K e L nos mostram as quantidades desses fatores de produção que minimizam o custo total para uma certa quantidade produzida (Q), dados *A, r, w,* α e β . **Se Q = 10:**

$$K^C = 10Q^2 \rightarrow K^C = 10(10)^2 \rightarrow \boxed{K^C = 1000}$$

$$L^C = 0,1Q^2 \rightarrow L^C = 0,1(10)^2 \rightarrow \boxed{L^C = 10}$$

- Calculando o Custo Total:

$$Como\ \boxed{CT = rK + wL} \rightarrow CT = r\left(10Q^2\right) + w\left(0,1Q^2\right)$$

$$Com\ \ r = 0,1\ \ e\ \ w = 10 \rightarrow CT = 0,1 \bullet \left(10Q^2\right) + 10 \bullet \left(0,1Q^2\right)$$

$$CT = Q^2 + Q^2 \rightarrow \boxed{CT = 2Q^2}$$

$$Com\ isso,\ \ temos: \boxed{CMg = \frac{dCT}{dQ} = 4Q}\ e\ \boxed{CMe = \frac{CT}{Q} = 2Q}$$

- **Observe que:**

a) O CT_{LP} cresce à taxas crescentes, pois temos um processo produtivo com retornos decrescentes de escala (($\alpha + \beta$) < 1);
b) Pelo mesmo motivo o CMeLP é crescente;
c) Note que o CMg > Cme. Com isso, o Cme é crescente.

- Vamos ver como isso funciona, lembrando que a firma sempre escolherá a seguinte relação capital-trabalho: *K = 100L*.

$$\bullet\ \boxed{Se\ Q = 10}$$

$$\bullet\ \boxed{CT = 2Q^2} \rightarrow \boxed{CT = 200} = rK + wL$$

$$\rightarrow 200 = 0{,}1\left(100L\right) + 10L \rightarrow \boxed{L = 10\ \ e\ \ K = 1000}$$

$$\rightarrow CT = rK + wL \rightarrow \boxed{CT = 0{,}1(1000) + 10(10) = 200}$$

$$\rightarrow f\left(K, L\right) = \boxed{Q = K^{1/4} L^{1/4} = \left(1000\right)^{0{,}25} \left(10\right)^{0{,}25} = 10}$$

$$\bullet\ \boxed{CMe = 2Q} \rightarrow \boxed{CMe = 20}\ \left(CT / Q = 20\right)$$

$$\bullet\ \boxed{CMg = 4Q} \rightarrow \boxed{CMg = 40}$$

- $\boxed{Se\ Q = 20}$
- $\boxed{CT = 2Q^2} \rightarrow \boxed{CT = 800} = rK + wL$

$\rightarrow 800 = 0{,}1\left(100L\right) + 10L \rightarrow \boxed{L = 40\ \ e\ \ K = 4000}$

$\rightarrow CT = rK + wL \rightarrow \boxed{CT = 0{,}1(4000) + 10(40) = 800}$

$\rightarrow f\left(K, L\right) = \boxed{Q = K^{1/4} L^{1/4} = \left(4000\right)^{0,25} \left(40\right)^{0,25} = 20}$

- $\boxed{CMe = 2Q} \rightarrow \boxed{CMe = 40}\ \left(CT / Q = 40\right)$
- $\boxed{CMg = 4Q} \rightarrow \boxed{CMg = 80}$

- **Item (3):** como calcular a função de custo no curto prazo ?
- No curto prazo o estoque de capital é fixo (nesse caso, K = 1).
  - $f(K, L) = Q = K^{\alpha} L^{\beta}$
  - $L^{\beta} = \frac{Q}{K^{\alpha}} \rightarrow L = \left(\frac{Q}{K^{\alpha}} \right)^{\frac{1}{\beta}}$
  - $Se\ \bar{K} = 1 \rightarrow L = Q^{\frac{1}{\beta}}$
  - $Como\ \beta = 0,25 \rightarrow L = Q^{4}$
  - $Como\ CT = rk + wL\ ,\ com\ r = 0,1\ e\ w = 10$
  - $CT_{CP} = 0,1(1) + 10\left(Q^{4}\right) \rightarrow \boxed{CT_{CP} = \frac{1}{10} + 10Q^{4}}$ **V**

- **Item (4):** como calcular a curva de oferta da firma, em um mercado competitivo ?
- A curva de oferta da firma em um mercado competitivo é dada pela curva de CMg, a partir do mínimo do CVMe. Como o item destaca que não existe custo fixo, CVMe = CTMe

- $Como\ CMg = 4Q$
- $\boxed{Oferta \rightarrow P = 4Q}$ **V**

5) Questão 04 - 2020

- Com relação ao comportamento do produtor, indique quais dos itens a seguir são verdadeiros e quais são falsos:

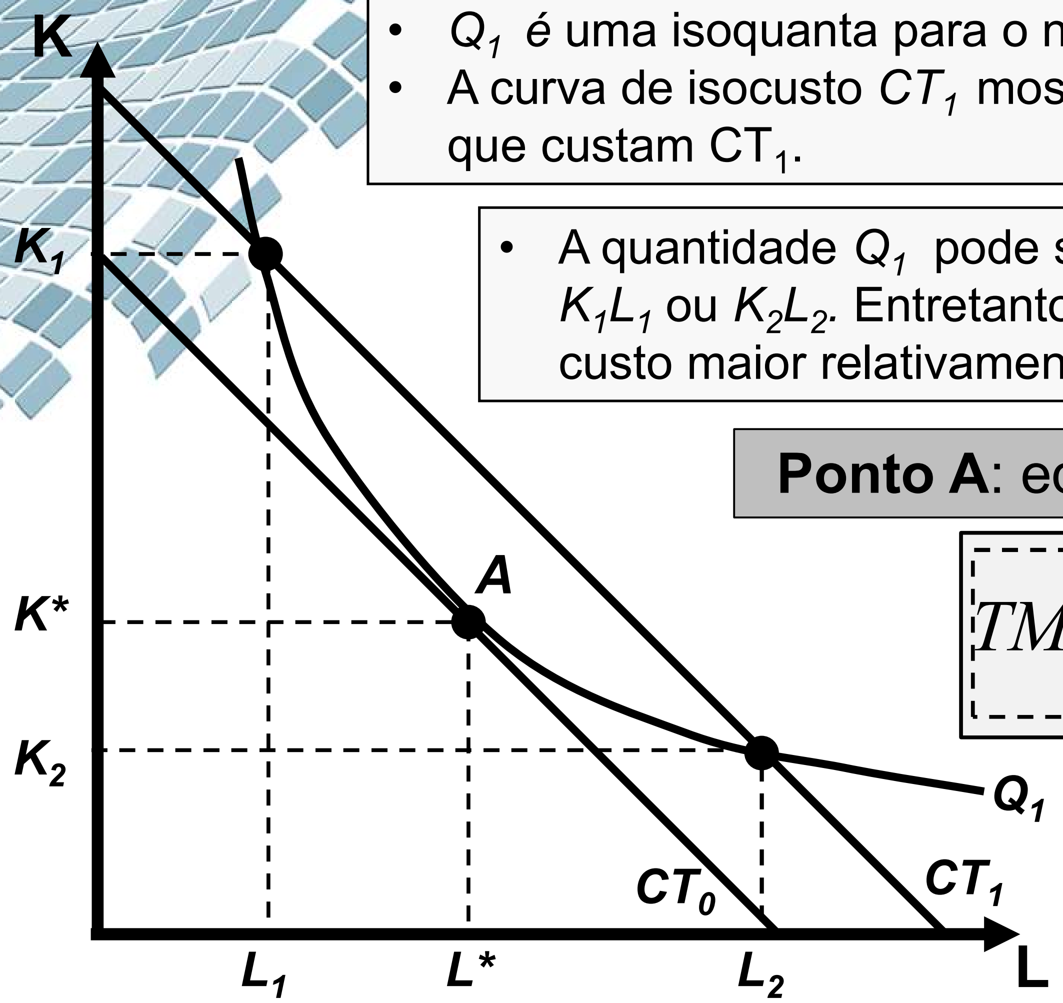
(0) Em uma função de produção do tipo $Q = Af(K,L)$, o parâmetro "A" representa o nível de produtividade total dos fatores. V

- Observe que a produção ocorre com a firma escolhendo (considerando o longo prazo) as quantidades dos dois **insumos rivais**, capital e trabalho.
- Considerando qualquer combinação escolhida de K e L, a produção será maior quanto maior o valor do parâmetro A.
- Logo, o **parâmetro A** pode ser interpretado como uma medida de **eficiência** da economia, muitas vezes chamada de **Produtividade Total dos Fatores (PTF).**

(1) Uma empresa emprega 100 trabalhadores e 50 unidades de capital. O preço do trabalho é $ 15/hora e o do capital é $ 30/hora. O produto marginal do trabalho é 60 e o produto marginal do capital é 90. A empresa está minimizando seus custos. **F**

- **Problema da Firma**
- A firma deve escolher quantidades de K e L de forma a obter o menor custo possível para produzir uma certa quantidade de produto.

$$\boxed{Minimizar \quad CT = wL + rK \;\; , \;\; s.a. \quad f\left(K, L\right) = Q_0}$$



- Q_1 *é* uma isoquanta para o nível de produção Q_1.
- A curva de isocusto CT_1 mostra todas as combinações de *K* e *L* que custam CT_1.

- A quantidade Q_1 pode ser produzida com as combinações K_1L_1 ou K_2L_2. Entretanto, essas combinações implicam custo maior relativamente à combinação K^*L^*.

Ponto A: equilíbrio com K* e L*.

$$TMgs^{T}_{(K,L)} = \frac{w}{r} \Rightarrow \frac{PMgL}{PMgk} = \frac{w}{r}$$

Inclinação da Linha de Isocusto

Inclinação da Isoquanta

A Escolha Minimizadora de Custos (Formalizando o Argumento)

- Devemos minimizar o CT sujeito a uma restrição de produção: Q = Q_0.
  - *O Lagrangeano:* $\boxed{\Phi = wL + rK - \lambda\left[f\left(K, L\right) - Q_0\right]}$

- *Condições de Primeira Ordem:*

$$(I)\quad \frac{\partial \Phi}{\partial K} = 0 \Rightarrow r - \lambda PMg_K\left(K, L\right) = 0$$

$$(II)\quad \frac{\partial \Phi}{\partial L} = 0 \Rightarrow w - \lambda PMg_L\left(K, L\right) = 0$$

$$(III)\quad \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow f\left(K, L\right) - Q_0 = 0$$

A Escolha Minimizadora de Custos (Formalizando o Argumento)

- $De\ (I)\ temos: r - \lambda PMg_K(K,L) = 0 \rightarrow \lambda = \dfrac{r}{PMg_K(K,L)}$

- $De\ (II)\ temos: w - \lambda PMg_L(K,L) = 0 \rightarrow \lambda = \dfrac{w}{PMg_L(K,L)}$

- $Fazendo\ \lambda = \lambda: \dfrac{r}{PMg_K(K,L)} = \dfrac{w}{PMg_L(K,L)} \rightarrow \boxed{\dfrac{w}{r} = \dfrac{PMg_L(K,L)}{PMg_K(K,L)}}$

Condição de Equilíbrio

$$\frac{PMg_L(K,L)}{PMg_K(K,L)} = \frac{w}{r}$$

Interpretando → A escolha ótima depende da comparação entre os preços dos fatores de produção e suas produtividades.

- **No caso do item (1), temos:**

- $L = 100$
- $K = 50$
- $w = \$15$
- $r = \$30$
- $PMgL = 60$
- $PMgK = 90$

Com isso: $\frac{60}{90} > \frac{\$15}{\$30}$

Não está em equilíbrio

- Observe que a razão entre a *PMgK* e *r* é igual a 6 e a razão entre a *PMgL* e *w* é igual a 4.
- Logo, a firma deveria produzir com mais capital relativamente ao trabalho.

(2) Se a taxa marginal de substituição técnica de uma empresa não varia ao longo da isoquanta, sendo sempre igual a -1, os insumos são substitutos perfeitos. **V**

- A $TMgS_{(K,L)}$ mostra a taxa a qual a firma pode substituir K por L de forma que a produção permaneça constante.
- Logo, quando a $TMgS_{(K,L)}$ é -1, a firma consegue substituir, sempre, uma unidade de capital por uma unidade de trabalho, mantendo a produção constante.
- Observe que, quando a TMgS(K,L) é constante os insumos são substitutos perfeitos. Nesse caso, as isoquantas são retas negativamente inclinadas.

- $Q = \alpha K + \beta L.\ \ Como\ \ TMgS_{(K,L)} = -\dfrac{PMgL_{(K,L)}}{PMgK_{(K,L)}} = -\dfrac{\beta}{\alpha}$

(3) Custos fixos como proporção importante dos custos totais é uma fonte de retornos crescentes de escala. V

- Sendo os dois insumos variáveis (Longo Prazo), devemos nos perguntar qual o impacto sobre a produção induzida por uma **alteração proporcional em ambos os insumos.** Tal alteração é chamada de mudança na **escala de produção**, e pode gerar três resultados.
- **Rendimentos Crescentes de Escala** → Ao variarmos ambos os insumos proporcionalmente, a produção varia mais que proporcionalmente.
- **Rendimentos Constantes de Escala** → Ao variarmos ambos os insumos proporcionalmente, a produção também varia proporcionalmente.
- **Rendimentos Decrescentes de Escala** → Ao variarmos ambos os insumos proporcionalmente, a produção varia menos que proporcionalmente.
- Se o custo fixo é relevante a maior escala de produção torna a firma mais eficiente, pois faz com que o custo fixo seja diluído com o aumento de Q.
  - **Nesse caso, a firma deve incorrer em retornos crescentes de escala.**

(4) A presença de “aprender fazendo” (*learning by doing*) de forma significativa no processo produtivo de uma empresa é uma fonte de retornos crescentes de escala. **V**

- O custo de produção de uma empresa pode diminuir ao longo do tempo pela maior experiência e eficiência de administradores e operários no processo produtivo.
- Nesse sentido, uma escala de produção maior pode tornar a empresa mais eficiente.

6) QUESTÃO 06 - 2020

- Em um ano, uma empresa apresentou os seguintes dados contábeis: $ 1 milhão de receitas, $ 300 mil de compras de matérias primas, $ 30 mil de despesas com água e energia elétrica, $ 100 mil de gastos com a folha de salários e $ 120 mil de gasto com o salário do proprietário da empresa. O empresário tem a opção de fechar sua empresa e alugar as instalações por $ 200 mil por ano. Ele também tem duas ofertas de emprego: uma com salário anual de $ 90 mil e outra com salário anual de $ 150 mil. O proprietário somente pode aceitar uma dessas ofertas, caso decida fazê-lo, e seria obrigado a fechar seu negócio. Levando em conta essas informações e a teoria dos custos, indique quais das afirmações a seguir são verdadeiras e quais são falsas:

- **Os dados do problema são:**
- RT = 1.000.000
- CT(contábil/explícito) = 300.000 (matérias primas) + 30.000 ((água e energia) + 100.000 (salários) + 120.000 (salário do proprietário).
  - Logo: CT(contábil/explícito) = 550.000
- Com isso, o LT contábil = 450.000
- O custo de oportunidade do empresário consiste na renda que ele poderia obter, de forma alternativa, caso não abrisse a empresa. Com isso, o custo de oportunidade é igual a 230.000.
  - 200.000 (aluguel)
  - 30.000 (150.000 – 120.000) → renda adicional que o empresário obteria sendo um assalariado.
- Logo, o Custo total Econômico (Cte) é igual a 550.000 + 230.000 = 780.000 e o Lucro econômico é igual a 220.000.

(0) O custo contábil anual da empresa é de $ 550 mil. **V**

(1) O custo econômico anual da empresa é de $ 780 mil. **V**

(2) O lucro econômico anual da empresa é de $ 100 mil. **F (220.000)**

(3) Sendo racional, o proprietário deve continuar a operar sua empresa, pois o lucro econômico é positivo. **V (Lte > 0)**

(4) O proprietário deveria fechar a sua empresa se tivesse registrado um custo irrecuperável de $ 300 mil. **F**

- **Custos irrecuperáveis** (*sunk costs)*, são despesas que já ocorreram e não podem ser recuperadas. Esses custos não deveriam afetar as decisões da firma.

7) Questão 07 - 2020

- Considere uma indústria perfeitamente competitiva com 300 produtores. Desses, 200 são produtores de alto custo, cada um deles com uma curva de oferta de curto prazo dada por $Q_{AC} = 4p$, em que p é o preço de mercado. Os 100 produtores restantes são de baixo custo, com uma curva de oferta individual de curto prazo dada por $Q_{BC} = 6p$. Levando essas informações em consideração, indique quais das afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

(0) A oferta do setor é dada por $Q_S = 1.800p$. **F**

(1) Se a curva de demanda for dada por QD = 6.000 – 100p, o preço de equilíbrio será de $ 6. **F**

(2) Cada empresa de alto custo produz 10 unidades. **F**

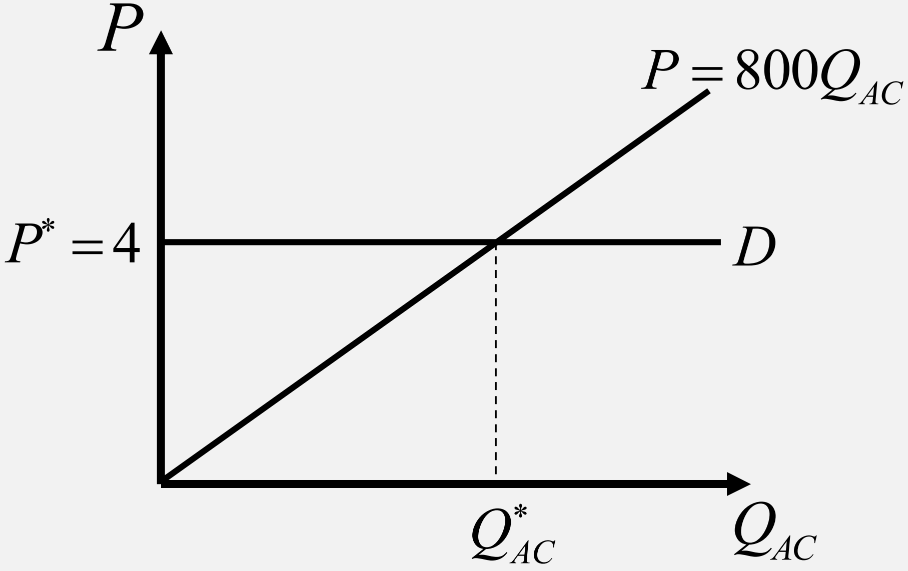
(3) Cada empresa de baixo custo produz 18 unidades. **F**

(4) O excedente do produtor para o setor é de $ 14.000. **F**

- **Temos:**
  - $Q_{AC}^{i} = 4P.\ Como\ i = 200 \rightarrow Q_{AC} = 800P.$
  - $Q_{BC}^{i} = 6P.\ Como\ i = 100 \rightarrow Q_{BC} = 600P.$
- Observe que, no primeiro caso, se P = 1, cada empresa produzirá 4 unidades e no segundo caso, com P = 1, cada empresa produzirá 6 unidades.
  - As empresas de baixo custo produzem mais a cada preço, pois são mais eficientes.
- A oferta total, considerando as firmas de alto custo e de baixo custo, é dada por: $Q^{S} = Q_{AC} + Q_{BC}^{i} \rightarrow Q^{S} = 1400P.$
- Também sabemos que a demanda é dada por: $Q^{D} = 6000 - 100P.$

- Logo, o **item (0) é falso**, pois a oferta $Q^S = 1400P$.
- O **item (1) também é falso**, pois P* = 4.
  - $Equilíbrio \rightarrow Q^D = Q^S \rightarrow 6000 - 100P = 1400P$
  - $P^* = 4 \ e \ Q^* = 5600 \rightarrow Q^*_{AC} = 3200 \ e \ Q^*_{BC} = 2400$
    - Cada uma das 200 firmas de alto custo produz 16 unidades.
    - Cada uma das 100 firmas de baixo custo produz 24 unidades.
- Assim, os **itens (2) e (3)** também são falsos.

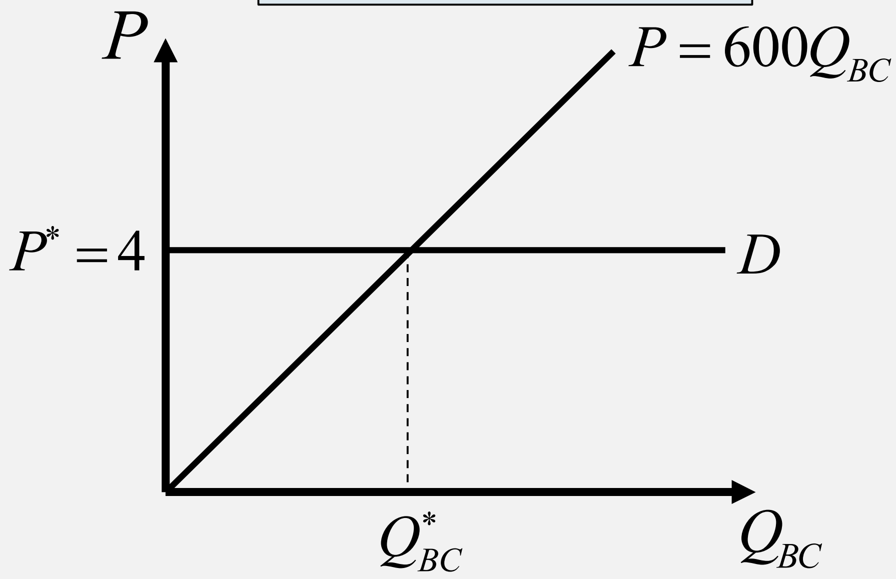
Empresas de AC



3200

- $EC_{AC} = \dfrac{4 \bullet 3200}{2} = 6400$

Empresas de BC



2400

- $EC_{AC} = \dfrac{4 \bullet 2400}{2} = 4800$

- Logo, o **item (4) é falso**, pois o excedente total é igual a $11200.

8) Questão 09 - 2020

- No mercado doméstico de um certo bem existem 8 ofertantes, cada um ofertando uma única unidade discreta, e 8 demandantes, cada um demandando uma única unidade discreta. Os preços de oferta de cada ofertante e de demanda de cada demandante são dados nas tabelas abaixo:

demandante i	preço de oferta
i=1	1
i=2	2
i=3	3
i=4	4
i=5	5
i=6	6
i=7	7
i=8	8

ofertante j	preço de demanda
j=1	6
j=2	6
j=3	5
j=4	5
j=5	5
j=6	4
j=7	3
j=8	2

- O bem pode ser livremente adquirido no mercado internacional ao preço competitivo de $ 3. Suponha que, se indiferente entre comprar no mercado doméstico ou importar, o demandante compra no mercado doméstico; o mesmo valendo se a escolha é integralmente dentro do mercado doméstico, o demandante compra no mercado doméstico; se indiferente entre importar ou não importar, o demandante importa. O governo cria uma tarifa de importação de $ 1 por unidade. Julgue os itens a seguir:

- Trata-se de um exercício que considera os efeitos da introdução de um imposto de importação:
  1) vamos calcular o equilíbrio com e economia aberta (sem o imposto de importação);
  2) vamos introduzir o imposto de importação (tarifa) de $1 por unidade;
  3) vamos calcular os efeitos sobre o bem-estar.

(0) Após a tarifa de importação, a importação se reduz em 2 unidades. V

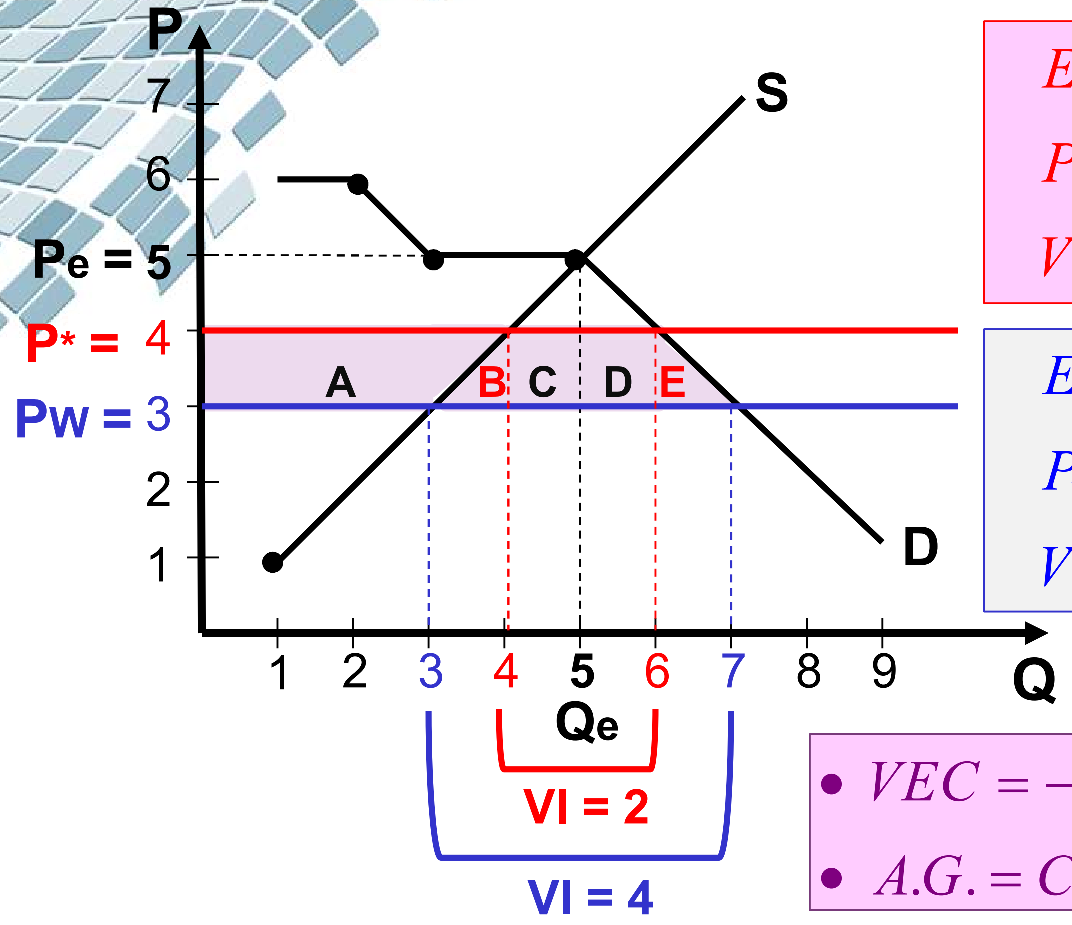
(1) Com a tarifa, o governo arrecada $ 3. F

(2) O custo de eficiência da tarifa (*deadweight loss*) é de $ 2. F

(3) Com a tarifa, o lucro do ofertante que entra no mercado doméstico graças à política de proteção tarifária é uma transferência de renda dos importadores para ele, não um acréscimo de excedente social. V

(4) A parcela do custo de eficiência da tarifa arcada pela produção doméstica se caracteriza pelo fato de que o valor pago pela sociedade pelo sacrifício dos recursos domésticos deslocados para a produção adicional induzida pela proteção tarifária é maior do que o valor que a própria sociedade atribui a esses recursos, configurando-se, portanto, em perda social. V

• *Equiíbrio com Economia Fechada* $\rightarrow P^e = 5$ *e* $Q^e = 5$



Equilíbrio com Imposto

$P^* = 4$, $Q^S = 4$ *e* $Q^S = 6$

Volume Importado$(VI) = 2$

Equilíbrio com Livre Comércio

$P_W = 3$, $Q^S = 3$ *e* $Q^S = 7$

Volume Importado$(VI) = 4$

• $VEC = -A - B - C - D - E$ • $VEP = A$

• $A.G. = C + D$ • *Ganho Social* $= -B - E$

(0) Após a tarifa de importação, a importação se reduz em 2 unidades. **V**

- A tarifa de importação aumentou o preço de $3 para $4. Com isso, a quantidade ofertada pelos produtores domésticos aumentou em uma unidade e a quantidade demandada diminuiu em uma unidade. Com isso, o volume de importação diminuiu de 4 para duas unidades.

(1) Com a tarifa, o governo arrecada $ 3. **F**

- Após a introdução da tarifa de importação o VI diminuiu para 2 unidades. Como a tarifa é $1(por unidade importada), a arrecadação do governo é igual a $2 ($1 x 2unid.)

(2) O custo de eficiência da tarifa (*deadweight loss*) é de $ 2. **F**

- Como vimos, o "peso morto" (ou perda bruta) gerado pela introdução do imposto de importação é dado palas áreas B e E.
  - B = [($1 x 1) / 2] e E = [($1 x 1) / 2] . Logo, o "peso morto" = $1.

(3) Com a tarifa, o lucro do ofertante que entra no mercado doméstico graças à política de proteção tarifária é uma transferência de renda dos importadores para ele, não um acréscimo de excedente social. **V**

- Observe que, dada a introdução da tarifa de importação, as firmas domésticas ganham a área A, não somente pelo aumento do preço, mas pelo aumento da quantidade em uma unidade, ou seja, ocupam um espaço antes destinado aos importados.

(4) A parcela do custo de eficiência da tarifa arcada pela produção doméstica se caracteriza pelo fato de que o valor pago pela sociedade pelo sacrifício dos recursos domésticos deslocados para a produção adicional induzida pela proteção tarifária é maior do que o valor que a própria sociedade atribui a esses recursos, configurando-se, portanto, em perda social. **V**

- Dito de outra modo, a perda de excedente do consumidor, já considerando o ganho com a arrecadação tributária, é maior que o ganho dos produtores, diminuindo assim o bem-estar da sociedade.

9) Questão 10 - 2020

- Com relação à discriminação de preços de segundo grau, assinale quais dos itens a seguir são verdadeiros e quais são falsos:

- **A questão trata de discriminação de preços. Faremos alguns esclarecimentos iniciais e depois resolveremos cada um dos itens.**

- **Resumidamente…**
- **Discriminação de preço** é a prática de vender diferentes unidades de produto por preços diferentes.

- **Discriminação de 1º grau**
  - **Cobrar o preço de reserva de cada consumidor.**
  - Isto significa que o monopolista vende diferentes unidades de produto por diferentes preços e que os preços podem diferir de pessoa para pessoa. Essa prática é às vezes conhecida como discriminação perfeita de preços.
  - Nesse caso, a quantidade produzida será idêntica àquela que seria transacionada em um mercado concorrencial **(ótimo de Pareto)**, mas com o monopolista capturando todo o excedente do consumidor.

- **Discriminação de 2º grau**
  - **Preços diferentes para quantidades diferentes.**
  - O monopolista vende diferentes unidades de produto por diferentes preços, mas cada pessoa que compra a mesma quantidade de bens paga o mesmo preço.
  - Logo, os preços diferem no que tange às unidades do bem, mas não no que diz respeito às pessoas. O principal exemplo disso são os descontos por quantidade.

- **Discriminação de 3º grau**
  - **Segmentação do Mercado: preço mais elevado onde a elasticidade preço é menor e mais baixo onde é maior.**
  - Logo, a discriminação de terceiro grau ocorre quando o monopolista vende a produção para pessoas diferentes por diferentes preços, mas cada unidade vendida a determinada pessoa é vendida pelo mesmo preço.

(0) A aplicação da discriminação de preços de segundo grau não exige que a empresa consiga evitar a revenda. **F**

- Caso exista a possibilidade de arbitragem a discriminação de preços poderá não resultar em aumento do lucro da firma.
- No caso da discriminação de 2º grau, um consumidor poderia comprar quantidades adicionais a um preço menor e vender aos outros consumidores a um preço menor do que o praticado pela firma.

(2) A aplicação da discriminação de preços de segundo grau pressupõe que a empresa não consegue identificar diretamente as demandas individuais dos consumidores antes das compras. **V**

- Caso a empresa conseguisse identificar o preço de reserva de cada consumidor ela praticaria a discriminação perfeita (1º grau).

(1) A aplicação da discriminação de preços de segundo grau pressupõe que os consumidores tenham a mesma curva de demanda. **F**
(3) A condição para o sucesso da discriminação de preços de segundo grau, por meio de descontos de acordo com a quantidade adquirida, é a de que os consumidores que compram grandes quantidades tenham demandas relativamente mais elásticas do que os consumidores que compram pequenas quantidades. **V**

- A discriminação de preços de segundo grau também é chamada de fixação de preços não linear, com a empresa oferecendo pacotes diferentes de preço-quantidade, considerando:
  a) Quanto maior a propensão a pagar (menor elasticidade-preço), maior será o preço;
  b) Quanto menor a propensão a pagar (maior elasticidade-preço), menor será o preço.
- Note que esse processo fornece um incentivo à autosseleção.

(4) Diz-se haver compatibilidade de incentivos em uma estratégia de discriminação de preços de segundo grau quando o preço oferecido a cada grupo de consumidores é escolhido pelo grupo em questão. **V**

- Como acabamos de mencionar, dados os pacotes oferecidos pela firma, cada grupo de consumidores fará a sua escolha, considerando sua disposição a pagar (elasticidade-preço).

10) QUESTÃO 08 - 2019

Em um triopólio de Cournot, as funções de custo das firmas 1, 2 e 3 são, respectivamente, $C_1(q_1)= 10q_1$, $C_2(q_2)= 10q_2$ e $C_3(q_3)= q_3^2$. A demanda agregada é $P(Q)= 20-Q$, em que $Q= q_1+q_2+q_3$ é a quantidade total. Julgue os itens a seguir:

- **Modelo de Cournot → Concorrência via Quantidade**
  - As firmas tomam a decisão de produção simultaneamente, considerando o comportamento das concorrentes (considerando constante a quantidade de cada uma das concorrentes).
  - A solução de Cournot é o equilíbrio de Nash do problema.

- $Função\ de\ Lucro\ da\ Firma\ 1:$

$$\pi_1 = RT_1 - CT_1 \rightarrow \pi_1 = Pq_1 - 10q_1$$

$$Como\ \ P = 20 - Q\ \ \ e\ \ Q = q_1 + q_2 + q_3$$

$$\pi_1 = \left(20 - q_1 - \overline{q}_2 - \overline{q}_3\right) q_1 - 10q_1 \rightarrow \pi_1 = 20q_1 - q_1^2 - \overline{q}_2 q_1 - \overline{q}_3 q_1 - 10q_1$$

- Qual a quantidade que a firma 1 deve escolher, considerando q_2 e q_3 constantes ?

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = 0 \rightarrow 20 - 2q_1 - \overline{q}_2 + \overline{q}_3 - 10 = 0$$

$$\boxed{Curva\ de\ Reação\ da\ Firma\ 1 \rightarrow q_1 = \frac{10 - \overline{q}_2 - \overline{q}_3}{2}}$$

- $\textit{Função de Lucro da Firma } 2:$

$$\pi_2 = RT_2 - CT_2 \rightarrow \pi_2 = Pq_2 - 10q_2$$

$$Como\ \ P = 20 - Q \ \ e \ \ Q = q_1 + q_2 + q_3$$

$$\pi_2 = \left(20 - \overline{q}_1 - q_2 - \overline{q}_3\right) q_2 - 10q_2 \rightarrow \pi_2 = 20q_2 - \overline{q}_1 q_2 - q_2^2 - \overline{q}_3 q_2 - 10q_2$$

- Qual a quantidade que a firma 2 deve escolher, considerando q_1 e q_3 constantes ?

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = 0 \rightarrow 20 - \overline{q}_1 - 2q_2 - \overline{q}_3 - 10 = 0$$

$$\boxed{\textit{Curva de Reação da Firma } 2 \rightarrow q_2 = \frac{10 - \overline{q}_1 - \overline{q}_3}{2}}$$

$$\bullet \; Função \;\; de \;\; Lucro \;\; da \;\; Firma \;\; 3:$$

$$\pi_3 = RT_3 - CT_3 \rightarrow \pi_3 = Pq_3 - q_3^2$$

$$Como \;\; P = 20 - Q \;\;\; e \;\;\; Q = q_1 + q_2 + q_3$$

$$\pi_3 = \left(20 - \overline{q}_1 - \overline{q}_2 - q_3\right) q_3 - q_3^2 \rightarrow \pi_3 = 20q_3 - \overline{q}_1 q_3 - \overline{q}_2 q_3 - q_3^2 - q_3^2$$

- Qual a quantidade que a firma 3 deve escolher, considerando q_1 e q_2 constantes ?

$$\frac{\partial \pi_3}{\partial q_3} = 0 \rightarrow 20 - \overline{q}_1 - \overline{q}_2 - 2q_3 - 2q_3 = 0$$

$$\boxed{Curva \;\; de \;\; Reação \;\; da \;\; Firma \;\; 3 \rightarrow q_3 = \frac{20 - \overline{q}_1 - \overline{q}_2}{4}}$$

- Resolvendo o sistema:

$$q_1 = \frac{10 - \bar{q}_2 - \bar{q}_3}{2} \rightarrow 2q_1 + q_2 + q_3 = 10$$

$$q_2 = \frac{10 - \bar{q}_1 - \bar{q}_3}{2} \rightarrow q_1 + 2q_2 + q_3 = 10$$

$$q_3 = \frac{20 - \bar{q}_1 - \bar{q}_2}{4} \rightarrow q_1 + q_2 + 4q_3 = 20$$

- Podemos resolver o sistema de n equações lineares com n variáveis utilizando três métodos: i) Gauss-Jordan, ii) matriz inversa e iii) regra de Cramer.
  - Utilizando o terceiro método ⟶

$$(I)\ 2q_1+q_2+q_3=10 \quad (II)\ q_1+2q_2+q_3=10 \quad (III)\ q_1+q_2+4q_3=20$$

$$D=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}=10 \quad D_1=\begin{bmatrix} 10 & 1 & 1 \\ 10 & 2 & 1 \\ 20 & 1 & 4 \end{bmatrix}=20 \quad D_2=\begin{bmatrix} 2 & 10 & 1 \\ 1 & 10 & 1 \\ 1 & 20 & 4 \end{bmatrix}=20 \quad D_3=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 10 \\ 1 & 2 & 10 \\ 1 & 1 & 20 \end{bmatrix}=40$$

$$q_1=\frac{D_1}{D}=\frac{20}{10}=2 \qquad q_2=\frac{D_2}{D}=\frac{20}{10}=2 \qquad q_3=\frac{D_3}{D}=\frac{40}{10}=4$$

0) A função de reação da firma 3 é q_3=(20-q_1+q_2)/4. **F**

- Como vimos, $q_3 = \dfrac{20 - \overline{q}_1 - \overline{q}_2}{4}$.

1) Se a firma 2 conjectura que as firmas 1 e 3 produzirão, respectivamente, q_1=1 e q_3=3, então a firma 2 reagirá produzindo q_2=2. **F**

- Como vimos, $q_2 = \dfrac{10 - \overline{q}_1 - \overline{q}_3}{2}$. Com q_1 = 1 e q_3 = 3 → q_2 = 3

2) O preço de Equilíbrio de Cournot é P*= 8. **F**

- Como $Q = q_1 + q_2 + q_3 = 8.\ Logo,\ como\ P = 20 - Q \rightarrow P = 12.$

3) Seja $s_i = q_i^*/Q^*$ o *market share* da firma i= 1,2,3 em Equilíbrio de Cournot, em que $Q^* = q_1^* + q_2^* + q_3^*$ é a quantidade total de equilíbrio, e seja HHI= $s_1^2 + s_2^2 + s_3^2$ o índice de concentração industrial de Hirschmann-Herfindahl desse triopólio. Então HHI= 0,375. **V**

- **Índice de Herfindahl-Hirschman (IHH)**
- Soma dos quadrados das parcelas de mercado das empresas em dada indústria.* multiplicada por 10.000, para eliminar a necessidade de decimais.
  - Ao elevar ao quadrado as parcelas de mercado antes de somá-las, o IHH pondera com maior peso as empresas com maior parcela de mercado. Dito de outro modo, elevar cada parcela de mercado ao quadrado significa atribuir um peso maior as empresas relativamente maiores.

* Algumas vezes o resultado aparece multiplicado por 10.000, para eliminar a necessidade de decimais.

$$IHH = \sum w_i^2$$

- Onde w_i é a participação da empresa relativamente à produção da indústria.

- **O índice pode variar entre 0 e 1.**
  - O valor máximo corresponde a um mercado monopolista (uma única empresa) e o índice tende a zero quando maior o número de empresas.
  - Mercados com valores inferiores a 0,1 são competitivos.
  - Mercados com índice entre 0,1 e 0,18 são moderadamente concentrados.
  - Mercados com IHH superior a 0,18 são muito concentrados.

- No nosso caso as participações são dadas por:

$$w_1 = \frac{2}{8} = 0,25 \;,\; w_2 = \frac{2}{8} = 0,25 \quad e \quad w_3 = \frac{4}{8} = 0,5$$

- Logo, o IHH é dado por:

$$IHH = 0,25^2 + 0,25^2 + 0,5^2 \rightarrow \boxed{IHH = 0,375}$$

11) Questão 13 - 2020

- Considere duas empresas, a empresa 1 e a empresa 2, atuando de acordo com o Modelo de Bertrand com restrição de capacidade e produto homogêneo. A função de demanda é dada por $Q(p) = 200 - 2p$, em que $Q(p)$ é a quantidade demandada e p é o preço. A função custo total das empresas é dada por $C(q_i) = 2q_i$, $i = 1,2$, em que q_i é a quantidade produzida pela empresa i. Seja p_i o preço praticado pela empresa i, com $i = 1,2$. Suponha que a restrição de capacidade produtiva para qualquer uma das duas empresas é de 120 unidades. Assinale quais dos itens a seguir são verdadeiros e quais são falsos:

- **A questão trata do Modelo de Bertrand** → concorrência via preços com produtos homogêneos.
  - Entretanto, o exercício em questão considera um duopólio em que existe restrição de capacidade por parte das firmas, ou seja, não existe (nesse caso, dado que $q_{máx} = 120$) a possibilidade de somente uma firma atender todo o mercado, mesmo que ele cobre um preço menor.

- Temos um duopólio, com produtos homogêneos, onde as firmas, ambas com custo marginal constante (chamaremos esse CMg de c) concorrem via preço.
- **Análise tradicional de Bertrand (sem restrição de capacidade):**
  - As empresas declaram **simultaneamente** os preços que cobrarão e estão prontas para **fornecer tudo o que é exigido** delas a esse preço.
  - Os consumidores compram da firma com menor preço. Logo, a empresa com o menor preço atenderá toda a demanda de mercado.
  - Se ambas as empresas declararem o mesmo preço, então elas compartilharão a demanda, com $q_1 = ½ Q$ e $q_2 = ½ Q$.
  - Observe que o equilíbrio de Nash, nesse caso (sem restrição de oferta) ocorre quando P = Cmg, dado que as duas empresas tenderão a declarar P = C.
  - Note que, nesse caso, com Q(p) = 200 – 2p, isso ocorre pois ambas as empresas podem produzir 200 unidades.
- **Mas se a capacidade máxima de cada empresa for 120 unidades ?**

- Observe que o lucro da firma 1, para todos os preços não negativos abaixo *de a/b* (o preço em que a demanda do mercado é zero), o lucro será (note que a função de lucro é decontínua !):
  - O mesmo raciocínio pode ser realizado para a firma 2.

$$\pi_{1(P_1,P_2)} = \begin{cases} (P_1 - c)(a - bP_1) \ , & c < P_1 < P_2 \\ \left(\tfrac{1}{2}\right)(P_1 - c)(a - bP_1) \ , & c < P_1 = P_2 \\ 0 \ , & Caso\ Contrário \end{cases}$$

- Observe que (P_1 – c) é o lucro unitário da firma 1 e (a – bP) é a quantidade vendida. Logo, (P_1 – c)(a – bP) é lucro da firma 1, caso ela detenha todo o mercado. Isso ocorre caso $P_1 < P_2$ e $P_1 > c$.
- Se $P_1 = P_2$, com P_1 (e P_2) > c, o mercado será dividido igualmente entre as duas firmas.
- Se o preço for inferior ao CMg, o lucro será igual a zero.

- Suponha agora que $P_1 < P_2$. Nesse caso, a firma 1 atenderia todo o mercado, que no nosso caso significa:
  - $Q(P) = 200 - 2P$, com $P = c = 2 \Rightarrow Q = 196$ e $\pi = 0$
  - Mas a firma 1 (assim como a firma 2) só consegue produzir, segundo o enunciado, 120 unidades.
- Então, temos que introduzir essa restrição na nossa função de lucro.
  - Como fazer isso ?
- Observe que, caso $P_1 < P_2$ a firma 1 produzirá o menor valor entre (200 – 2P) e 120 (a capacidade máxima).

$$\pi_{1(P_1,P_2)} = \begin{cases} (P_1 - c)\,min\{(a - bP_1);120\} \ , & c < P_1 < P_2 \\ \left(\tfrac{1}{2}\right)(P_1 - c)(a - bP_1) \ , & c < P_1 = P_2 \\ 0 \ , & Caso\ Contrário \end{cases}$$

(0) Se $p_1 < p_2$, então o lucro da empresa 1 será igual a $(p_1 – 2)\text{Min}\{200 – 2p_1, 60\}$. **F**

- $$\pi_{1(P_1,P_2)} = \left\{ (P_1 - 2)\, min\left\{ (200 - 2P_1); 120 \right\} \right. \;,\; se \quad c < P_1 < P_2$$

(1) Se $p_1 = p_2 = 2$, então o modelo está em equilíbrio. **F**

- Discordância

(2) O lucro da empresa 1 será nulo se $p_1 > p_2$, e $p_2 > 40$. **V**

- Se $P_1 > P_2$ a firma 1 perderá mercado para a firma 2. Entretanto, lembre-se que a capacidade máxima da cada uma das firmas é 120 unidades.
- Se $P_2 = 40$, a firma 2 produzirá $Q(p) = 200 - 2(40) = 120$. Logo, a quantidade produzida pela firma 1 será igual a zero, assim como o seu lucro.
- Note que, caso P_2 fosse menor que 40 a produção da firma 1 seria positiva, assim como o seu lucro.

(3) O lucro da empresa 1 será igual a $(p_1 - 2)(200 - 2p_1)$ se $p_1 > p_2$, e $p_2 < 40$. **F**

- Suponha que $p_1 > p_2$, e $p_2 = 20$ (menor do que 40). Com isso, a demanda será $Q = 200 - 2(20)$, ou seja, 160. Mas como a capacidade da firma 2 é igual a 120, a firma 1 venderá 40 unidades. Logo, o seu lucro será dado por:
  - $(p_1 - 2)(200 - 2p_1) = (p_1 - 2)[(200 - 2(20) - 120)] = (p_1 - 2)\ (40)$

(4) O lucro da empresa 1 será (1/2)(p_1 – 2)(200 – 2p_1) se p_1 = p_2. **V**

- Exatamente como vimos.

$$\pi_{1(P_1,P_2)} = \begin{cases} (P_1 - c)\,min\{(a - bP_1);120\} \;, & c < P_1 < P_2 \\ \left(\tfrac{1}{2}\right)(P_1 - c)(a - bP_1) \;, & c < P_1 = P_2 \\ 0 \;, & Caso\ Contrário \end{cases}$$